



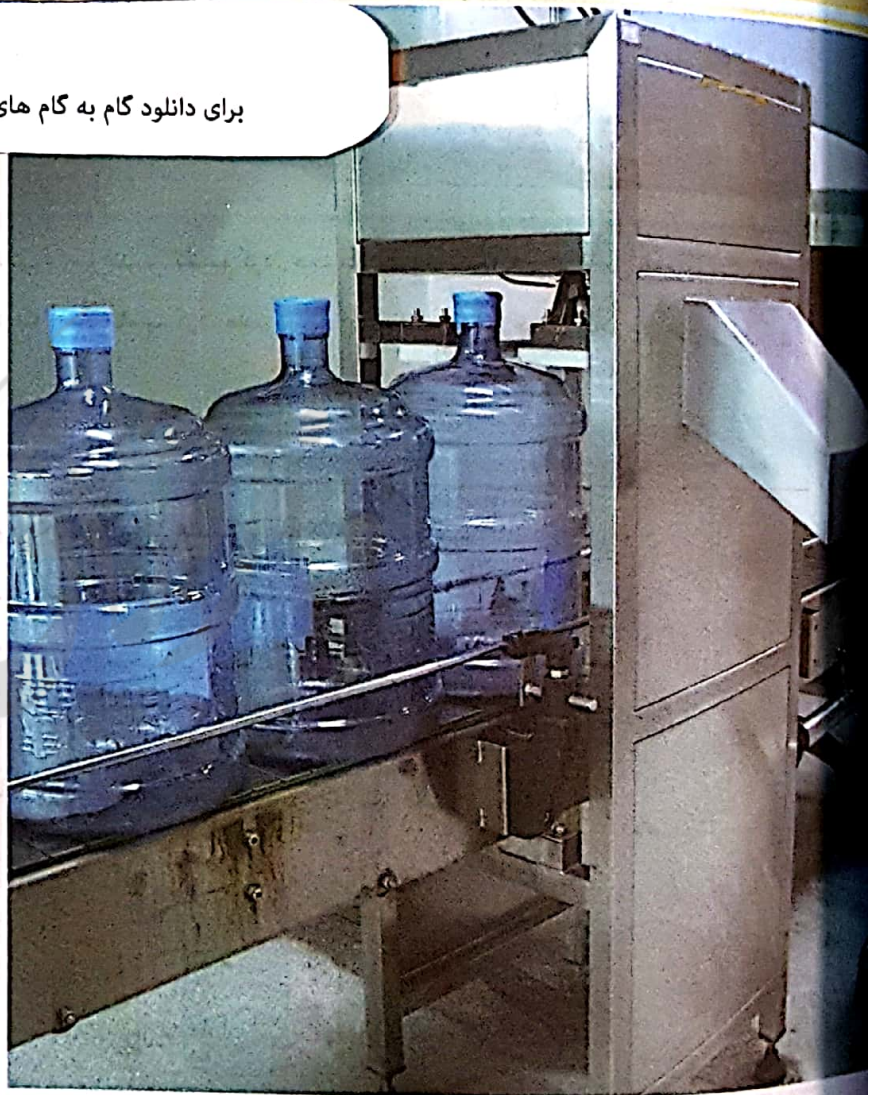
هم کلاسی
Hamkelasi.ir



فصل ۶

سطح و حجم

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح ساخته می شود.

حجم های هندسی

فعالیت



- ۱- به اطراف خود (کلاس، خانه، خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.
آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟
در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟
آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته اصلی تقسیم کرد. **منشوری** - **کروی** - **هرمی**. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع اند.

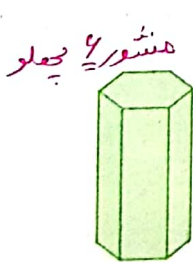
فعالیت

- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با ✓ و غیر هندسی را با ✗ مشخص کنید.
در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.
در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.

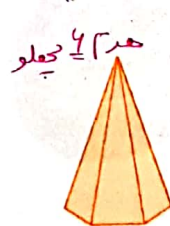
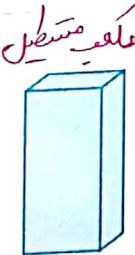
۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم های کروی



حجم های منشوری



حجم های هرمی



حجم های منشوری: دو تا عدد مساوی در موازی دارند و اطراف آن از نقاط مستطیل تشکیل شده است.
حجم های هرمی: یک تا عدد و یک رأس دارند و اطراف آن محدث از نقاط مستطیل تشکیل شده است.
حجم های کروی: یک تا عدد و یک قاعده و رأس ندارند و تمام نقاط روی سطح آن از مرکز به دورند.

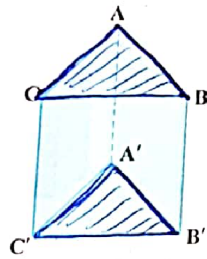
حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

جبه‌های جانبی

برای دانلود گام به گام های دروس ديگر به Hamkelasi.ir مراجعه كنيد

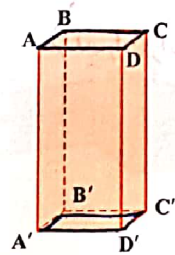
می

۱- در هر يك از منشورهای زیر مشخص كنيد چند وجه جانبی دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببريد.



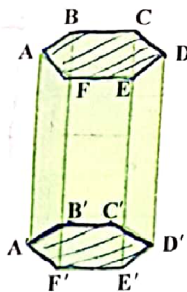
منشور سه پهلو

تعداد وجه‌های جانبی: ۳
رأس‌ها: ۶
یال‌ها: ۹
قاعده‌ها: ۲



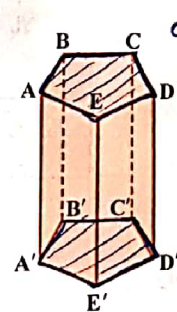
منشور چهار پهلو

تعداد وجه‌های جانبی: ۴
رأس‌ها: ۸
یال‌ها: ۱۲
قاعده‌ها: ۲



منشور شش پهلو

تعداد وجه‌های جانبی: ۶
رأس‌ها: ۱۶
یال‌ها: ۱۸
قاعده‌ها: ۲

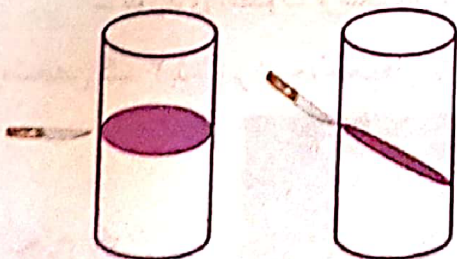


منشور پنج پهلو

تعداد وجه‌های جانبی: ۵
رأس‌ها: ۱۰
یال‌ها: ۱۵
قاعده‌ها: ۲

۲- برای اینکه در نام بردن یال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟ **تصویر نشان بده**
۳- آیا استوانه هم یک حجم منشوری است؟ چرا؟ **بله، چون در آن قاعده و ارتفاع مساوی است**

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند شکل‌های مقابل آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن



به چه شکلی است؟

دایره یا بیضی

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار **مقطع زدن** می‌گویند.

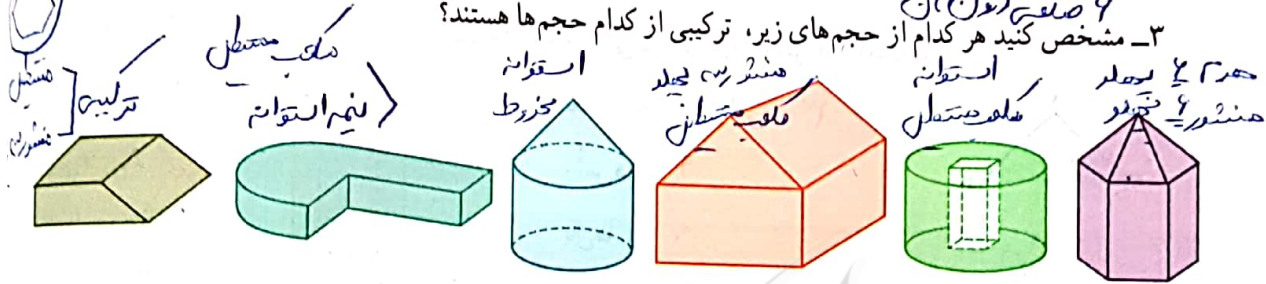
نرم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت تمایل از آنها استفاده کنید.

۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ بل در صورت افقی بودن و موازی با قاعده
 آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟ بل در صورتیکه قاعده هر دو به شکل یک دایره باشد

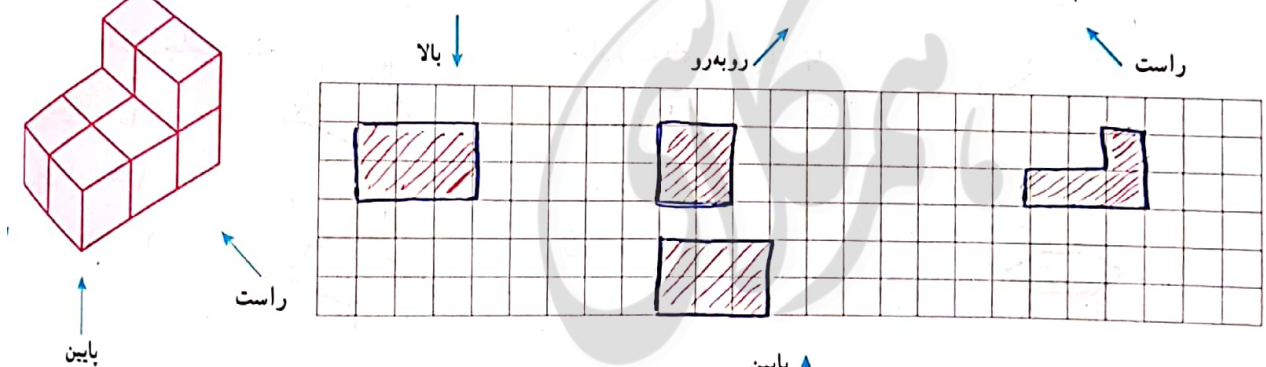


۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟ دایره
 یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟ ۶ ضلعی

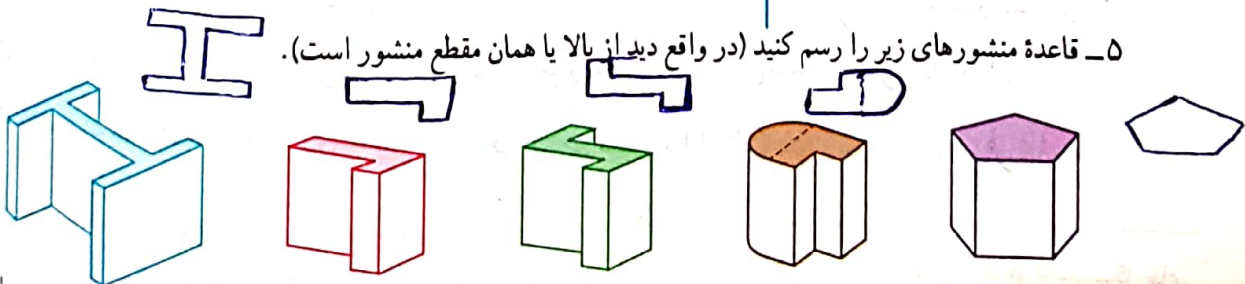
رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟

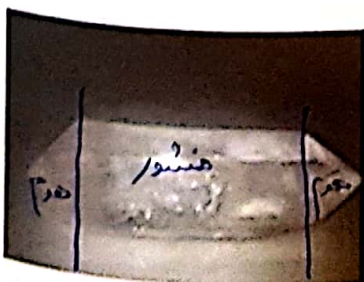


۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



۶- بلورهای (مصوب فرهنگستان Crystal) معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند، ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه

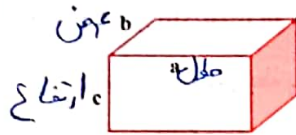
مشخص کنید ۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟



هر ۳ = منشور

محاسبه حجم های منشوری

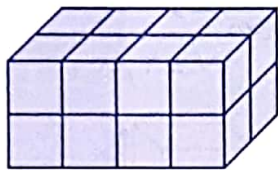
۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس



$$V = a \cdot b \cdot c$$

ارتفاع عرض طول

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)



اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم،

$$V = 8 \times 2 = 16$$

$$4 \times 4 \times 2 = 16$$

حجم آن چقدر می شود؟

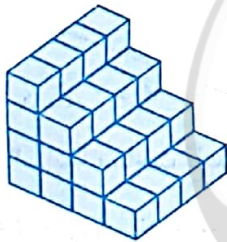
اگر قاعده مکعب مستطیل 3×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

$$V = 3 \times 4 \times 2 = 24$$

حجم

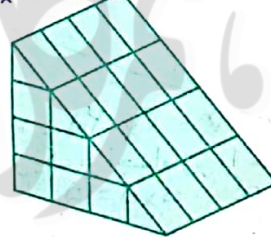
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب می گویند.

$$V = 10 \times 4 = 40$$

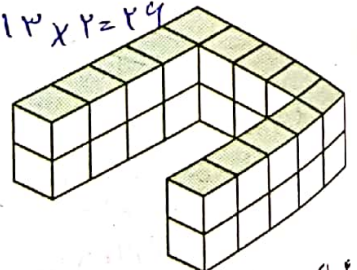


نقش کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.

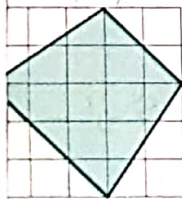
$$V = 8 \times 4 = 32$$



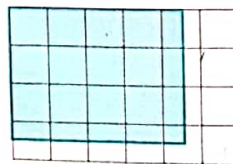
$$V = 13 \times 2 = 26$$



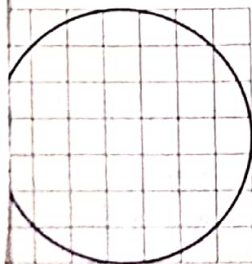
۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع هایی به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع یک سانتی متر است (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید).



$$12 \frac{1}{2}$$



$$15 \frac{3}{4}$$



اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟
اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه
توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟
 $V = 12 \frac{1}{2} \times 3 = 37 \frac{3}{2} = 37 \frac{1}{2}$
برای مثال قاعده یک استوانه را که به شکل دایره است، با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم
نشانه به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.
 $V = 15 \frac{3}{4} \times 3 = 47 \frac{9}{4} = 47 \frac{2}{1}$

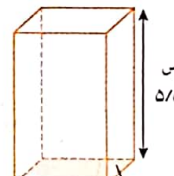
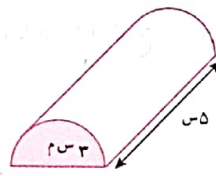
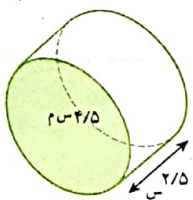
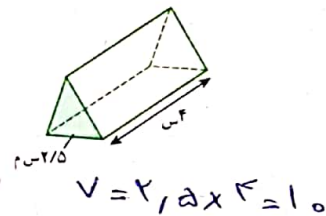
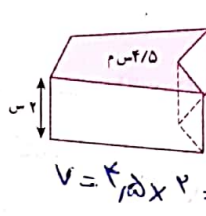
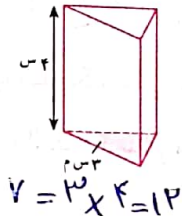
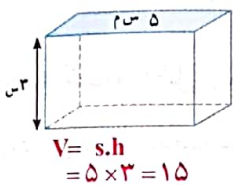
$$73 \times 3 = 219$$

مساحت دایره

۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور (S) و ارتفاع منشور (h) است، بنویسید.

$$V = S \cdot h$$

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.

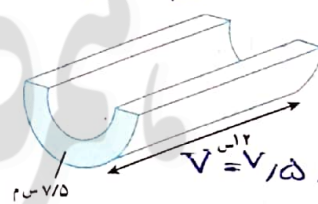
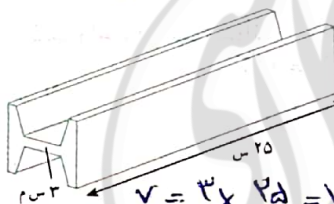
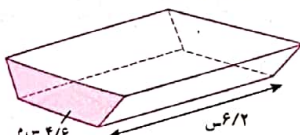


$V = 4/5 \times 2/5 = 8/25$

$V = 3 \times 5 = 15$

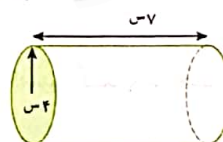
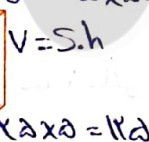
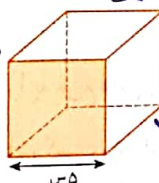
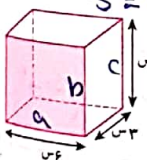
$V = 6/5 \times 1/5 = 6/25$

$V = 3 \times 5/5 = 3$

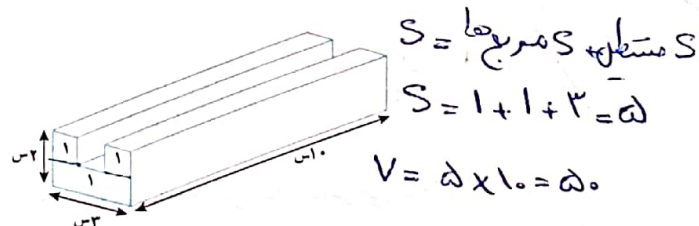
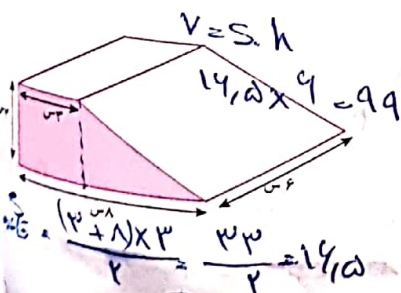


$V = 4/5 \times 4/5 = 16/25$

۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر شکل $S = a \cdot b = 30$



$S = \pi r^2$
 $2 \times 2 \times (7) = 28$
 $V = S \cdot h$
 $28 \times 7 = 196$



۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۰/۸ متر و ارتفاعش ۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟



$S = \pi r^2 = 3.14 \times (0.8) \times (0.8) = 2.0096$

$V = S \cdot h = 2.0096 \times 2 = 4.0192$



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین

کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد 50 و 30 و 24 سانتی متر است، جا می‌گیرد؟

$$r^2 = V = S \cdot h = r \omega \times 11 \times \omega_z \mid \omega_{\infty} \quad \frac{V}{\omega_z} = \omega_{\infty} \times r \times 11 = r \omega_{\infty} \quad \omega_{\infty} \div 11 \omega_{\infty} = r$$

۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

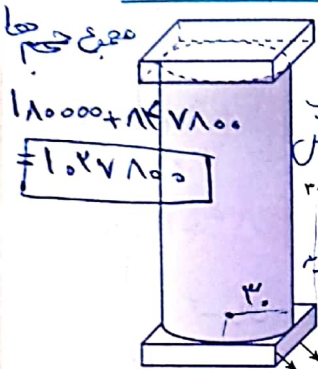
(کل شکل را مکعب مستطیل و یا استوانه در نظر بگیرید.)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید -

و مجموع را به دست آورید (شعاع قاعده استوانه چند است؟).

تفاوت دو جواب را به درست آورید.

۴۳۲۰۰) حاصن ہارا ازم کم ہیم
۲) حجم اشکال زیر را به دست آورید۔



$V_{\text{Sch}} \leftarrow (d^b)$

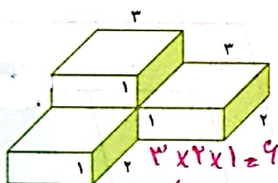
$$90 \times 90 \times 120 = 1,290,000 \text{ (بگیرید)}$$

سه تکه را جداگانه حساب کنید -

$$V = B \cdot h \Rightarrow \pi r^2 \cdot h$$

$$V = 14 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 = 14 \times 10^9$$

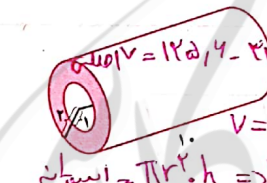
8. $12 = 2 \times 4 \times 4 = 2$



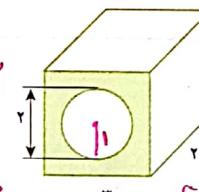
$4 \times 2 = 2 \times 4$ \Rightarrow مثلث متساوی الساقین

A diagram of a stepped bar fixed at one end and pulled by a force \$F\$ at the other. The bar has two sections: a larger front section with diameter \$D\$ and length \$L\$, and a smaller rear section with diameter \$d\$ and length \$l\$. The displacement of the free end is denoted as \$\delta\$. Handwritten notes specify dimensions: \$V = 1 \times 1, d \times y = 9,0\$ and \$V = r \times F, d \times y\$.

$$V_{\beta} = \Delta F + q = 4 \mu$$



فكره
 $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$



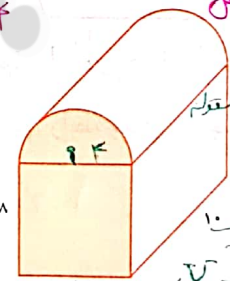
$$\underline{V} = P_1 \omega \times P_2 \times P_3 = 1d$$

$$V_2 = 3,14 \text{ m}$$

استقامه
15 $V = V_{(A)}$

١٨٥ - التوا

$$\frac{1}{2}(\omega - \nu), \text{ and } \frac{1}{2}(\omega + \nu)$$



$$K_{x10} = K_{x1} K_{x2} K_{x3} K_{x4} K_{x5} K_{x6} K_{x7} K_{x8} K_{x9} K_{x10}$$

$$V = \Delta \cdot r, K$$

۱۰. $10 \times 10 \times 10 = 1000$

$$V = 9K \text{ at } 100V, 9$$

۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه ۴/۰ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود، حجم آن

۱/۳ برابر می‌شود. اگر خاک این، حاد بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل

به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل که ابعاد آن ۳ و ۴ و ۱/۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰

لیتر آب وارد آن می‌کند، پر می‌کنیم. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟

۵- یک پارچه به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۸ سانتی متر است. آب داخل این پارچه را در

لیوان‌هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی‌متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی‌متر است، می‌ریزیم. این آب چند لیوان را پر می‌کند؟

۶- قاعده یک منشور سه بعده مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است.

حجم این منشور را پیدا کنید.

۲۴

سه شنبه

اسفند

14 Tue.

March 2017

۱۵ جمادی الثانی ۱۴۳۸

Week 11

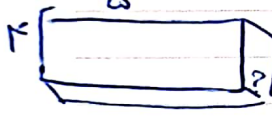
9	10	11	12	13
6	13	20	27	
7	14	21	28	
1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	

۷۵

هتر $h = 12$

هتر $r = 3$

حجم برابر $V_1 = V_2$



$V = S \cdot h$

دایره $S = \pi r^2 \Rightarrow 3,14 \times 3 \times 3 = 28,26$

حجم جابه $V = 28,26 \times 12 = 339,12$

$339,12 = 4 \times 5 \times h \Rightarrow h = \frac{339,12}{20} = 16,956$

$339,12 \times 3 = 1017,36$

$h = \frac{1017,36}{62} = 16,41$

ابعاد حوض ۴، ۳، ۱، ۵ (م)

لتر آب ۶۰ = (در دقیقه)

حوض پر شود؟ چند ساعت

پ سوال ۴ $V = 4 \times 3 \times 1,5 = 18$

لتر $18 \times 1000 = 18000$

دقیقه $18000 \div 60 = 300$

ساعت $300 \div 60 = 5$

سانتیمتر ۳۰ = ارتفاع پارچ

سانتیمتر ۸ = شعاع پارچ

سانتیمتر ۱۰ = ارتفاع لیوان

سانتیمتر ۴ = شعاع لیوان

چند لیوان؟

حجم پارچ

حجم لیوان

$V = \pi r^2 h$

پارچ

$V = 3,14 \times (8)(8) = 200,96 \times 30 = 6028,8$

لیوان $V = \pi r^2 h = 3,14 \times (4)(4) \times 10 = 502,4$

$\frac{6028,8}{502,4} = 12$

لیوان را پر کند

اداره هیئت ۷۵

اسفند

15 Wed.

March 2017

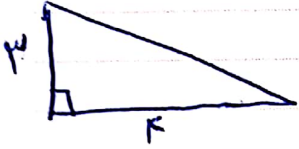
PD

چهارشنبه

۱۶ جمادی الثانی ۱۴۳۸ اداره هیئت ۷۵

هفته ۵۲

۵۲	۵۱	۵۰	۴۹
۲۸	۲۱	۱۴	۷
۲۹	۲۲	۱۵	۸
۳۰	۲۳	۱۶	۹
	۲۴	۱۷	۱۰
	۲۵	۱۸	۱۱
	۲۶	۱۹	۱۲
	۲۷	۲۰	۱۳
			۱۴



$$V = S \cdot h$$

پرسش ۶ ←

$$h = \text{ارتفاع} = ۹$$

$$S = \frac{\text{مساحت مثلث ارتفاع}}{۲} = \frac{۳ \times ۴}{۲} = ۶$$

$$V = ۹ \times ۶ = ۵۴ \text{ سانتی متر مکعب}$$

مساحت جانبی و کل

$$V = S \cdot h$$

$$S = P \cdot h$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + S_{\text{دکله جانی}}$$

جانبی

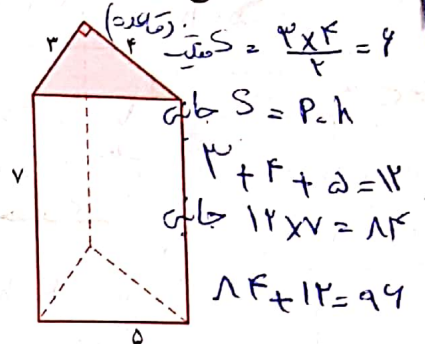
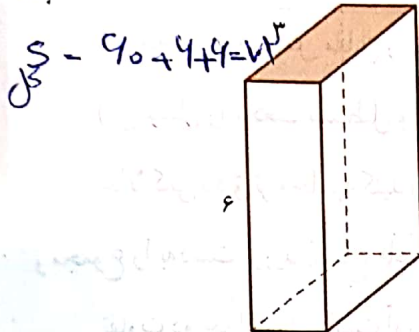
۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه جانبی چه شکلی دارد؟

به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

$$S_{\text{جانبی}} = P \cdot h = 2 + 3 \times 2 \times 4 = 40$$

$$2 \times 4 = 12 \times 5 = 40$$

$$S_{\text{جانبی}} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$



$$S = P \cdot h$$

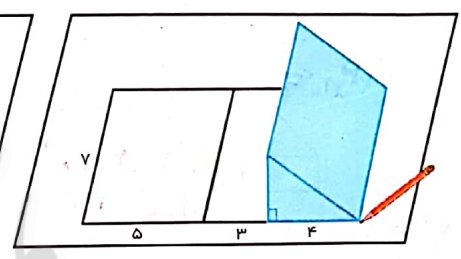
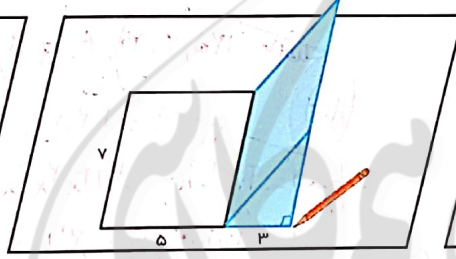
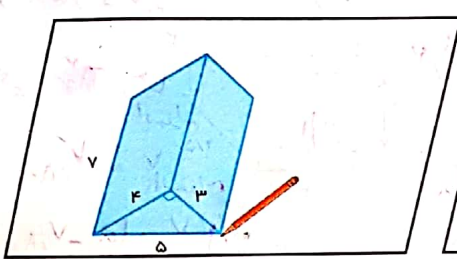
$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$9 \times 5 = 45$$

$$12 + 12 = 24$$

۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و به اندازه

طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟ از طریق محاسبه مساحت

۳- با توجه به ۲ سوال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با P و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی منشورهای

بالا را بنویسید.

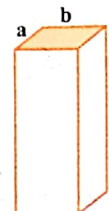
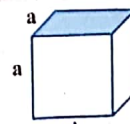
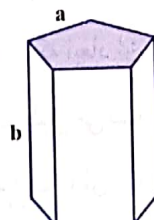
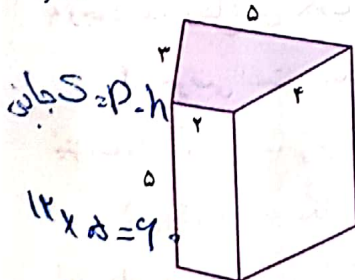
$$S = P \cdot h$$

برای دانلود گام به گام های دروس دیگری به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

$$S_{\text{دکله جانی}} = \frac{2 + 5 \times 3}{2} = \frac{17}{2} = 8.5 \times 2 = 17$$

$$S_{\text{جانبی}} = \frac{2 + 5 \times 3}{2} \times 2 = 17 \times 2 = 34$$

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.

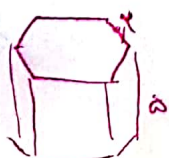


$$S_{\text{جانبی}} = P \cdot h$$

$$a \times a = a^2$$

$$2(a+b) \times c$$

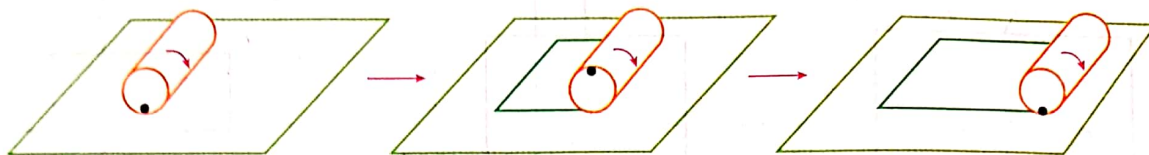
۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوی که هر ضلع آن ۰/۲ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنه جانبی این ستون را کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟



$$S_{\text{جانبی}} = P \cdot h \Rightarrow 2 \times 0.2 = 0.4$$

$$S_{\text{جانبی}} = 0.4 \times 5 = 2$$

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.

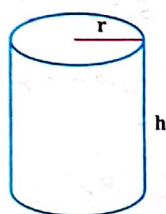


با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟ مستطیل

طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟ طول مستطیل = محیط قاعده استوانه = عرض مستطیل = ارتفاع مستطیل

مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟ مساحت مستطیل طول و عرض

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



$$S_{\text{قاعده}} = 2\pi r \cdot h$$

$$S_{\text{جانبی}} = P \cdot h$$

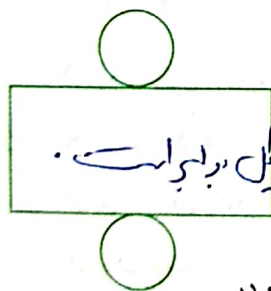
۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره، قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد.

۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

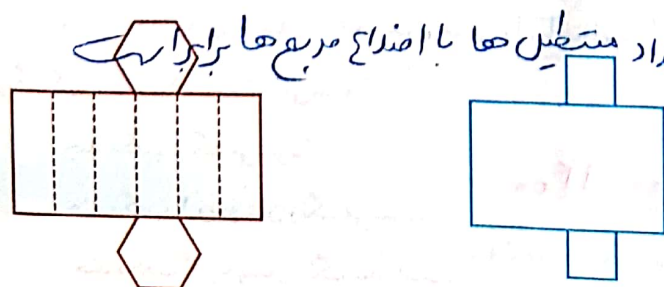
شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.



چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟ محیط دایره با طول مستطیل برابر است.

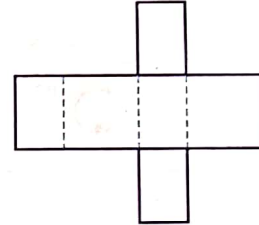
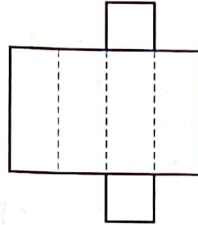
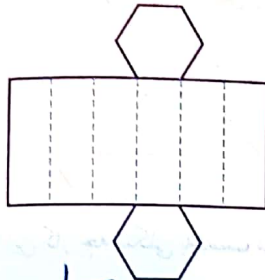
۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.



چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟ تعداد مستطیل‌ها با اضلاع مربع‌ها برابر است.

۱- در شکل زیر گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟ (در صورتی که چه حالتی ممکن باشد)



۲- یک غلتک روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود.

اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک

کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟

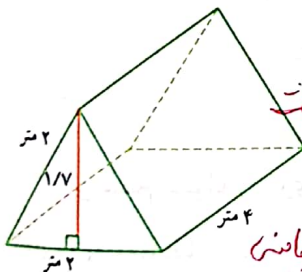
$$\text{مساحت یک غلتک} = 4 \times 20 = 80$$

$$\text{مساحت یک غلتک} = 3.14 \times 50 \times 1 = 157$$

$$157 \div 80 = 1.96 \approx 2 \text{ بار}$$

۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک شود.

اگر این چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

$$\text{حجم این چادر چقدر است؟}$$

$$V = S \times h$$

$$V = 1.7 \times 4 = 6.8$$

$$S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{عرض}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1.7 \times 4 = 3.4$$

$$3.4 \times 2 = 6.8$$

$$S = P \times h$$

$$(2 + 2 + 2) \times 4 = 24$$

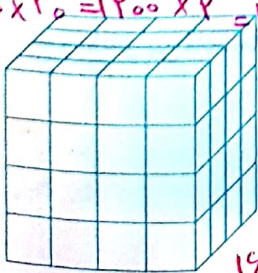
$$24 + 3.4 = 27.4$$

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل کاغذ لازم خواسته شده است؟

۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطوح های این حجم را با کاغذ کادو بپوشانیم، چقدر کاغذ کادو لازم داریم؟



رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی شوند؟

چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟

$$16 + 16 + 8 + 8 + 4 + 4 = 56$$

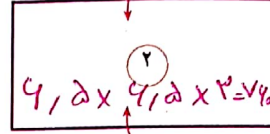
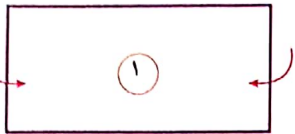
$$12 \times 2 = 24$$

۱- یک مستطیل به طول و عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می کنیم تا استوانه به دست آید.

$$3 \times 40 = 120$$

$$40 \div 2 = 20$$

$$20 \div 2 = 10$$



$$40 \div 3 \approx 13.3 \approx 13$$

$$13 \div 2 = 6.5$$

$$10 \times 10 \times 3 \times 40 = 12000$$

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه های جبری کمک بگیرید. برای ساده تر شدن محاسبات عدد

بی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$$V_1 = h_1 \times S_1 = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi = (10 \times 10 \times 3) \times 40 = 12000$$

$$V_2 = h_2 \times S_2 = (6.5 \times 6.5 \times 3) \times 40 = 7425$$

با مقایسه حجم ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه ای می گیرید؟ اگر سطح جانبی استوانه را با یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته بندی به شکل های زیر ارائه می کند. هر دو نوع قوطی با ورق روی اندود (مصوب باشد)



فرهنگستان (galvanized) درست شده اند. در کدام یک چای بیشتری جا می گیرد؟

$$V = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$V = 5 \times 5 \times 3 \times 10 = 750$$

در شکل فلز چای بسته بندی جای صافتر

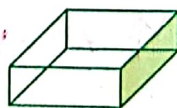
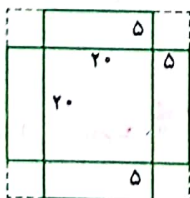
در کدام یک ورق روی اندود بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته بندی را انتخاب می کنید؟ چرا؟ $10 \times 10 \times 4 = 400$ کل

کدام نوع بسته بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می گیرد؟ چرا؟ $300 + 750 + 750 = 1800$ کل

برای بسته بندی شیرینی، جعبه هایی را درست می کنند. شکل گسترده این جعبه ها به صورت زیر است و پس از تا کردن مربع های

$$V = 20 \times 20 \times 5 = 2000 \text{ cm}^3$$



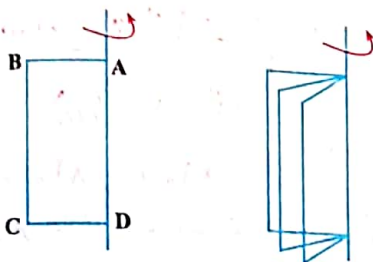
$$18 \times 18 \times 4 = 1296$$



با توجه به اندازه های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم، جعبه ای که با همین مقوا ساخته می شود، حجم بیشتری دارد یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت می‌کنند.



شما هم مانند شکل مقابل کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟
مشخصات آن حجم را بنویسید.

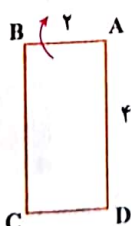
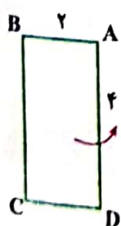
با حرکت یک سطح در فضا، حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.



حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید.
از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

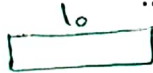
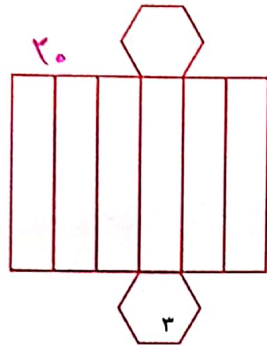
۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



$$V_1 = (2 \times 2 \times 3,14) \times 4 = 50,24$$

$$V_2 = 4 \times 4 \times 3,14 \times 2 = 100,48$$

۱- یک مقوا به طول و عرض، 20×5 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×10 را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟



$$V_1 = 20 \div 3 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$V_1 = (3 \times 3 \times 3,14) \times 5 = 141,3$$

$$1,9 \times 1,9 \times 3,14 \times 10 = 113,38$$

۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $2\frac{1}{4}$ و ۴ و $1\frac{1}{4}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

$$2\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{4} \times 4 = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} \times 4 = 15$$

۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)

$$V = 1,9 \times 1,9 \times 3,14 \times 20 = 140,748 \approx 140$$

$$10 \div 3,14 = 3,18$$

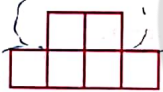
$$3,18 \div 2 = 1,59 \approx 1,6$$

۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبه رو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

روبه رو

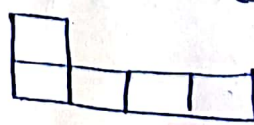
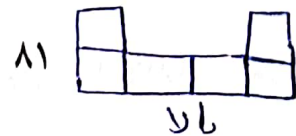
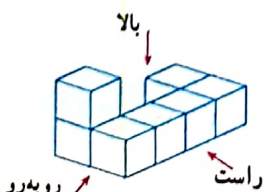
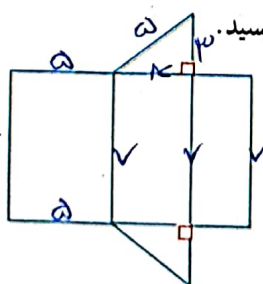
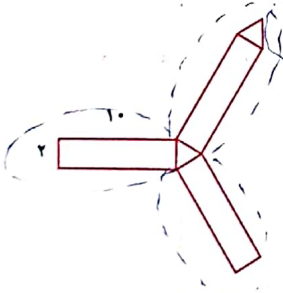
راست

بالا



۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد.

مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبه رو چگونه دیده می شود؟

راست =

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- قاعده، وجه، پال و رأس حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که با یک سطح مشخص درست شده‌اند.
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن

کاربرد

کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

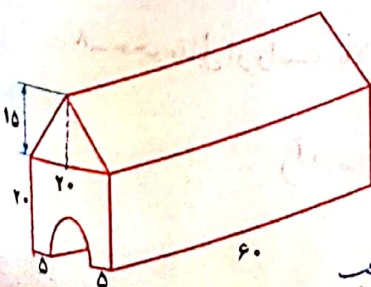
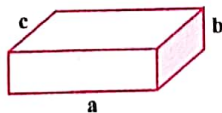
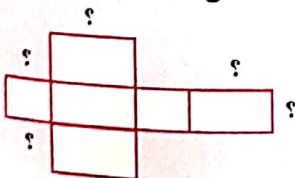
تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را توانستید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهار پهلوی با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{منشور}} + (V_{\text{مکعب}} - V_{\text{استوانه}})$$

$$V_{\text{منشور}} = S \cdot h = \frac{15 \times 20}{2} \times 40 = 9000$$

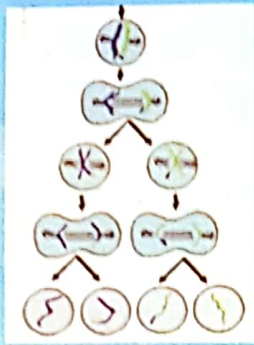
$$V_{\text{مکعب}} = 20 \times 20 \times 40 = 16000$$

$$V_{\text{استوانه}} = 5 \times 5 \times \frac{3.14}{4} \times 40 = 785$$

$$9000 + 16000 - 785 = 24215$$



هم کلاسی
Hamkelasi.ir



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelast.ir مراجعه کنید

فصل ۷

توان و جذر



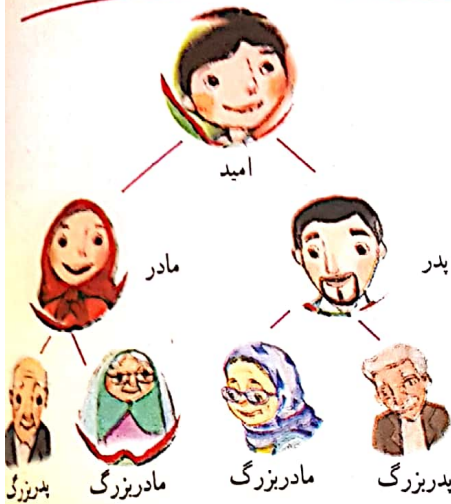
وقتی یک یاخته (مصوب فرهنگستان Cell, cellule) به یاخته‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد یاخته‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد یاخته‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و یاخته‌های جدید جایگزین یاخته‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه

تعریف توان

فعالیت

۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟
(به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل مقابل را کشید.



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟

ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیره آنها است، چند نفرند؟
(به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند).

ج) جدول مقابل را کامل کنید. برای محاسبه تعداد، از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	2×2	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸		نسل سوم قبل از امید
	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم قبل از امید
		نسل هفتم قبل از امید

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد

قسمت‌ها می‌بینید؟

تعداد تا	۱	۲	۳	۴
تعداد قسمت‌ها	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n م چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$$

(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ تا چند مرحله بیشتر ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده شده استفاده کنید.)

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم: ۲ به توان ۵.

در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7 + 7$	2×7	دو ضربدر ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$(\frac{2}{5})^3$	دو پنجم به توان ۳	$1 \frac{4}{125}$
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
2	2×1	۲ ضربدر یک	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$1 \frac{10}{9}$

پس از آن عبارات های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

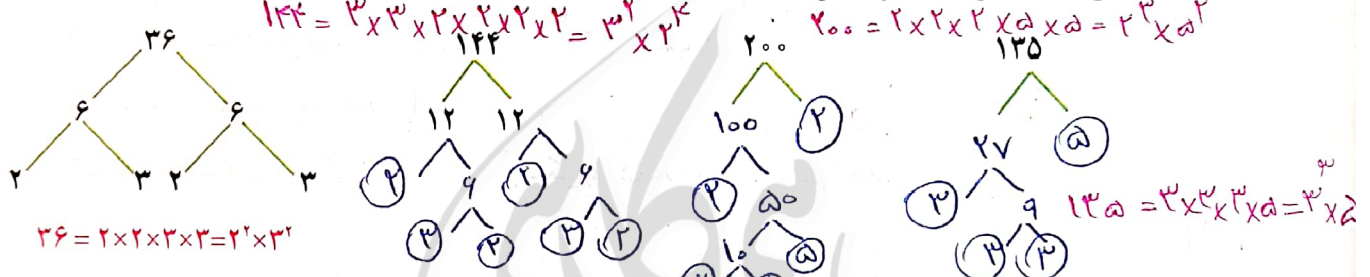
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$a \times a \times a = a^3$$

$$b \times b = b^2$$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64 \quad \times$$

$$5^2 = 5 \times 2 \quad \times$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \quad \checkmark$$

$$9^2 = 18 \quad \times$$

$$(\frac{1}{3})^2 = \frac{4}{81} \quad \times$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25} \quad \times$$

$$5^2 = 25 \quad \times$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4} \quad \times$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a = a^4$$

$$b^2 = b \times b \times b$$

$$(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) = y^2 + x^2$$

$$(ab)^2 = ab \times ab$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$$

۵- در تکثیر باخته ها، هر باخته به ۲ باخته تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن باخته ها خودشان به ۲ باخته تقسیم می شوند و این

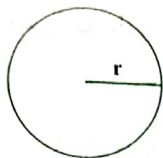
کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	n
تعداد باخته	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$...	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$...	$2 \times 2 \times 2 \times \dots$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^n

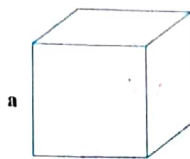
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



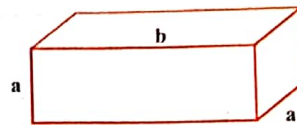
$$S = a \times a$$



$$S = \pi r^2$$



$$V = a \times a \times a = a^3$$



$$V = ab$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$$a^1 = a$$

□ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود:

$$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1$$

□ یک به توان هر عدد برابر یک می شود:

$$a^2 = \text{مجدور } a$$

□ مجذور هر عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۲:

$$x^3 = \text{مکعب } x$$

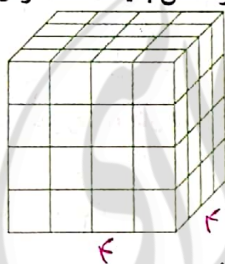
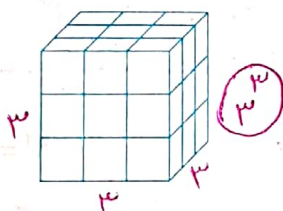
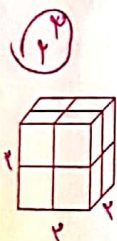
□ مکعب یک عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۳:

$$0^a = 0$$

$$a^0 = \text{عدد ۱}$$

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با ۱:

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد توان دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$$3^2 = 3 \times 3$$

$$4^2 = 4 \times 4$$

$$5^2 = 5 \times 5$$

$$6^2 = 6 \times 6$$

$$7^2 = 7 \times 7$$

$$8^2 = 8 \times 8$$

$$9^2 = 9 \times 9$$

$$10^2 = 10 \times 10$$

$$11^2 = 11 \times 11$$

$$12^2 = 12 \times 12$$

$$\text{مجدور دو} = 2^2 = 2 \times 2 \quad \text{مکعب دو} = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \quad \text{مکعب یک} = 1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$\frac{2^2}{5^2} = \frac{2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{4}{25} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \frac{9}{16} \quad \frac{2^4}{7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{7} = \frac{16}{7} \quad 0.2^2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

$$0.01^2 = 0.01 \times 0.01 = 0.0001 \quad 1/1^2 = 1/1 \times 1/1 = 1/1 \quad 2/1^2 = 2/1 \times 2/1 = 4/1 \quad 1/5^2 = 1/5 \times 1/5 = 1/25$$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسب برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

تقریب

$$10 \leq 11^{12}$$

$$11 \leq 10$$

محاسبه عبارت توان دار

فعالیت

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت
(۱) پراتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود.
با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2 \times 4 + 10}{9^2} = \frac{2 \times 4 + 10}{81} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

ساده کردن
محاسبه جمع و تفریق
توان
توان

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \underline{\quad} - (\underline{\quad} + 2) = \underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{10 \div \underline{\quad} + 9 \times 4}{\underline{\quad} + \underline{\quad}} = \frac{\underline{\quad} + \underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\quad}$$

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

کار در کلاس

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 14 \div 8 = 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{4}{25} = \frac{625-16}{100} = \frac{609}{100} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$2^2 - 3^2 + 1^5 = 4 - 9 + 1 = -4 \quad 5^1 + 1^5 + 0^5 = 5 + 1 + 0 = 6$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$\times \quad (2+2)^2 = 2^2 + 2^2 = 4+4=8 \quad (4+9)^2 = 25+16=41 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \Rightarrow (12)^2 = 9 \times 14 = 144 \quad \checkmark$$

$$\times \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} \Rightarrow \frac{4}{9} \neq \frac{2^2}{3^2} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \Rightarrow 5 \times 36 \neq 30^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 \Rightarrow 4 \times 25 \neq 10000 \quad 2^2 \times 2^2 = 2^4 \Rightarrow 8 \times 14 = 128 \quad \checkmark$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

استعداد عدد ۱۲ را حساب با درخت توان منبر می بینم و با حاصل ضرب عدد ۸۷ درخت درخت
جمع می کنیم

فعالین

۱- مانند نمونه عبارت های توان دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = +16$$

$$(-2)^5 = -32$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$$

با توجه به توان ها و حاصل عبارت ها چه نتیجه ای می گیرید؟
۲- عبارت های زیر را حساب کنید.

$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^4 = +16$$

$$(-2)^4 = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \rightarrow 2^5 \rightarrow 2^4 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$$

$$64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

در این الگو عدد ها گاهی از ضرب های دو به دو هستند و گاهی از تقسیم شدن دو به دو. رابطه بین عدد های توان دار و حاصل آنها را توضیح دهید.
به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$-2^3 = 9$$

$$(-5)^3 = 125$$

$$-1^5 = -1$$

$$(-1)^5 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

$$-1^4 = 1$$

$$7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$5^0 + 1/1^0 = 1 + 1 = 2$$

$$4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^5 = -1$$

$$2^3 = 8$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا > بگذارید.

$$2^3 < 2^4$$

$$7^0 < 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 > \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$(-2)^0 = (-2)^1$$

کار در کلاس

۱- کدام درست و کدام نادرست اند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{aligned} (3+2)^0 &= 2^0 + 3^0 & \times & & (2\frac{1}{3})^0 &> (-\frac{1}{3})^2 & \checkmark & & (-\frac{2}{3})^0 + (\frac{1}{3})^0 &> 1 & \checkmark \\ 4 + 2^0 &= 6 & \times & & 2^0 + 3^0 + 5^0 &= 1 & \times & & 4^0 &< (-2)^2 & \checkmark \end{aligned}$$

۲- الف) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2472$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس به صورت نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 7$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴
n^4	۱	۱۶	۸۱	۲۵۶	۳۱۲۵

$$(4^{10})$$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب ها کلید توان به صورت زیر استفاده می شود. عددهای توان دار را محاسبه می کنند. برای مثال

2^3 به صورت زیر محاسبه می شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری

برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$$2 \times^y 3 =$$

$$2^3 = 8$$

۵- حاصل عبارت ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2 \Rightarrow (-2)^2 - (2)^2 + (-2 \times 2) = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2 \Rightarrow (1)^2 - 2(-2)^2 + (1)^2(-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$

ساده کردن عبارت های توان دار

فعالیت

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^2 و عرض 2^2 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^2 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۲}} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیمما را بایک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$\begin{aligned} 4^2 \times 4^2 &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 \\ 7^2 \times 7^2 &= 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4 \\ x^2 \times x^2 &= x \times x \times x \times x = x^4 \\ a^2 \times a^2 &= a \times a \times a \times a = a^4 \end{aligned}$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 2^7 &= 2^5 \times 2^2 \\ 5^4 &= 5^2 \times 5^2 \\ 2^7 &= 2^4 \times 2^3 \\ 5^4 &= 5^2 \times 5^2 \\ 2^7 &= 2^4 \times 2^2 \times 2^1 \\ 5^4 &= 5^1 \times 5^3 \times 5^3 \end{aligned}$$

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 5^2 \times 5^2 &= 5^4 \\ (-2)^4 \times (-2)^2 &= (-2)^6 \\ (-4)^1 \times (-4)^5 &= (-4)^6 \\ 7^2 \times 7 &= 7^3 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ 1/5^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 &= \left(\frac{3}{2}\right)^8 \end{aligned}$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار، جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$\begin{aligned} 3^2 &= 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \\ 2^6 &= 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 = 8^2 \\ 4^2 &= 4^2 \times 4^2 = 16 \times 16 = 16^2 \\ 5^2 &= 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 25^2 \end{aligned}$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کنید و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 = 10^2$$

$$3^2 \times 4^2 = 12^2$$

$$a^2 \times b^2 = (ab)^2$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times 5^2 = \left(\frac{10}{5}\right)^2$$

$$x^2 \times y^2 = (xy)^2$$

با مقایسه تساوی‌های یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^2 \times 3^2 = 6^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$(-2)^2 \times (-1)^2 = (2)^2$$

$$(-2)^2 \times 3^2 = (4)^2$$

$$x^2 \times y^2 = (xy)^2$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^2 = (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

۳- به تساوی‌های رویه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$10^2 = (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$10^2 = (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$12^2 = (3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$(xy)^2 = x^2 \times y^2$$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$30^2 = 3^2 \times 10^2 = (3 \times 10)^2$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$5^2 \times 5^2 \times 7^2 = 5^4 \times 7^2 = 35^4$$

ضرب با توان‌های مساوی ضرب با پایه‌های مساوی

$$7^2 \times 7^2 \times 9^2 = 7^4 \times 9^2 = 63^4$$

$$2^2 \times 6^2 \times 3^2 \times 4^2 = 12^2 \times 12^2 = 144^2$$

$$(2^2 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^2 \times 5^2) = 2^4 \times 3^4 \times 5^3 = 30^4$$

$$2^a \times 2^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

به جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$5^5 \times 5^4 = 10^9 \quad (5+4)$$

$$121 = 11^2$$

۲- مسئله هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف) 2^2

$$441 = 21^2$$

$$10000 = 100^2$$

$$10000 = 10^4 = 10^2 \times 10^2 = 100 \times 100$$

$$256 = 16^2 = 2^8 = 2^4 \times 2^4 = 16 \times 16$$

۳- عددهای توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. 9^2 و 8^1 و 6^0 و 4^{10} و 3^5

$$9^0 - 8^1 - 6^2 - 4^{10} - 3^5$$

۴- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$4^2 \times 4^2 = 4^{12} \Rightarrow 4^4 \neq 4^{12}$$

$$3^2 \times 2^2 = 6^5 \Rightarrow 9 \times 4 \neq 6^5$$

$$4^2 + 2^2 = 6^2 \Rightarrow 4^4 + 8 \neq 6^2$$

$$4^2 \times 4^2 = 4^4 \Rightarrow 4^4 = 4^4 \checkmark$$

$$3^2 \times 2^2 = 6^2 \Rightarrow 4^2 = 6^2 \checkmark$$

$$4^1 + 3^1 = 7^1 \Rightarrow 4 + 3 = 7 \checkmark$$

$$(-2)^2 \times 7^2 = (-14)^2 \checkmark$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \checkmark$$

۵- کدام یک از عبارت های زیر $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ را نشان می دهد؟

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \checkmark \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{2+2+2}{3} = \frac{4}{3} \quad \frac{3 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times 3 = 2$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad \frac{2}{3} + 3 = 2$$

۶- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سوال ها را جواب دهید.

4^0	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6	4^7	4^8
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536

حاصل عبارت 4096×65536 را به صورت توان دار بنویسید.

تعداد رقم های 4^{10} را پیش بینی کنید. فکر می کنید 4^{20} چند رقمی می شود؟ چرا؟

با توجه به نظم جدول

۷- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$3^2 - 1^2 = (2)^2$$

$$6^2 - 3^2 = (3)^2$$

$$10^2 - 6^2 = (4)^2$$

$$15^2 - 10^2 = (5)^2$$

$$21^2 - 15^2 = (6)^2$$

آیا این الگو برای $3^2 - 1^2 = 2^2$ درست است؟

$$27 - 1 = 24 \neq 14$$

همیشه درست باشد

۸- در جای خالی یکی از عمل های + یا - یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$2^5 \div 8 = 4$$

$$3^2 \div 7^2 = 58$$

$$(-7)^2 + 8^1 = 3^2$$

$$2^6 \div 16 = 2^2 \checkmark$$

جذر و ریشه

فعالیت

۱- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$$\sqrt{144} = 12 \quad 12^2 = 144$$

۲- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های ۲۵×۵۰ سانتی متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱

متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟ $9 \times 9 = 81$

$$25 \times 25 = 625 \quad 81 \div 25 = 3.24$$

۳- در جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	۱/۵	۲/۵	۹	۷/۴	۱۱/۴	۲۰	۰/۹
مساحت مربع	۹	۱۶	۲,۲۵	۴/۲۵	۸۱	۵۴,۷۶	۱۲۱/۳۶	۴۰۰	

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟ نه چون ۱۵ عدد مزدار است

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد.

$$x^2 = 15 \quad 3, 1, 8, 7, 2, 9, 1, 3, 3, 4, 4, 2, 2$$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید. برای دانلود گام به گام های دروس دیگری به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

عدد	۹	۲۵	۱/۴	۴۹
ریشه دوم	۳ و -۳	۵ و -۵	۱/۲ و -۱/۲	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $(7)^2 = 49$

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳^۲ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با ۳^۲ (-۳) نمایش می دهیم. برای نمایش ریشه دوم مثبت از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می کنیم.

ریشه های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

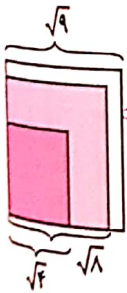
۱- تساوی ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{16} = 4 & -\sqrt{16} = -4 & \sqrt{36} = 6 & -\sqrt{81} = -9 \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} & -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} & \sqrt{49} = 7 & \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{25} > 5 & \times & \sqrt{25} = 5 & \checkmark \\ \sqrt{25} = 5^2 & \times & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \times \\ \sqrt{25} = -5 & \times & -\sqrt{25} = -5 & \checkmark \\ \sqrt{25} < 5 & \times \end{array}$$

۱- در شکل زیر، مربع هایی با مساحت ۹، ۸، ۴ و ۱ نمایش داده شده اند. طول ضلع های مربع ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.



به نظر شما عدد $\sqrt{8}$ به کدام یک از این دو عدد نزدیک تر است؟ $\sqrt{9}$ یا همان ۳. $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$

۲- به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است	۹	۵	۴
$\sqrt{17}$ بین ۴ و ۵ قرار دارد.	۲۵	۱۷	۱۶
$\sqrt{61}$ بین ۷ و ۸ قرار دارد.	۶۴	۶۱	۴۹
$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است	۳۶	۳۰	۲۵

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

$$\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$$

$$5 < \sqrt{28} < 6$$

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} = 4,5$$

عدد	۴	۴,۲	۴,۴	۴,۵
مجذور	۱۶	۱۷,۴۴	۱۹,۳۶	۲۰,۲۵

$$\sqrt{14} = 3,7$$

عدد	۳,۵	۳,۶	۳,۷	۳,۸
مجذور	۱۲,۲۵	۱۲,۹۶	۱۳,۶۹	۱۴,۴۴

$$\sqrt{8} = 2,8$$

عدد	۲,۵	۲,۶	۲,۷	۲,۸	۲,۹
مجذور	۶,۲۵	۶,۷۶	۷,۲۹	۷,۸۴	۸,۴۱

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟

حاصل ضرب بی معنی عدد در خودش منفی نمی‌شود یعنی مجذور هیچ عدد منفی نیست

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست‌اند؟

$$\sqrt{5} > 4 \quad \times$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } ۷ \text{ و } ۵ \text{ است} \quad \times$$

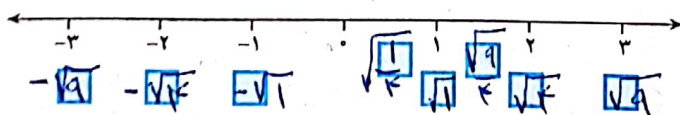
$$\sqrt{15} < \sqrt{21} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{12} < 4 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{40} \text{ بین } ۷ \text{ و } ۵ \text{ است} \quad \times$$

$$\sqrt{3} > 2 \quad \times$$

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$, $-\sqrt{4}$, $\sqrt{1}$, $-\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه‌های \square هستند. ب) مجذور عدد صفر همان \square صفر است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه \square است.

د) هر عدد مثبت دارای \square ریشه دوم است که یکی از آنها \square دیگری است.

۵- مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000} \approx 31,6 \quad \sqrt{500} \approx 22,4 \quad \sqrt{30} \approx 5,5 \quad \sqrt{40} \approx 6,3$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بنویسید.

توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

محاسبه عدد توان دار
محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی

توان صفر

قانون ضرب با پایه‌های مساوی

استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه

قانون ضرب با توان‌های مساوی

استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها

ساده کردن یک عبارت توان دار

مفهوم مجذور و مکعب

مفهوم جذر و ریشه

پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

$$15 < \sqrt{32} < \sqrt{36}$$

$$5 < \sqrt{32} < \sqrt{6} \Rightarrow$$

عدد	۵۱۵	۵۱۶	۵۱۷
مجموعه	۲۰۱۵	۳۰۱۶	۳۰۱۷

$$\Rightarrow \sqrt{32} \approx 5,6$$

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^2 + 0^2)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 = (8 + 0) + 4 \times 9 - 1 = 8 - 35 = -27$$

۲- عبارت توان دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$$\left(\frac{1}{25}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 5^2 = 2^2 \times 5^2 \times 5^2 = 2^2 \times 5^4 = 2^2 \times 625 = 1250$$

۳- مقدار تقریبی عدد $\sqrt{32}$ را بنویسید.

۴- ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = 7$$

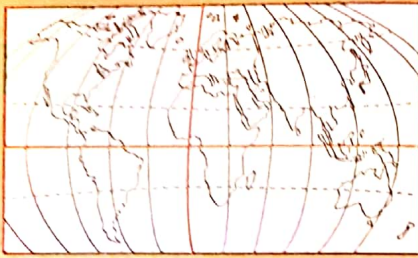
$$-\sqrt{121} = -11$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

$$\sqrt{121} = 11$$



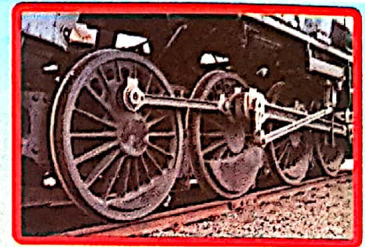
هم کلاسی
Hamkelasi.ir



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

فصل ۸

بردار و مختصات



- باره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما، مسیریابی و هدایت آن در فضا یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد امکان کار با رایانه را نیز فراهم می کند تا به کار سرعت بیشتری بدهد.

پاره خط جهت دار

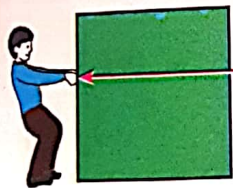
فناین

۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه روبه رو این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. او در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید. از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. اکنون این دانش آموز در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با پیکانه نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت، انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول ۱ نمایش دهیم، روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.

برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.



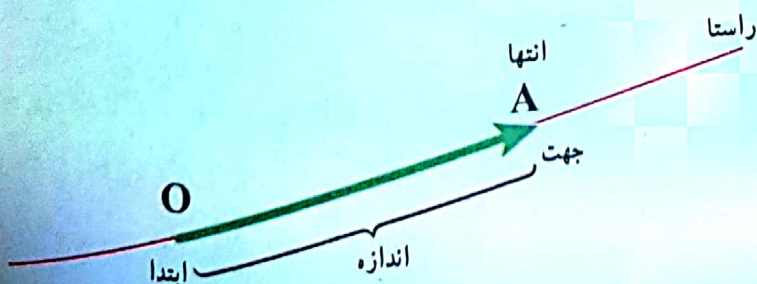
راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند، روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی را که شخص به جعبه وارد کرده است با پاره خطی به طول یک سانتی متر نشان دهیم، روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.



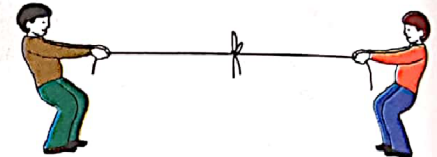
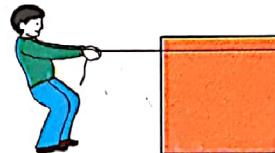
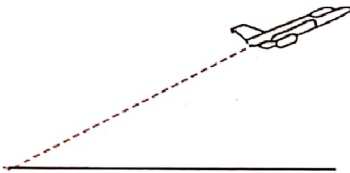
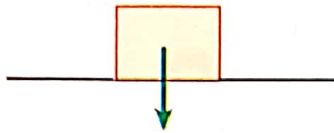
در شکل مقابل همان شخص ۲ برابر، نیرو به جسم وارد کرده است.

راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار OA را به صورت \overrightarrow{OA} نشان می دهیم.



در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت ها با نیروهای مشخص شده در شکل های زیر بردار رسم کنید.

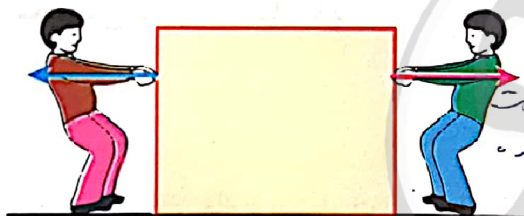


مسیر حرکت هواپیما

نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می کند.

نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب کشی وارد می کنند.

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه ای را از دو طرف می کشند. با توجه به نیروهای رسم شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



• آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟ بله

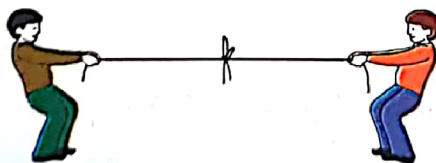
• جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. یک سمت چپ و یک سمت راست

• اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. در خلاف جهت یکدیگر هستند.

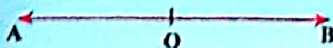
اندازه ی نیروها یکی است (هم اندازه و برابر)

۲- دو دانش آموز در حال طناب کشیدن هستند.

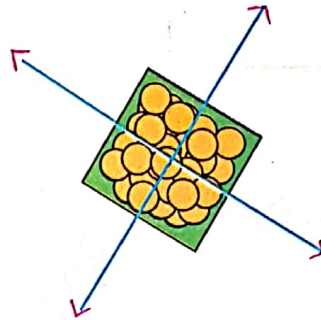
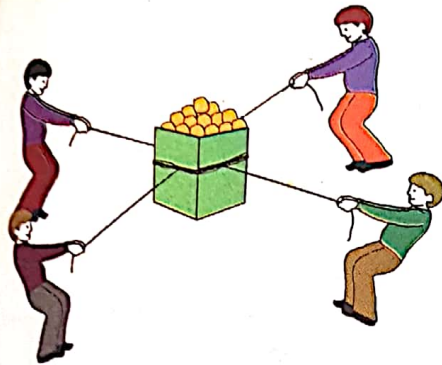
راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.



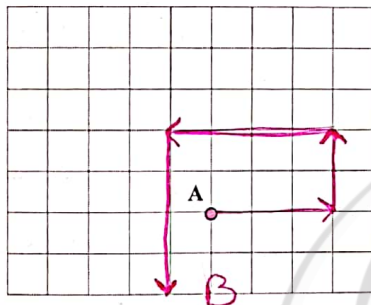
در فعالیت های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند، چون هم راستا و هم اندازه اند؛ ولی جهت هایشان عکس یکدیگر است.



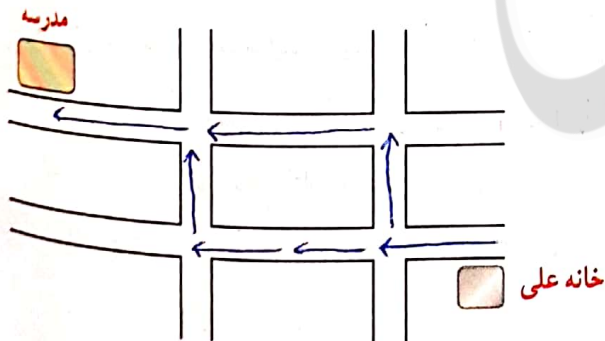
۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می کشند. نیروهایی را که به این جعبه وارد می شود، با بردار در تصویر از بالا نشان دهید.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده، حرکت نقطه A را نشان دهید.

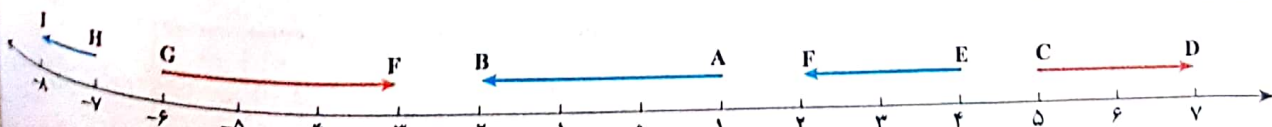


از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، حرکت های او را با بردار نشان دهید.

۴- بردار AB، ۳- است؛ یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از نقطه A به نقطه B حرکت کرده ایم. ابتدای این بردار نقطه ۱ و انتهای آن نقطه ۲- است.



با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

$$HI = -1$$

$$AB = -3$$

$$EF = -2$$

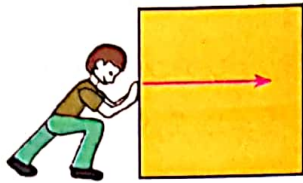
$$GF = +3$$

$$CD = +2$$

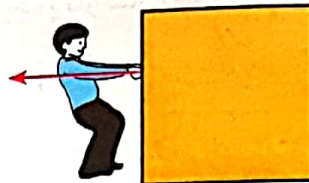
بردارهای مساوی و قرینه

فعالیت

۱- در شکل های زیر دو نفر و هابی برابر به یک جسم وارد می کنند. یک نفر آن جسم را هل می دهد و یک نفر نیز آن را می کشد.

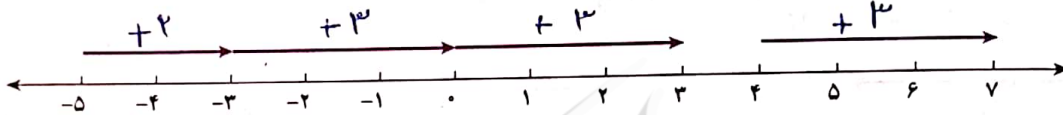


در حال هل دادن



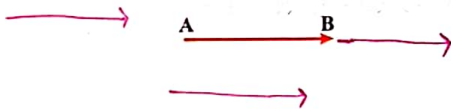
در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی اند. *فراجهت آن ها عکس میسرند.*
۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.

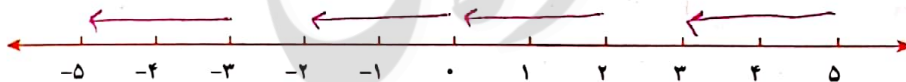


این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟ *همگی در راستای جهت یابی هستند (هم اندازه و هم جهت میسرند)*

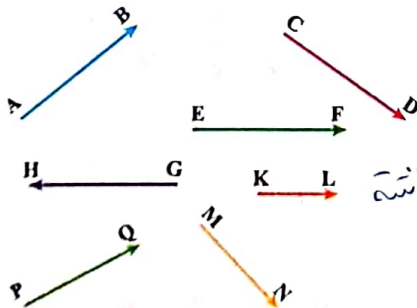
۱-۳ بردار مساوی با بردار AB رسم کنید.



۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



بردار مساوی وجود ندارد.

*هرچند باید شرط لازم جهت برابری را داشته باشند
میان بردارها باید یکسان باشد.*

دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

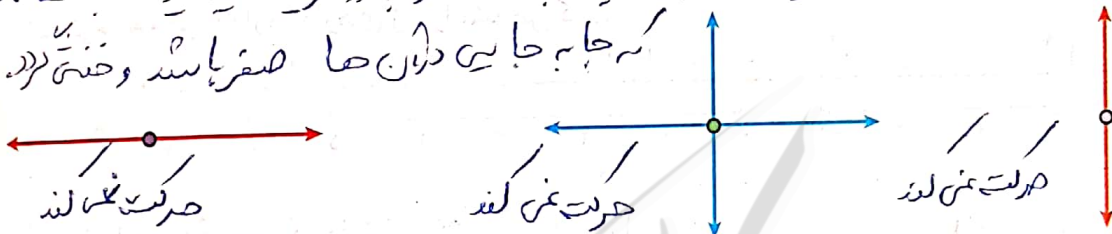


۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.

اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد، حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.

راستا، اندازه و جهت این دو بردار را با یکدیگر مقایسه کنید. در جهت که مخالف یکدیگرند، پس هم اندازه و هم جهت آنها را مقایسه کنید. آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟
بله، قرینه یکدیگرند. زیرا هم راستا و هم در خلاف جهت یکدیگرند.
مجموع حرکت این فرد چقدر است؟ صفر، با نشاندن چون عددها قرینه هم می شوند.

۲- با توجه به نیروهای که به جسم وارد می شوند و همچنین بردارهایی که با هم قرینه اند، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می کند. دلیل خود را توضیح دهید. زیرا با توجه به اینکه بردارهای رو به رو قرینه یکدیگرند باعث می شود که جابجایی در آن ها صفر باشد و خنثی گردد.

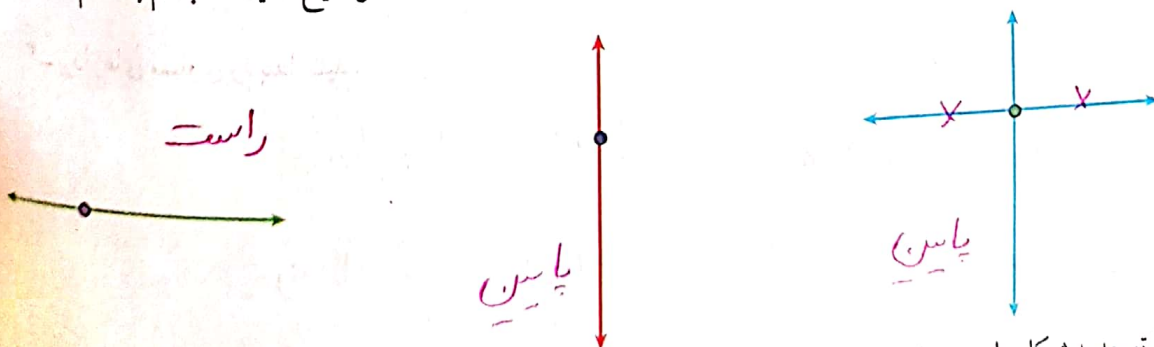


۳- با توجه به نیروهای وارد شده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می کند؟ چرا؟



در جهت جنوب شرقی حرکت دارد زیرا این بردارها با هم قرینه هستند و یکدیگر را خنثی می کنند.

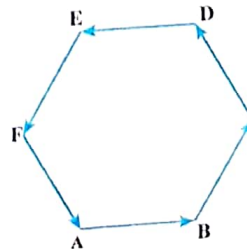
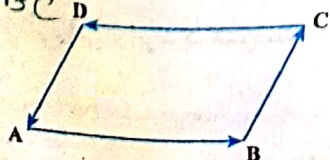
۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت می کند؟



۲- با توجه به شکل های زیر (۶ ضلعی منتظم و متوازی الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.

$$\vec{CD} = -\vec{AB}$$

$$\vec{DA} = -\vec{BC}$$



$$\vec{DE} = -\vec{AB}$$

$$\vec{EF} = -\vec{CD}$$

$$\vec{FA} = -\vec{BC}$$

دهید. چرا جسم روی زمین می ماند و حرکت نمی کند؟ زیرا دویشتو ~~همه~~ را خنثی هستند

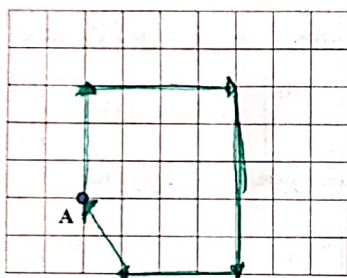


چون رو بقرینه هستند در واقع از طرف سطح زمین هم پنداری

۳. همان اندازه و لیس در خلاف جهت تراش زنی و آرد نشود و باعث ساکن ماندن صمغ شود

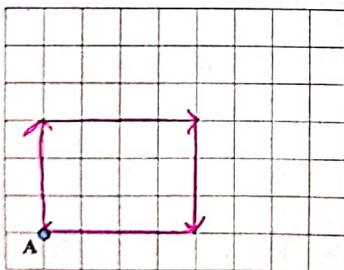
۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها

۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، به نقطهٔ B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد، باید ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر

شخص دیگری از همان نقطه A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود، به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



ب. فقط B میرسد چون ہمدرد فترت یک انزاع حرکت کرده اند

فقط ترتیب حرکت آن ها فروق دارد و بردار و حرکت هر دو متناسب
کلیه بر شود

۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، با چه حرکتی به نقطه A می‌رسد؟ با دو حرکت به سمت شرق

حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود، با چه حرکتی به محل اول خود برمی گردد؟ با دو واحد

۲ و شمال و اهریمن است عزب

۵- قرینہ جہت شمال چہ جہتی است؟ **حبیب**

قرینہ جہت شرق جہ جہتی است؟ عرب

قرینه جهت شمال شرقی چه جهتی است؟ **حبوب غریبی**

۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

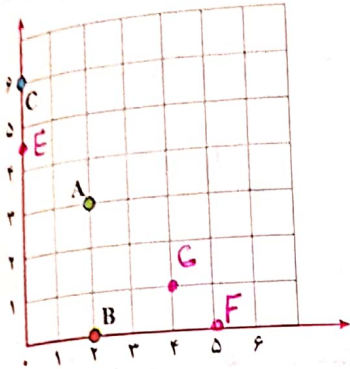
مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

نقاط $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.



۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، محورهای زیر را در جهت های منفی ادامه دادیم تا محورهای مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -3/4 \end{bmatrix}$$

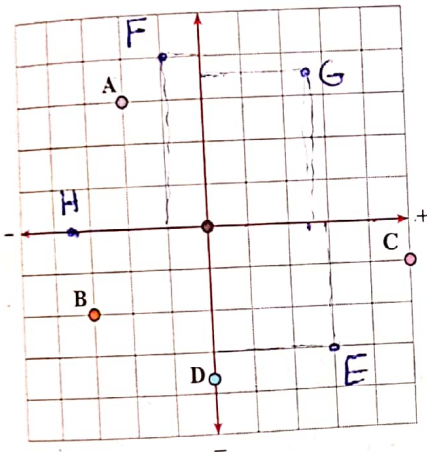
نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

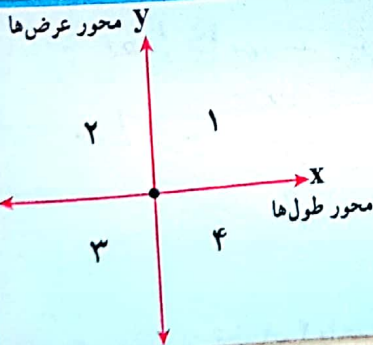
$$F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید



محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۳ و ۲ را نیز مشخص کنید.

با توجه به تصویر روبه رو به سوال های زیر پاسخ دهید:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

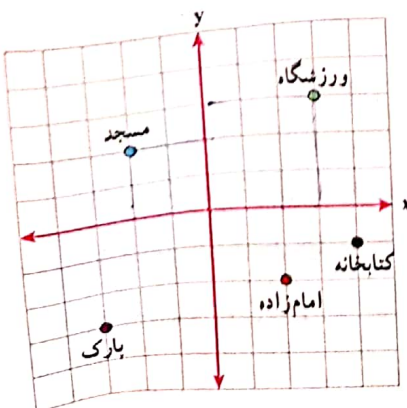
$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

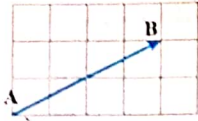
۲- مختصات چه بنایی است؟

۳- مختصات مسجد چیست؟

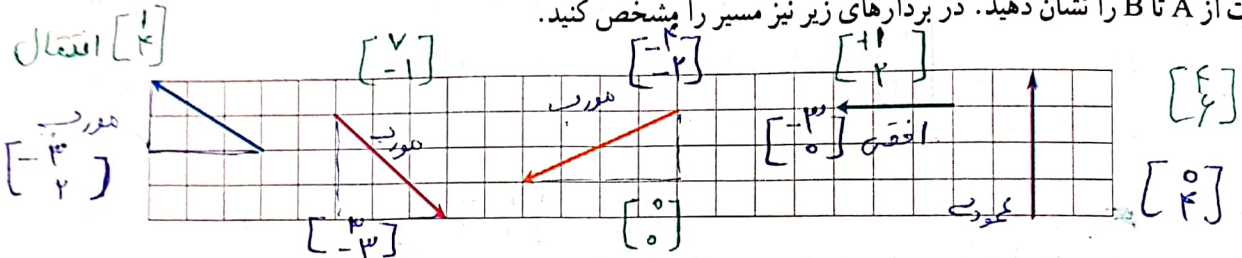
۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟



۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B، با بردار AB نشان داده شده است.

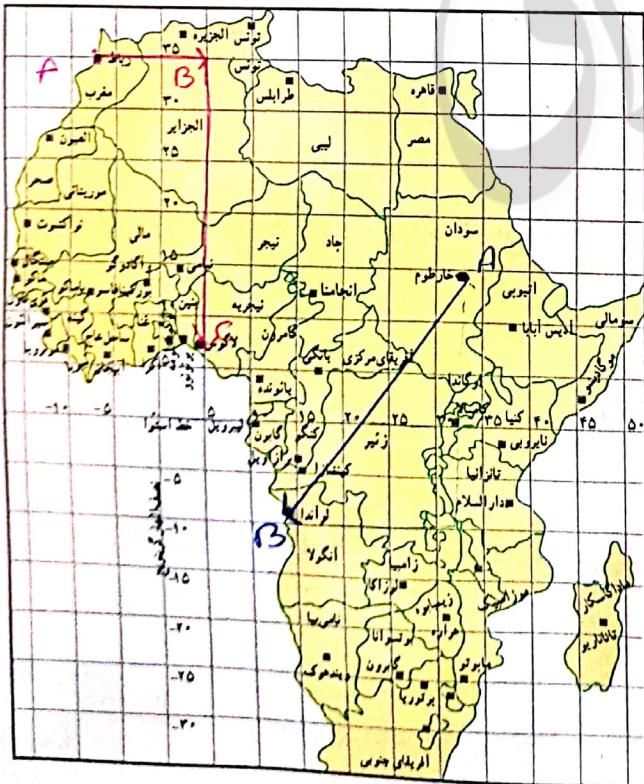


اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم)، مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات بردارهای دیگر را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه، با نصف النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی آن نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در



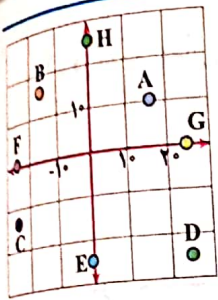
نقشه مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف النهارها (خط‌های عمودی) و نصف النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.
 قاهره: $\begin{bmatrix} 30 \\ 30 \end{bmatrix}$
 دارالسلام: $\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$
 الجزیره: $\begin{bmatrix} 3 \\ 38 \end{bmatrix}$

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید: $\begin{bmatrix} -15 \\ -9 \end{bmatrix}$

۳- از رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟

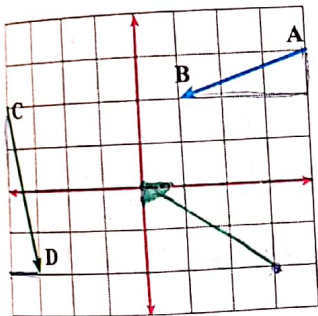
۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۲- بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.

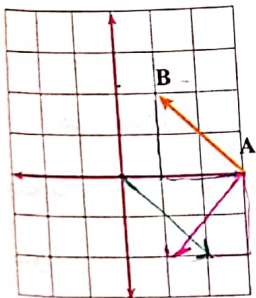


مختصات نقطه انتهای آن را بنویسید. $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

با توجه به شکل، مختصات نقطه ها و بردارهای زیر را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول ها رسم کنید و مختصات قرینه \overline{AB} را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصانش را بنویسید.

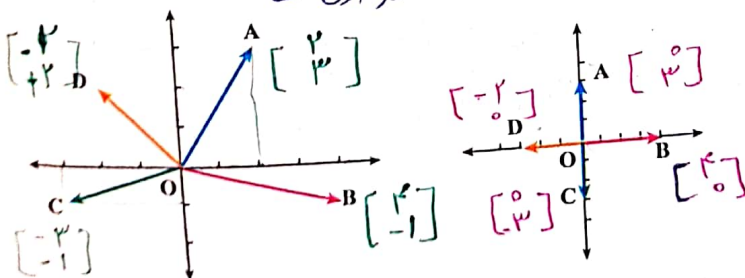


$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{قرینه بردار} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه} \quad \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

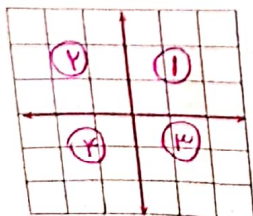
محور طول ها

۴- مختصات بردارها را در شکل های زیر بنویسید.



۵- از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ با بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا به نقطه C برسیم. با چه برداری می توانستیم از A به C حرکت کنیم؟

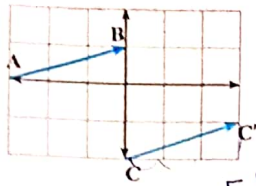
$$\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$



۶- نشان دهید که نقطه های مقابل در کدام ناحیه قرار دارند.

$$A = \begin{bmatrix} -25 \\ 0 \\ -180 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 47 \\ -81 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -141 \\ 282 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$

بردار انتقال

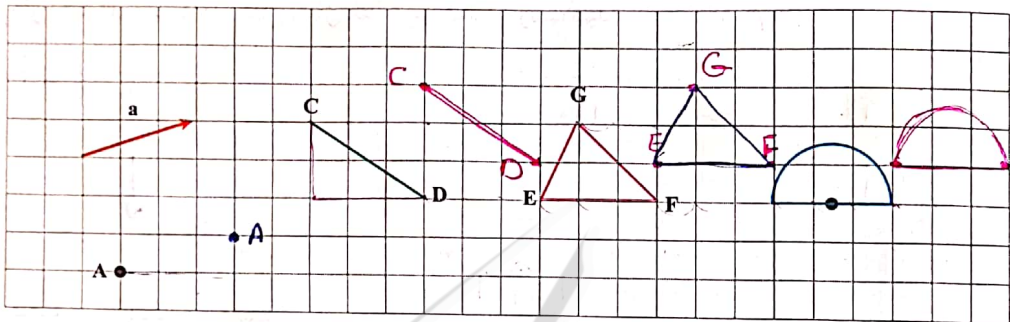


۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید :

۲- واحد در جهت صیب محور x ها و ۱ واحد در جهت میب محور y ها
مختصات بردار AB را بنویسید. $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

۲- هر یک از شکل های زیر را با بردار \vec{a} منتقل کنید (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).

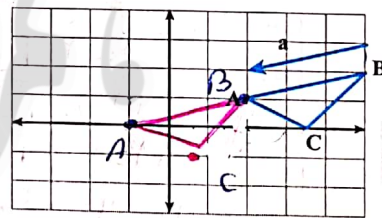


۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \vec{a} انتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس ها را

بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

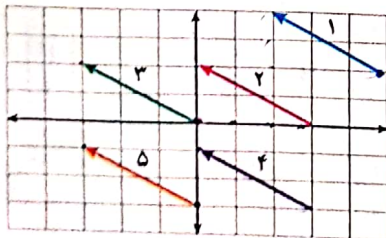
$$A' = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



مختصات بردار انتقال \vec{a} را هم بنویسید: $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ چه رابطه ای بین رأس های مثلث، قبل و بعد انتقال وجود دارد؟

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

چه رابطه ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دیگری دارند.



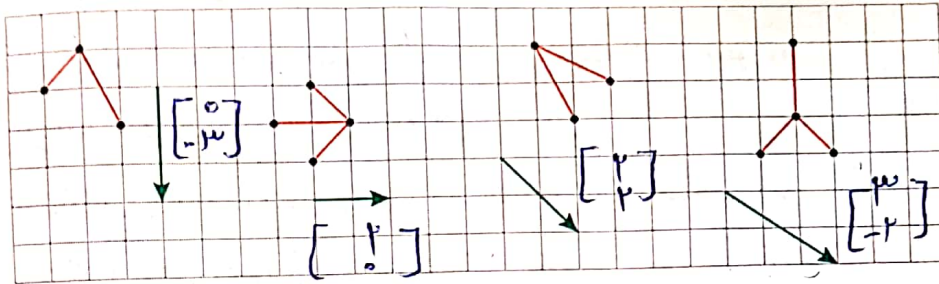
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
مختصات بردار	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$
مختصات انتها	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می توان یک **جمع متناظر** برای بردار نوشت.

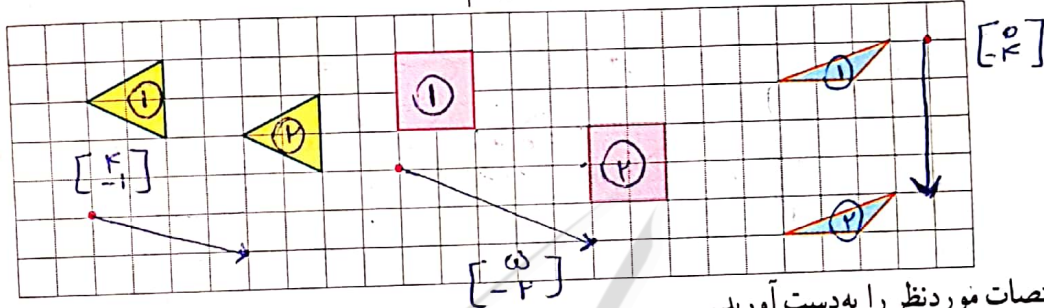
به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد. دو بردار وقتی مساوی هستند

که مؤلفه های اول آنها با هم و مؤلفه های دوم آنها با هم برابر باشند.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر انتقال را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید.



۳- مختصات مورد نظر را به دست آورید.

انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} -2 + x &= 3 \\ 1 + y &= -4 \end{aligned}$$

$$x = 5$$

$$y = -5$$

$$1 + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x - 1 &= 2 \\ y + 2 &= -1 \end{aligned}$$

$$x = 3$$

$$y = -3$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} -4 + 2 &= x \\ 3 - 1 &= -y \end{aligned}$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

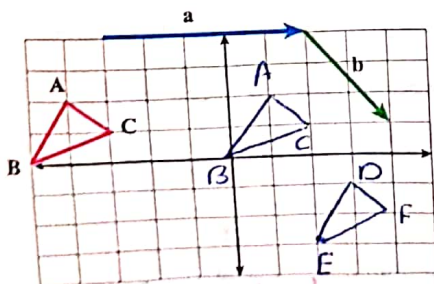
$$\begin{aligned} x - 1 &= 2 \\ y + 2 &= -1 \end{aligned}$$

$$x = 3$$

$$y = -3$$

$$1 + y = -4$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ پیدا کنید.



$$-1 + m = 3$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D, E, F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

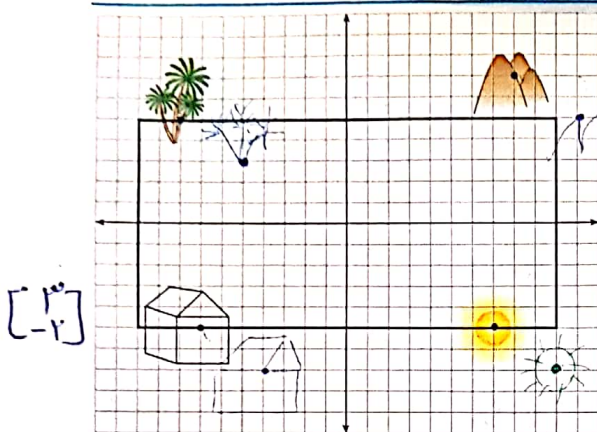
$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

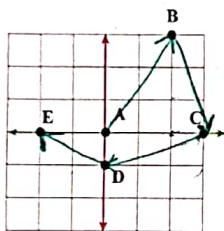
با چه برداری نقاط A, B, C مستقیماً به D, E, F منتقل می شوند؟

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در پیرابند (مصوب فرهنگستان Frame, Cadre) انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید.



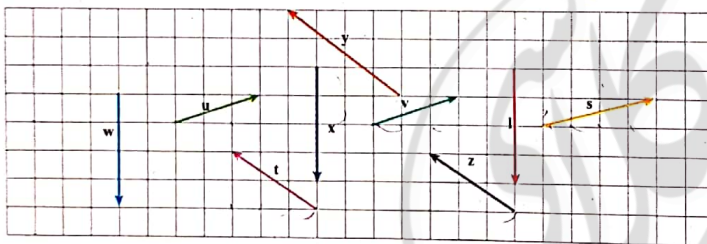
۲- مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.



$$\vec{AB} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{BC} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{CD} \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \vec{DE} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

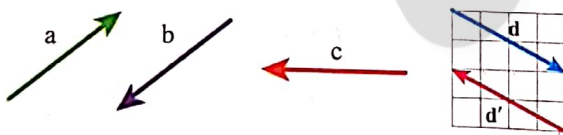
می توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه می گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده، انتقال می دهد.

$$\vec{v} = \vec{u} \quad \vec{i} = \vec{x} = \vec{w} \quad \vec{z} = \vec{t}$$



$$\begin{aligned} \vec{v} &= \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} & \vec{x} &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \vec{i} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix} & \vec{y} &= \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \vec{z} &= \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} & \vec{t} &= \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ & & \vec{u} &= \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} & \vec{w} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.



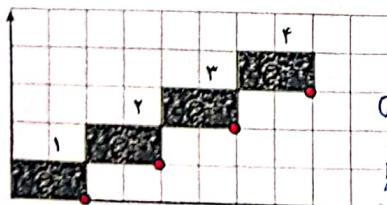
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d}' = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} + \vec{d}' = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۴- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشه ای را که با علامت



مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.

شماره کاشی	۱	۲	۳	۴	A
مختصات نقطه	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2n \\ n-1 \end{bmatrix}$

۵- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه ای به مختصات $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس

۶- در حرکت دوم او مهره اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۷- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم، مختصات نقطه B را به صورت جبری

$$109 \quad \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

بنویسید.

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- بردار
- راستا
- بردار انتقال
- پاره خط جهت‌دار

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار
- مختصات نقطه در صفحه
- بردار انتقال
- جمع متناظر با بردار
- پیدا کردن مختصات بردار
- بردار قرینه و بردار صفر
- ۴ ناحیه محور مختصات
- بردارهای مساوی

برای دانلود گام به گام های دروس دیگری Hamkelasi.ir مراجعه کنید

کاربرد

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

نقطه A را با بردار \overrightarrow{BC} منتقل کنید و مختصات نقطه منتقل شده را بنویسید. بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار \overrightarrow{BC} را پیدا کنید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\vec{A'} = \vec{A} + \vec{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

۲- بردار خواسته شده را رسم کنید:

$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ ابتدا در } \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{بردار } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ ابتدا در } \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



هم کلاسی
Hamkelasi.ir



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

فصل ۹

آمار و احتمال



- جمع آوری و نمایش داده‌ها
- نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها
- احتمال یا اندازه‌گیری شانس
- احتمال و تجربه

جمع آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. برای مثال یک کارشناس هواشناسی با کمک علم‌های آمار و احتمال وضعیت هوا را پیش‌بینی می‌کند.

معلم ورزش یک مدرسه می خواهد برای دانش آموزان کلاس، لباس ورزشی سفارش دهد. او از جواد و محمّد خواست نظر در دانش آموزان را جمع آوری کنند تا رنگ مورد علاقه دانش آموزان کلاس مشخص شود.



جواد رنگ مورد نظر همه دانش آموزان را از آنها پرسید و پاسخ های زیر را دریافت کرد.

سبز، آبی، زرد، زرد، بنفش، زرد، قرمز، زرد، قهوه ای، قهوه ای،
قهوه ای، سبز، زرد، آبی، سبز، بنفش، قرمز، قهوه ای، قهوه ای، آبی، زرد،
سبز، قهوه ای، زرد، زرد، قرمز، زرد، قرمز، قهوه ای، قهوه ای و سبز.

محمّد به روش دیگری اطلاعات را جمع آوری کرد. او ۳ رنگ را تعیین کرد و از همه دانش آموزان خواست یکی از این سه رنگ را انتخاب کنند. او پاسخ های زیر را دریافت کرد.

سبز، قهوه ای، قهوه ای، سبز، زرد، زرد، زرد، سبز، قهوه ای، زرد، سبز، قهوه ای، زرد، سبز،
زرد، زرد، قهوه ای، سبز، زرد، قهوه ای، زرد، سبز، قهوه ای، سبز، زرد، قهوه ای و زرد.
دو روش جمع آوری اطلاعات را با هم مقایسه کنید. ویژگی های مثبت و منفی هر روش را بیان کنید.

علم آمار علم جمع آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنها است. اطلاعات جمع آوری شده را داده های آماری می گویند.

همان طور که می بینید، داده های جمع آوری شده به صورتی نوشته شده اند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها دشوار است. اولین گام این است که آنها را در جدول داده های زیر سازماندهی کنید. با همکاری یکی از دوستانتان چوب خط را مانند نمونه های زیر رسم کنید (یک دانش آموز رنگ ها را بخواند و دانش آموز دیگر برای هر بار خوانده شدن یک رنگ، یک چوب خط رسم کند).

رنگ	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد	۵	۸	۱۱	۱۴	۱۷	۲۰

جدول داده های جمع آوری شده توسط جواد

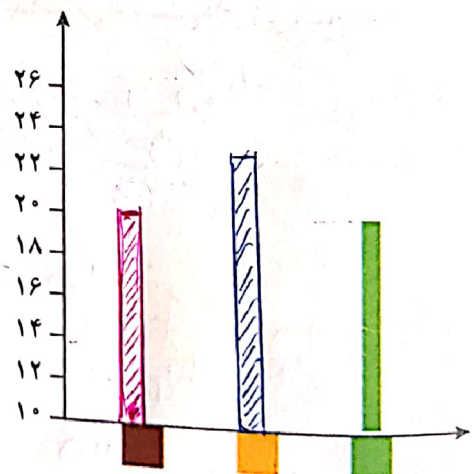
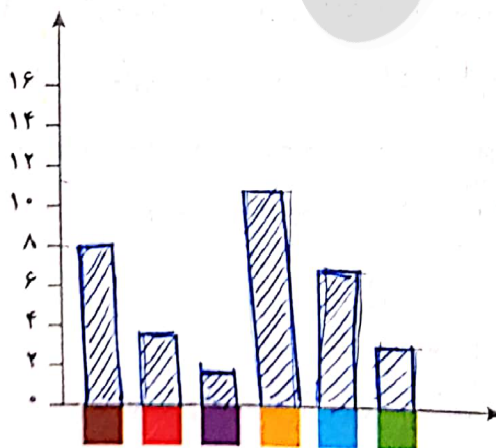
رنگ	تعداد
سبز	۱۰
نارنجی	۱۳
قهوه ای	۱۰

جدول داده های جمع آوری شده توسط محمّد

- ۱- با توجه به جدول ها، معلّم ورزش کدام رنگ را انتخاب می کند؟ زرد
- ۲- چرا آمار رنگ های جدول دوم با جدول اول متفاوت است؟ برای مثال چرا تعداد نظرات در مورد رنگ زرد در دو جدول متفاوت شده است؟

برای مقایسه و بررسی بهتر داده های آماری از انواع نمودارها استفاده می کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که داده های آن جمع آوری شده است و نوع اطلاعات به دست آمده، کارایی دارد. برای مثال نمودار میله ای برای مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به کار می رود. در حال حاضر نرم افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند. آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر است. در ادامه با انواع نمودارها و کاربردهای آنها آشنا می شوید.

معلّم برای اینکه داده های جمع آوری شده را بهتر نمایش دهد، از جواد و محمّد خواست جدول داده های خود را به نمودار میله ای تبدیل کنند. جواد و محمّد هر کدام، مقیاس های مختلفی برای رسم نمودار انتخاب کردند. با توجه به جدول داده هایی که به دست آوردید، نمودارهای آنها را رسم کنید.



نمودار جواد

نمودار محمّد

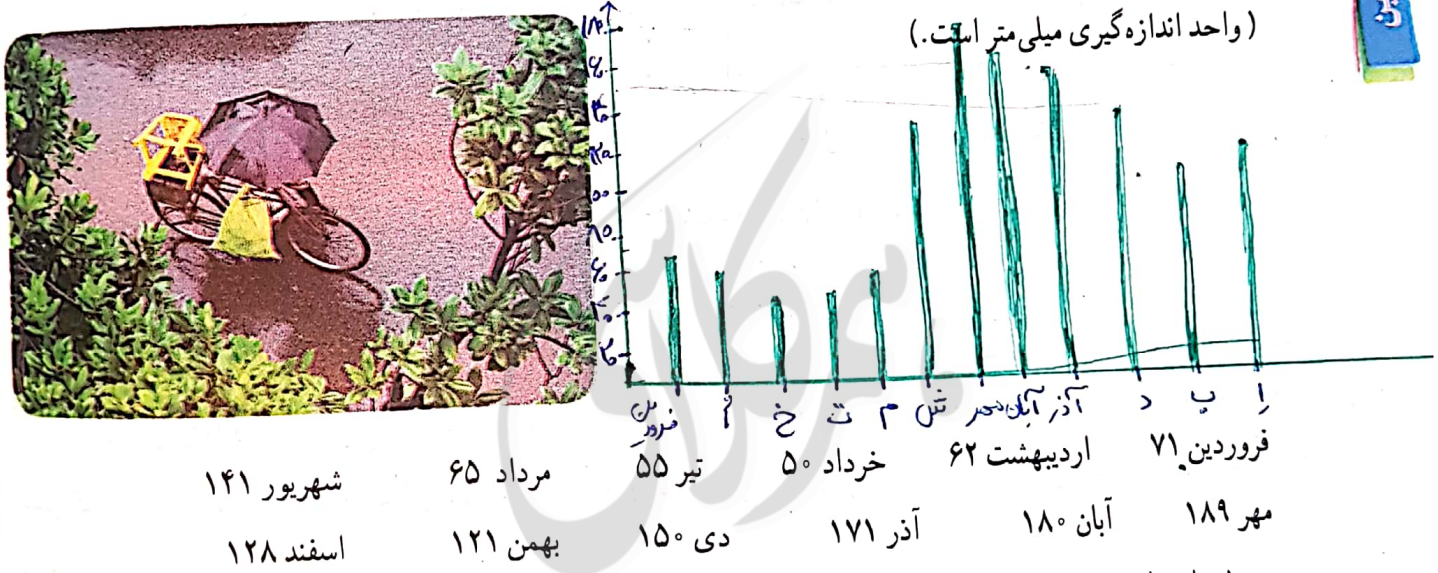
- ۱- این دو نمودار را با هم مقایسه کنید و جنبه های مثبت و منفی هر کدام را بنویسید. در هر دو نمودار، رنگ سبز بیشترین فراوانی را دارد.
- ۲- به نظر شما کدام نمودار اطلاعات دقیق تری را به ما می دهد؟ کدام یک برای مقایسه ساده تر است؟ نمودار محمّد را با نمودار جواد مقایسه کنید.
- ۳- با توجه به نمودارها، کدام رنگ برای لباس ورزشی دانش آموزان انتخاب می شود؟ (زرد)

۴- آیا فکر می کنید دانش آموزان این کلاس از این انتخاب راضی اند؟ *حسین*

۵- چگونه می توان تعداد افرادی را که از این نظرسنجی رضایت دارند، بیشتر کرد؟ *با حذف درس ریاضی از انتخاب*

در کتاب های درسی دیگر خود یا در روزنامه ها و مجله ها جست و جو کنید و نمودارهای آماری را پیدا کنید. هر دانش آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و درباره آن توضیح دهد و بگوید که از مشاهده این نمودار چه چیزی فهمیده است.

۱- میزان بارندگی در شهر رشت طی یک سال در هر ماه به شرح زیر بوده است.



جدول داده ها و نمودار ستونی آن را با انتخاب مقیاس مناسب رسم کنید؛ سپس به پرسش های زیر پاسخ دهید.

(الف) میزان بارندگی در یک ماه یعنی چه؟ *مجموع بارندگی ها در روزهای مختلف در یک ماه*

(ب) بیشترین و کمترین مقدار بارندگی در چه ماه هایی بوده است؟ *بیشتر: آذر، کمترین: خرداد*

(ج) پرباران ترین فصل شامل چه ماه هایی است؟ *مهر، آبان، آذر*

(د) در کدام ماه ها وضعیت هوا برای کارهای ساختمانی مناسب تر است؟ *خرداد - تیر - مرداد*

(ه) در چه ماه هایی بارندگی بیشتر از ۱۴۰ میلی متر بوده است؟ *مهر - دی - آبان - آذر*

(و) میانگین ماهانه بارندگی این سال در شهر رشت چقدر است؟ *۲۵ - ۱۱۵*



برای دانلود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

۲- اگر بخواهید مهم ترین موضوع های درسی ریاضی در کتاب پایه هفتم را بدانید و به ترتیب اهمیت، آنها را مرتب کنید، آمار و اطلاعات را چگونه و با چه روشی جمع آوری می کنید؟ چه چیزی معیار اهمیت یک موضوع است؟ *ابتدا مسرخص ها را امتحان می کنیم و دو ناسه ملاک هفتم را جدا می کنیم و از آن ها نظرسنجی می کنیم و براساس درصد*

۱۱۴ *میانگین آن ها را می دانستیم. می دانیم از در هر یک کدامش بیشترین، زیاد - متوسط - کم و چند*

نمودارها و

برای دالود گام به گام های دروس دیگر به Hamkelasi.ir مراجعه کنید

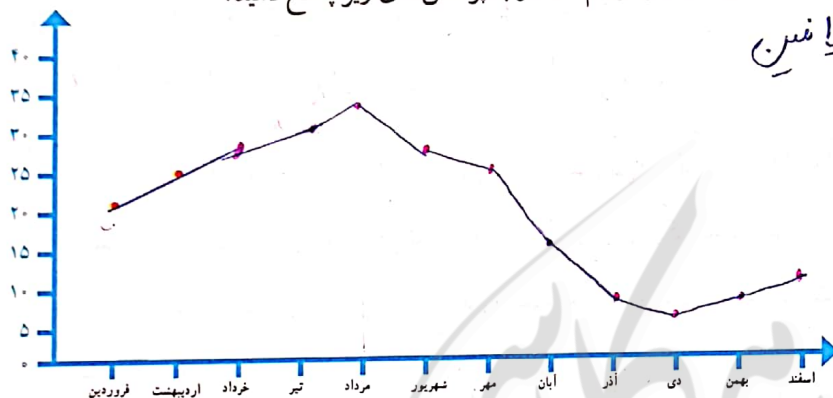
میانگین دمای هوای یزد در ۱۲ ماه یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۸	۱۰	۱۲

مقدار میانگین دما در هر ماه را روی شکل زیر مانند نمونه با یک نقطه نشان دهید.

با وصل کردن این نقطه ها به هم، نمودار خط شکسته این مسئله را رسم کنید و به پرسش های زیر پاسخ دهید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{جمع کل}}{\text{تعداد}} = \frac{۲۴۷}{۱۲} = ۲۰٫۵۸$$



۱- معنای میانگین دمای ماهانه چیست؟

۲- نمودار خط شکسته چه چیزی را بهتر از جدول داده ها نشان می دهد؟

۳- گرم ترین و سرد ترین ماه را در این شهر پیدا کنید. مرداد، دی

۴- بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه پشت سر هم بوده است؟

۵- میانگین دمای این دوازده ماه را به دست آورید.

$$۲۴۷ \div ۱۲ = ۲۰٫۵۸$$

در آذر سرد ترین است = دی

در آذر سرد ترین است = دی

نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرات کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع هایی که تغییرات اهمیت دارد، از این نمودار

استفاده می شود. برای نمونه تغییرات در بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و... را با این نمودار نشان می دهند.

گاهی وقت ها به جای داده های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می کنیم. در برنامه ریزی های کلان به عددهای واقعی


و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می کنند؛ یعنی مقدار کمتر از

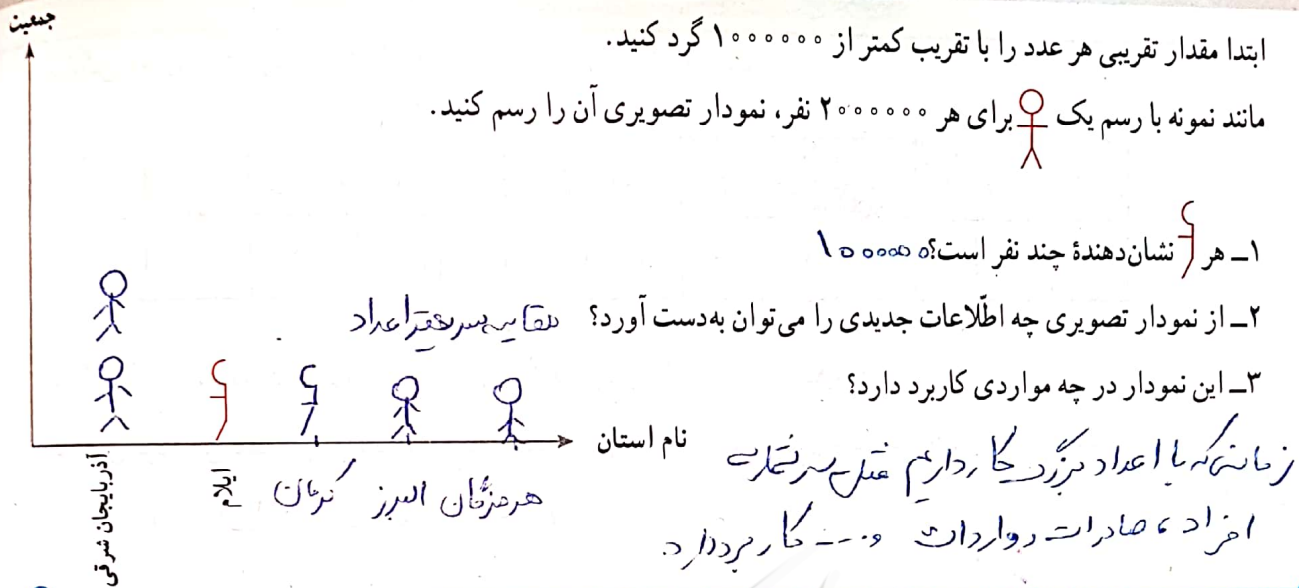
۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در این بررسی اهمیت ندارد.

در جدول زیر جمعیت برخی از استان های کشور در یکی از سال های گذشته آمده است.

استان	آذربایجان شرقی	البرز	خراسان شمالی	هرمزگان	ایلام
جمعیت	۳۷۲۴۶۲۰	۲۴۱۲۵۱۳	۸۶۷۷۲۷	۱۵۷۸۱۸۳	۵۵۷۵۹۹
مقدار تقریبی	۴۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰

ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.

مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۲۰۰۰۰۰۰ نفر، نمودار تصویری آن را رسم کنید.



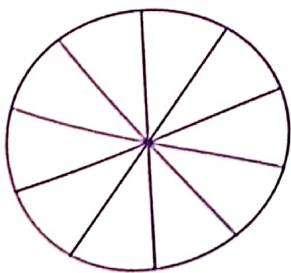
بعضی از داده ها و اطلاعات جمع آوری شده نشان می دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش های کوچک تر تقسیم شده است. در این موارد می توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد. در نمودار دایره ای به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه کرده و سپس روی نمودار نمایش می دهند.

چرا بعد از محاسبه درصد ممکن است نیاز باشد از عددهای تقریبی استفاده کنیم؟ *چون تقسیم کردن دایره به هشت قسمت کار دشواری است.*

۸۳٪ را با کسری با مخرج ۱۰ تقریب بزنید.

در مدرسه راهنمایی شهید مؤذن پور تعداد کتاب هایی که دانش آموزان امانت گرفته اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر به دست آمده است. جدول داده ها را کامل کنید. با توجه به کسره های با مخرج ۱۰، نمودار دایره ای را کامل کنید.

فنایت



نوع کتاب	مذهبی	داستانی	علمی	کمک درسی	سایر موارد
تعداد	۳۹۰	۲۱۰	۸۱۰	۴۰۰	۱۹۰
درصد تقریبی	۲۰٪	۱۰٪	۴۰٪	۲۰٪	۱۰٪
کسر تقریبی با مخرج ۱۰	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

۱- چگونه درصد مربوط به هر نوع کتاب را به دست می آورید؟

۲- با توجه به نمودار، دانش آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟

۳- اگر مسئول کتابخانه بخواهد کتاب های جدیدی برای مدرسه بخرد، باید به کدام نوع کتاب بیشتر توجه کند؟ چرا؟

۴- اگر اطلاعات دیگری از کتابخانه این مدرسه داشتید، تفسیر و توصیف بهتری از نتیجه نمودار بالا به دست می آوردید؟

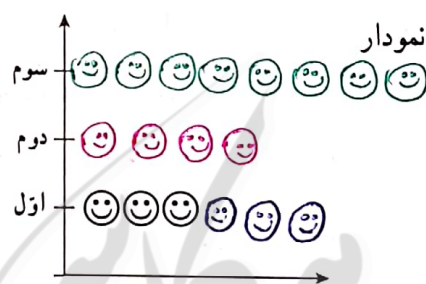
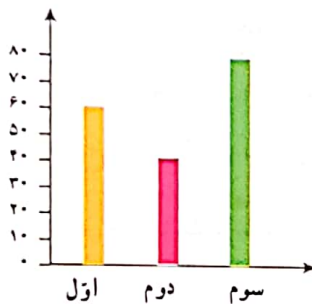
تعداد	چوب خط	شماره کفش
۶	////	۳۶
۷	////	۳۷
۸	////	۳۸
۵	////	۳۹
۶	////	۴۰
۳	///	۴۱
۵	////	۴۲
۳	///	۴۳

۱- جدول روبه رو تعداد و شماره کفش ساکنان یک ساختمان را نشان می دهد.

اگر در یک مغازه فقط کفش های کوچک تر از شماره ۴۰ فروخته شود، چند نفر از ساکنان این ساختمان می توانند از این مغازه کفش بخرند؟

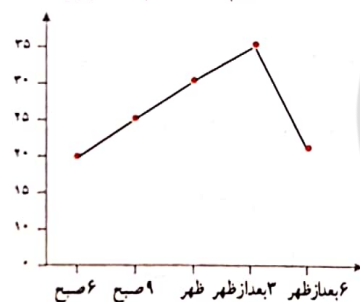
$$4 + 7 + 8 + 5 = 24$$

۲- تعداد دانش آموزان پایه اول، دوم و سوم دبستان یک مدرسه در نمودار زیر نشان داده شده است.



هر ۱۰ دانش آموز را با یک نشان داده و نمودار

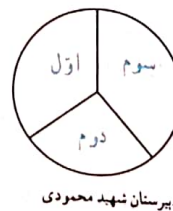
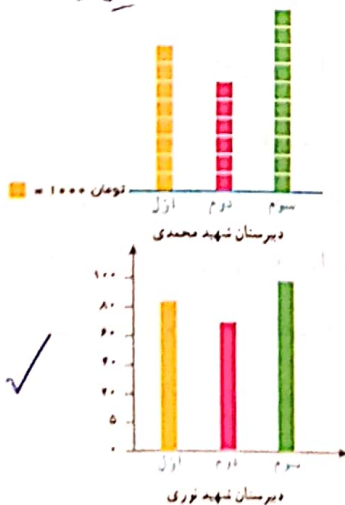
۳- با توجه به نمودار، جدول داده ها را کامل کنید.



زمان	۶ صبح	۹ صبح	ظهر	۳ بعد از ظهر	۶ بعد از ظهر
درجه حرارت	۲۰ درجه	۲۵ درجه	۳۰ درجه	۳۵ درجه	۲۰ درجه

با توجه به نمودار تغییرهای دما را توصیف کنید.

تغییر دما بین کدام ساعت ها بیشتر بوده است؟ فکر می کنید این نمودار مربوط به کدام فصل سال است؟ چرا؟ در اول یا اواخر تابستان؟

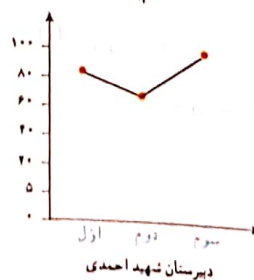


۴- دانش آموزان اول تا سوم چند دبیرستان

بولی را که برای جشن نیکوکاری جمع آوری کرده اند،

با ۴ نمودار مختلف نشان داده اند. کدام نمودار برای

این موضوع مناسب تر است؟ چرا؟ نمودار میله ای
برای این که اندازه سبک تر دارد.



کدام اتفاق ها از میان موارد زیر حتماً رخ می دهند؟ کدام ها ممکن نیست رخ دهند؟ کدام موارد ممکن است اتفاق بیفتند؛ ولی حتمی نیستند؟



(الف) بلافاصله بعد از ماه فروردین، ماه خرداد باشد. ۲

(ب) امروز تولد یکی از همکلاسی هایمان باشد. ۳

(ج) تولد شما در این ماه باشد. ۲

(د) یک تاس بیندازید، عددی بزرگ تر از ۷ بیاید. ۲

(ه) یک تاس بیندازید، عددی زوج بیاید. ۳

(و) یک تاس بیندازید، عددی کوچک تر از ۷ بیاید. ۳

(ز) بدون نگاه کردن به رنگ مهره ها، یک مهره از کیسه روبه رو بیرون بیاورید که آبی باشد. ۳

پاسخ هایمان را با دوستانمان مقایسه کنید. در کدام موارد همه پاسخ یکسانی داده اید؟ در کدام موارد پاسخ هایمان با هم فرق می کند؟

برای هر عبارت گزینه مناسب را انتخاب کنید. در مورد دلیل انتخاب خود با هم کلاسی هایمان گفت و گو کنید.

حتمی است ممکن است اما حتمی نیست غیر ممکن است

<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

(الف) تیم ملی فوتبال ایران در اولین بازی بعدی خود پیروز شود.

(ب) مجموع دو عدد، عددی زوج باشد.

(ج) اگر بذر گندم بکاریم، جو سبز شود.

(د) اگر توبی را به سمت بالا بیندازیم به پایین برگردد.

(ه) اگر توبی را به سمت حلقه بسکتبال بیندازیم، گل شود.

(و) اگر سکه ای را به هوا پرتاب کنیم، به پشت روی زمین می افتد.

۱- وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ یا سکه رو می آید

یا پشت، این دو حالت مشابه هم اند.



در هر یک از موارد زیر همه حالت های مشابهی را که ممکن است اتفاق بیفتد، بنویسید.

(الف) تاس می اندازیم. احتمال زوج یا فرد یا عدد اول بدون احتمال دارد یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ یا ۱۰

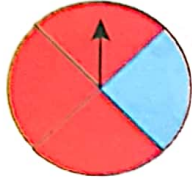


(ب) یک مهره را به طور تصادفی از کیسه ای که سه مهره به رنگ های سبز، زرد و آبی دارد، بیرون می آوریم.



(ج) عقربه چرخنده روبه رو را می چرخانیم. احتمال ۳ رو یا ۴ رو یا ۵ رو یا ۶ رو یا ۷ رو یا ۸ رو یا ۹ رو یا ۱۰ رو

۲- وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد: یا سکه رو می آید یا پشت. چون این دو حالت مشابه اند، شانس رو آمدن سکه با شانس پشت آمدن آن برابر است. در کدام یک از موارد زیر شانس رخ دادن دو اتفاق با هم برابر است؟



الف) تاس می اندازیم، عدد \square بیاید. $\left\{ \begin{array}{l} \text{تاس می اندازیم، عدد } \square \text{ بیاید.} \\ \text{تاس می اندازیم، عدد } \square \text{ بیاید.} \end{array} \right.$

ب) عقربه چرخنده روبه رو را می چرخانیم، روی آبی بایستد. $\left[\begin{array}{l} \text{عقربه چرخنده روبه رو را می چرخانیم، روی قرمز بایستد.} \\ \text{عقربه چرخنده روبه رو را می چرخانیم، روی قرمز بایستد.} \end{array} \right.$

وقتی یک سکه را می اندازیم، دو حالت **هم شانس** ممکن است اتفاق بیفتد، یا سکه رو می آید یا پشت و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، سکه رو می آید؛ پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{1}{2}$ است. به این ترتیب برای بیان اندازه **شانس** رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کرده ایم که **احتمال** رخ دادن آن اتفاق نامیده می شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را به دست آوریم، ابتدا همه حالت های ممکن را می یابیم، سپس حالت های مورد نظر را از میان حالت های ممکن پیدا می کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق مورد نظر برابر است با نسبت تعداد حالت های مورد نظر به تعداد حالت های ممکن؛ بنابراین:

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد حالت های ممکن}}$$

۱- احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنید. توضیح دهید صورت و مخرج هر کسر را چگونه پیدا کرده اید.



الف) تاس می اندازیم، عددی زوج بیاید. $\frac{2}{6}$
ب) تاس می اندازیم، عددی بخش پذیر بر ۳ بیاید. $\frac{2}{6}$
ج) عقربه چرخنده مقابل روی سبز قرار بگیرد. $\frac{1}{4}$
د) عقربه چرخنده مقابل روی قرمز قرار بگیرد. $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

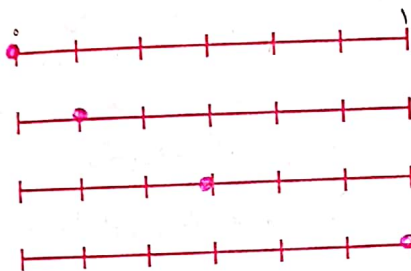
۲- چرا احتمال رخ دادن یک اتفاق، صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است؟

الف) صفر بودن احتمال به چه معناست؟ $\left[\begin{array}{l} \text{تعداد حالت های مطلوب} \\ \text{تعداد حالت های ممکن} \end{array} \right.$

ب) یک بودن احتمال به چه معناست؟ $\left[\begin{array}{l} \text{تعداد حالت های مطلوب} \\ \text{تعداد حالت های ممکن} \end{array} \right.$

۱- برای هریک از موارد زیر یک مثال بنویسید.

- (الف) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد. *امروز تولد من باشد.*
 (ب) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{4}$ باشد. *احتمال یشت یا روان شدن نسک.*
 (ج) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن یک باشد. *خردا امتحان ندارم.*
 ۲- احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی پاره خط مقابل آن مشخص کنید.

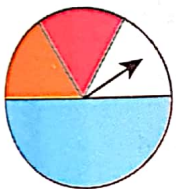


(الف) تاس می اندازیم، عدد ۹ بیاید.

(ب) تاس می اندازیم، عدد $\frac{1}{4}$ بیاید.

(ج) تاس می اندازیم، عددی زوج بیاید.

(د) تاس می اندازیم، عددی کوچک تر از ۷ بیاید.



۳- احتمال ایستادن عقربه چرخنده مقابل روی رنگ قرمز را حساب کنید. $\frac{1}{4}$

۴- در هر کیسه فقط یک مهره سیاه وجود دارد و بقیه مهره ها سفیدند. از هر کیسه یک مهره را به صورت تصادفی بیرون می آوریم. احتمال بیرون آمدن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ چرا؟



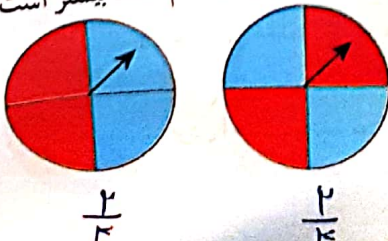
کیسه ای که مهره دارد زیرا تعداد مهره ها در آن کمتر است از بقیه کیسه ها و پیدا کردن مهره سیاه بیشتر است.

۵- با قرار دادن علامت $>$ یا $=$ یا $<$ احتمال وقوع اتفاق ها را با هم مقایسه کنید.

تاس ۱ یا ۲ بیاید $<$ تاس ۳ بیاید. $\frac{1}{6}$
 تاس عددی کمتر از ۴ بیاید $<$ تاس ۴ یا ۵ بیاید. $\frac{2}{6}$

۶- در شکل زیر دو هدف تیراندازی می بینید.

یک تیر به سمت هریک از این هدف ها پرتاب می کنیم، فکر می کنید احتمال خوردن تیر به رنگ قرمز در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟





احتمال خوردن تیر در هر دو هدف در رنگ قرمز برابر است.

۱- محسن می خواهد یک سکه بیندازد، سکه رو می آید یا پشت؟

او سکه را انداخت. سکه رو آمد. اگر دوباره سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟

محسن سه بار سکه را انداخت و هر سه بار رو آمد. اگر یک بار دیگر سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟

۲- شما هم تجربه کنید! یک سکه بردارید، آن را ۱۰ بار بیندازید و در هر آزمایش، وضعیت سکه را با رسم چوب خط، در جدول مقابل یادداشت کنید.

	
####	///

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟ (۵)

نسبت تعداد رو آمدن سکه به تعداد کل آزمایش ها را با توجه به جدول خودتان،

به صورت یک کسر بنویسید.

کسران را با کسرهای به دست آمده در کلاس مقایسه کنید. آیا کسرها با هم مساوی

هستند؟

۱- در یک کیسه ۱ مهره قرمز و ۲ مهره آبی قرار دهید. یک مهره را به صورت تصادفی از کیسه بیرون بیاورید و رنگ آن را

یادداشت کنید. مهره را دوباره درون کیسه قرار دهید. این آزمایش را ۹ بار دیگر هم انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ مهره										

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟

در چه کسری از آزمایش ها مهره قرمز از کیسه بیرون آمد؟

در چه کسری مهره آبی؟

حاصل جمع این دو کسر را حساب کنید.

پاسخ ها را با دوستانتان مقایسه کنید. چه تفاوت ها و شباهت هایی مشاهده

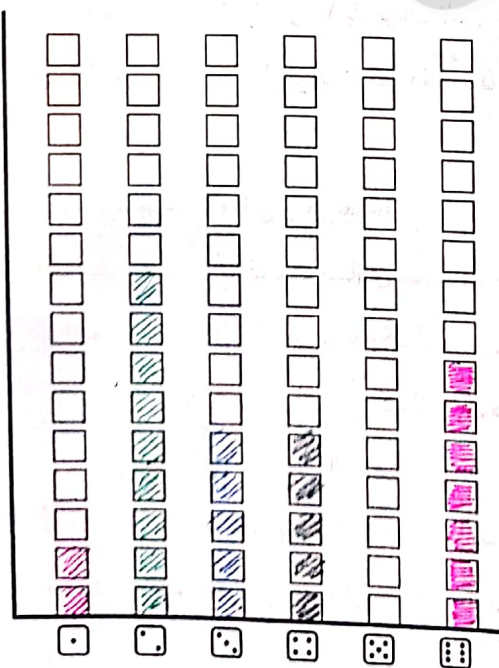
می کنید؟

۲- یک تاس را ۳۰ بار بیندازید و عدد روی تاس را در نمودار مقابل ثبت

کنید.

با سخنان را با دوستانتان مقایسه کنید.

آیا در ۳۰ آزمایش انجام شده، هر عدد دقیقاً ۵ بار مشاهده شد؟





۱- در فعالیت صفحه قبل هریک، ۱۰ بار سکه را پرتاب کردید و نتیجه آزمایش‌ها را یادداشت کردید. اکنون نتایج به دست آمده در کل کلاس را با هم جمع کنید و در جدول روبه‌رو بنویسید. (مثلاً اگر ۳۰ دانش‌آموز در کلاس شما باشند، نتایج ۳۰۰ آزمایش در جدول می‌آید.)

تعداد کل آزمایش‌ها را به دست آورید. ۳۱۰

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه رو آمده است؟ $\frac{3}{10}$

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه پشت آمده است؟ $\frac{7}{10}$

$$\frac{151}{210} = \frac{151}{210}$$

۲- عبارت زیر را بخوانید و درباره آن گفت‌وگو کنید.

«وقتی می‌گوییم در آزمایش پرتاب سکه، احتمال رو آمدن $\frac{1}{2}$ است؛ یعنی انتظار داریم در تعداد زیاد آزمایش‌ها، تقریباً در $\frac{1}{2}$ موارد سکه رو بیاید».

۳- الف) آیا همیشه در ۲۰ بار پرتاب سکه، دقیقاً ۱۰ بار سکه رو می‌آید؟ *خیر برابر است و مشخص نیست*

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب سکه، تعداد رو آمدن‌ها تقریباً چند بار باشد؟ *۵۰۰ بار*

ج) آیا ممکن است در ۵۰۰ بار پرتاب یک سکه، ۴۰۰ بار سکه پشت بیاید؟ *ممکن است*

د) ۵۰۰ بار سکه‌ای را انداخته‌ایم، ۴۰۰ بار پشت آمده است. در مورد سالم بودن این سکه چه نظری دارید؟ *نه*

۱- الف) آیا ممکن است در ۱۰ بار پرتاب تاس، عدد ۶ نیاید؟ *بله*

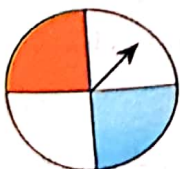
ب) آیا همیشه در ۳۰۰ بار پرتاب سکه، دقیقاً ۵۰ بار هریک از عددها دیده می‌شوند؟ *خیر*

۲- عقربه چرخنده مقابل را می‌چرخانیم.

الف) چرخنده به چند قسمت مساوی تقسیم شده است؟ ۴

ب) احتمال ایستادن عقربه روی هریک از قسمت‌ها چقدر است؟

ج) احتمال ایستادن عقربه روی هریک از رنگ‌ها را محاسبه کنید.



$$\text{احتمال نارنجی} = \frac{1}{4}$$

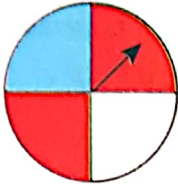
$$\text{احتمال آبی} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال سفید} = \frac{1}{2}$$

د) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی هر قسمت قرار بگیرد؟ *نارنجی: $400 \times \frac{1}{4} = 100$*

ه) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی رنگ سفید قرار بگیرد؟ *سفید: $400 \times \frac{1}{2} = 200$*

۱- عقربه چرخنده رو به رو را می چرخانیم، احتمال ایستادن عقربه روی کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ *قرمز*



زیر مقدار سبز دارد. $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

۲- در یک کیسه ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز قرار داده ایم.

یک مهره را به طور تصادفی بیرون می آوریم؛ رنگ آن را یادداشت می کنیم و به کیسه برمی گردانیم. می خواهیم این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهیم.

آیا می توانیم پیش از انجام کار، مشخص کنیم که در چه کسری از آزمایش ها مهره آبی بیرون می آید؟ چرا؟ *خیر زیرا تصادفی است و اندازه آزمایش محدود باشد.*

۳- یک تاس را بیست بار پرتاب کرده ایم و نتیجه آزمایش ها را در جدول یادداشت کرده ایم:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
عدد تاس	۱	۲	۱	۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

① = $\frac{2}{20}$ ② = $\frac{4}{20}$ ③ = $\frac{4}{20}$ ④ = $\frac{4}{20}$

هر یک از عددهای روی تاس، در چه کسری از آزمایش ها آمده است؟

آیا می توانید بدون محاسبه، حاصل جمع این کسرها را به دست آورید؟ چگونه؟

⑤ = $\frac{5}{20}$ ⑥ = $\frac{1}{20}$

$\frac{20}{20}$ می شود زیرا ۲۰ بار آزمایش انجام شده است.

بار $1000 \times \frac{2}{20} = 100$

۴- الف) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار ۱ بیاید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار عددی زوج بیاید؟

$1000 \times \frac{1}{6} = 166.67$ $\frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{1}{20} = \frac{9}{20} = \frac{1}{4}$

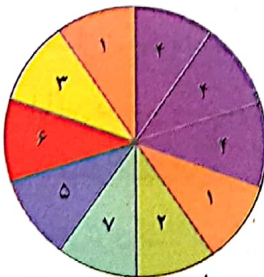
۵- چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید برابر صفر باشد،

یعنی ایستادن عقربه روی رنگ سفید، غیر ممکن باشد.



۶- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم.

الف) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از عددها را محاسبه کنید.



احتمال ۱ = $\frac{2}{10}$

احتمال ۲ = $\frac{1}{10}$

احتمال ۳ = $\frac{1}{10}$

احتمال ۵ = $\frac{1}{10}$

احتمال ۶ = $\frac{1}{10}$

احتمال ۷ = $\frac{1}{10}$

بار $1000 \times \frac{1}{10} = 100$

ب) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۳ قرار بگیرد؟

ج) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۴ قرار بگیرد؟

$1000 \times \frac{4}{10} = 400$

$\frac{4}{10} = 0.4$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- آمار
- جمع‌آوری داده
- نمونه‌گیری
- اتفاق‌های هم‌شانس
- احتمال

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- سازماندهی داده‌ها در جدول
- رسم نمودار ستونی
- رسم نمودار خط شکسته
- رسم نمودار تصویری
- کاربرد هریک از نمودارها در مسائل مختلف
- انتخاب نمودار مناسب برای موضوع موردنظر
- تشخیص حتمی، ممکن یا غیرممکن بودن یک اتفاق
- پیدا کردن احتمال رخ دادن یک اتفاق
- آزمایش و ثبت نتایج مربوط به یک اتفاق تصادفی
- مقایسه احتمال رخ دادن یک اتفاق با نتایج آزمایش‌ها

کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره، کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادها از جمله بارندگی، سیل، بارش برف و... را پیش‌بینی کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید. یک تاس را ۱۰ بار بیندازید و نسبت تعداد دفعاتی را که عدد زوج آمده، به تعداد کل آزمایش‌ها، پیدا کنید و با یک کسر نمایش دهید.

احتمال زوج آمدن $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \times 10 = \frac{10}{2} = 5$$

احتمال زوج بودن عدد روی تاس را محاسبه کنید و با یک کسر نمایش دهید.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

آیا این دو کسر همیشه با هم برابرند؟ $\frac{3}{6}$

آیا ممکن است این دو کسر با هم برابر باشند؟ بله

آیا می‌توان گفت که وقتی تعداد آزمایش‌ها زیاد می‌شوند، انتظار داریم که این دو کسر تقریباً برابر شوند؟ بله