



هم کلاسی  
[Hamkelasi.ir](http://Hamkelasi.ir)

## فصل دوم

### مثلثات

نسبت های مثلثاتی ✓

دایره مثلثاتی ✓

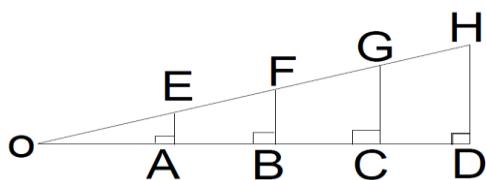
روابط بین نسبتهاي مثلثاتي ✓

آ❖

## نسبت های مثلثاتی

### ❖ آشنایی با نسبت های مثلثاتی

- سینوس
- کسینوس
- تانژانت
- کتانژانت



به شکل مقابل نگاه کن! بگو خب که چی! یه خط کش بردار و با من بیا .....

زاویه دلخواه  $O$  را در نظر بگیر، روی یه ضلع اون نقطه دلخواهی مثل  $A$  را درنظر بگیر و از اون خطی عمود خارج کن تا ضلع دیگر را در قطع کند. به همین ترتیب نقاط دلخواه دیگه ای مثل  $B, C, D$  انتخاب کن و همون کارهای قبلی را انجام بد. حالا اندازه پاره خط های روی شکل را به دست بیار خب میدونم به دست نمیاری من به جات به دست آوردم. حالا به تساوی های زیر دقت کن. همانطور که میبینی این تساوی ها ربطی به جای قرار گرفتن  $A, B, C, D$  ندارد....پس هر کدام شایسته نامی برای خود هستن.

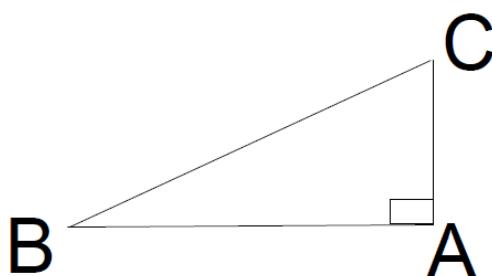
1.  $\frac{AE}{OE} = \frac{BF}{OF} = \frac{CG}{OG} = \dots$
2.  $\frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OF} = \frac{OC}{OG} = \dots$
3.  $\frac{AE}{OA} = \frac{BF}{OB} = \frac{CG}{OC} = \dots$
4.  $\frac{OA}{AE} = \frac{OB}{BF} = \frac{OC}{CG} = \dots$

خب حالا به هر کدام از این نسبت ها یه اسم اختصاص میدیم. در هر تساوی مقدار کسر ها با هم برابرند ولی خب مقدار این کسر ها به اندازه زاویه  $O$  بستگی داره. خب حالا به کسر های اول اسم سینوس را میدیم و به صورت  $\sin O$  نشون میدیم. کسر های دوم را با اسم کسینوس نام گذاری می کنیم و به صورت  $\cos O$  نشون میدیم. کسر های سوم را با اسم تانزانت نام گذاری می کنیم و به صورت  $\tan O$  نشان میدیم. در پایان کسر های چهارم را با کتانزانت نام گذاری می کنیم و به صورت  $\cot O$  نشون میدیم.

حالا برای اینکه به کم مطلب را جمع و جور کنیم، یکی از اون مثلث های قائم الزاویه را در نظر میگیریم و مطالب را به صورت زیر خلاصه می کنیم. در اینجا زاویه  $B$  به جای زاویه  $O$  در شکل بالاست.

$$1. \sin B = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



$$2. \cos B = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$3. \tan B = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

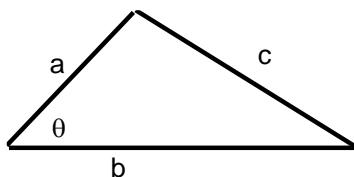
$$4. \cot B = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

## ❖ جدول زیر را یاد بگیر

	0	30	45	60	90	180	270	360
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعريف نشده	0	تعريف نشده	0
cot	تعريف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	تعريف نشده	0	تعريف نشده

❖ یه رابطه خوب برای تعیین مساحت یه مثلث با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها :

$$\star S = \frac{ab \sin \theta}{2}$$



❖ در هر مثلث داریم :

$$\bullet \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

تکمیل

1. یک مربع رسم کرده و با رسم یک قطر آن اندازه نسبت های مثلثاتی زاویه ۴۵ را بیابید.

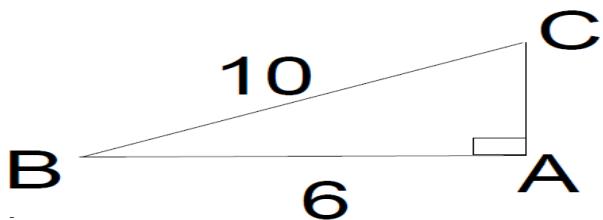
شما می توانید با عضویت در کanal ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید

۲. مقدار عددی عبارت های زیر را بباید.

a)  $\sin^2 60 + \cos^2 60 = ?$

b)  $1 + \sin 30 + \cos^2 45 + 4\sin 30 \cos 60 = ?$

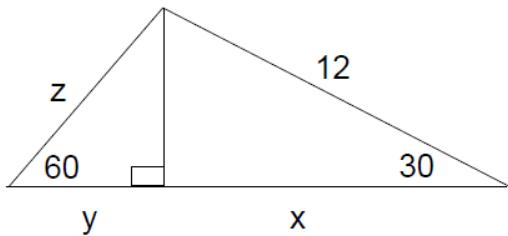
۳. در شکل مقابل نسبت های مثلثاتی زاویه  $B$  را بباید.



۴. طول وتر یک مثلث قائم الزاویه  $10$  سانتی متر و سینوس یکی از زاویه های  $\frac{3}{5}$  است. محیط مثلث را بباید.

۵. نردهبانی به طول  $8m$  به دیواری تکیه داده شده و زاویه آن با سطح زمین  $60^\circ$  درجه است. نوک نردهبان تا زمین چقدر است؟

۶. در شکل مقابل  $x, y, z$  را بباید.



۷. در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  که  $AB$  وتر مثلث است، اگر  $\angle A = 30^\circ$  و  $\angle B = 45^\circ$  باشد مساحت این مثلث را بباید.

۸. در مثلث  $ABC$  زاویه  $A=90^\circ$  و  $\tan B = \sqrt{2}$  و  $BC = 3\sqrt{2}$  اندازه ضلع  $BC$  را بباید.

# Math\_Academy @konkur\_math علی لطفی نژاد

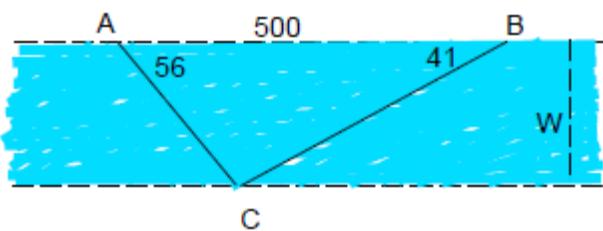
۹. سکوی پرتاب موشکی در ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین قرار دارد. موشک تحت زاویه  $60^\circ$  درجه پرتاب می‌شود و به حرکت خود با همین زاویه ادامه می‌دهد. اگر سایه موشک روی زمین  $1000$  متر طی کرده باشد، موشک در چه ارتفاعی است و چه مقدار در خط مسیر خود طی کرده است؟

۱۰. شخصی روی روی یک پرچم ایستاده است و به بالاترین نقطه پرچم نگاه می‌کند زاویه دید چشمی این شخصی برابر  $32^\circ$  درجه است. ارتفاع چشم شخص از سطح زمین برابر  $1/8$  متر است و فاصله فرد تا میله پرچم برابر  $45$  است. طول میله پرچم را بیابید.

---

۱۱. یک مهندس نقشه برداری برای اندازه گیری ارتفاع قله دماوند در نقطه ای از دامنه کوه ایستاده که فاصله آن تا نوک قله برابر  $9218$  متر می‌باشد و با دوربین خود نوک قله را با زاویه  $30^\circ$  درجه می‌بیند. اگر دامنه کوه در ارتفاع  $1000$  متری سطح دریا واقع باشد این نقشه بردار اندازه ارتفاع قله دماوند را از سطح دریا چه عددی گزارش می‌کند؟

۱۲. در شکل زیر با توجه به مقادیر داده شده عرض رودخانه را بیابید.



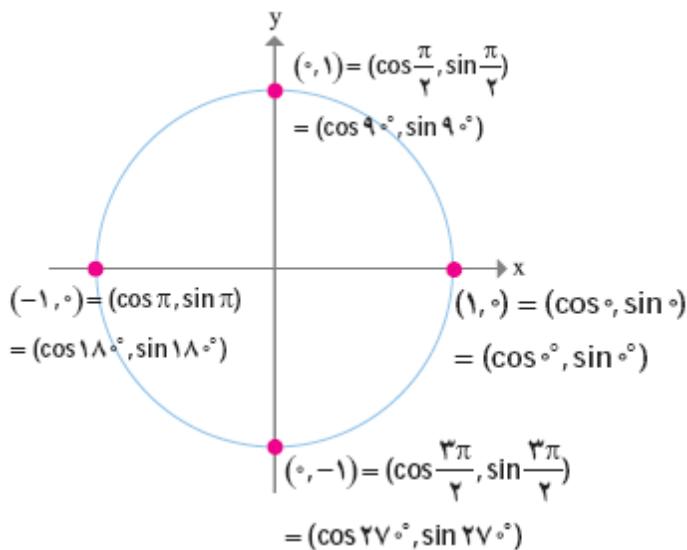
### دایره مثلثاتی

❖ تو این درس چه خبره :

- آشنایی با دایره مثلثاتی
- تعیین نسبت های مثلثاتی زوایای  $0^\circ$  و  $90^\circ$  و  $180^\circ$  و  $270^\circ$  و  $360^\circ$
- رابطه بین شب خط و تائزانت زاویه برخورد

## ❖ دایره مثلثاتی

❖ دایره ای است به شعاع واحد که جهت مثبت آن برخلاف جهت عقربه های ساعت است.



در نمودار زیر محور افقی محور کسینوس ها و محور عمودی

محور عمودی محور سینوس ها خواهد بود

همچنین خواهیم داشت:  $\sin\theta = y_B, \cos\theta = x_B$

علامت  $\cos\theta$  و  $\sin\theta$  در هر ناحیه به ترتیب از

علامت  $y, x$  به دست می آید.

در شکل مقابل اندازه نسبت های مثلثاتی مضارب ۹۰

درجه را می بینید.

## ❖ رابطه بین شیب خط و تانزانت زاویه

- اگر زاویه برخورد خط با جهت مثبت محور X را برابر  $\theta$  بگیریم و شیب خط را برابر  $m$  بگیریم در این صورت

تمرین

شما می توانید با عضویت در کanal، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت

مقدار $\theta$	ربع	$\cos \theta$	$\sin \theta$	$\tan \theta$
${}^{\circ} < \theta < \frac{\pi}{2}$	اول			
$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	دوم			
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$	سوم			
$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$	چهارم			

۱۳. جدول مقابل را برای علامت نسبت های مثلثاتی کامل کنید.

۱۴. برای هر یک از حالات زیر یک مثال بیاورید .

- الف) زاویه ای که کسینوس آن مثبت و تانزانت آن منفی باشد .  
 ب) زاویه ای که سینوس آن منفی و کتانزانت آن مثبت باشد .

---

۱۵. اگر  $\cos \alpha = \frac{3}{7}$  و  $\alpha$  ربع چهارم مثلثاتی باشد سایر نسبت های مثلثاتی را بیابید .

---

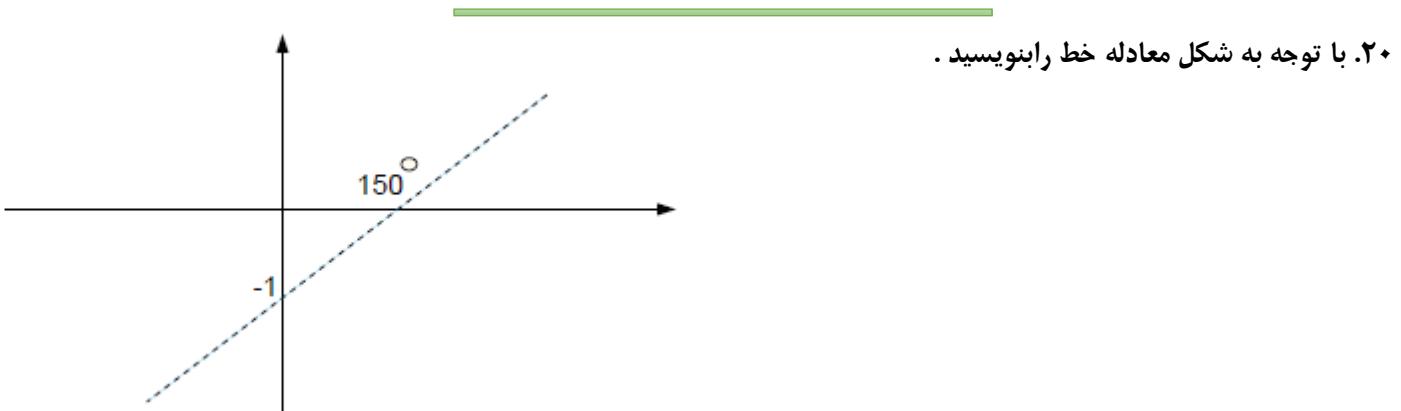
۱۶. اگر  $\sin \theta = \frac{2}{7}$  باشد و  $\theta$  در ربع دوم باشد سایر نسبت های مثلثاتی را بباید.

۱۷. معادله خطی را بنویسید که از نقطه  $A$  به طول ۲ واقع بر محور افقی گذشته و با محور افقی زاویه  $30^\circ$  درجه بنویسید.

---

۱۸. معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با محور  $x$   $45^\circ$  درجه بوده و از نقطه  $(0,2)$  بگذرد.

۱۹. مقدار  $m$  را طوری بباید که خط  $(m+2)x + (-2m+1)y = 2$  با محور  $x$  زاویه  $45^\circ$  درجه بسازد.



۲۱. اگر  $\theta$  یک زاویه حاده و  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  باشد مقادیر  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$  را بباید.

۲۲. اگر  $\cos x < 0$  و  $\tan x = -\frac{1}{2}$  مقدار  $\sin x$  را بباید.

### روابط بین نسبت های مثلثاتی

❖ چی یاد میگیری توی این درس :

## ❖ روابط بین نسبت های مثلثاتی

- ★  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
- ★  $\cos \theta \times \tan \theta = \sin \theta$
- ★  $\sin \theta \times \cot \theta = \cos \theta$
- ★  $\tan \theta \times \cot \theta = 1$
- ★  $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$
- ★  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

۲۳. اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع چهارم باشد و داشته باشیم و  $\tan \alpha = -\frac{5}{3}$  باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه را بیابید.

۲۴. اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ربع دوم باشد و داشته باشیم و  $\sin \alpha = \frac{3}{7}$  باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه را بیابید.

۲۵. ثابت کنید همواره رابطه  $(1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 + \tan^2 x) = 1$  برقرار است.

۲۶. فرض کنید  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$  باشد در این صورت مقدار عبارت  $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x - \cos x}$  را بیابید.

۱۷. اگر  $1 - \cos\theta = \frac{3}{5}$  باشد و داشته باشیم  $\tan\theta \times \cos\theta > 0$  باشد معین کنید انتهای کمان  $\theta$  در کدام ناحیه است؟

۱۸. درستی رابطه های زیر را ثابت کنید.

$$a) \frac{1+\cos\theta}{\sin^3 x} = \frac{1}{\sin x(1-\cos x)}$$

$$b) 1 - \frac{\cos^2 x}{1+\sin x} = \sin x$$

شما می توانید با عضویت در کanal، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$c) \frac{1}{\cos x} + \cot x = \frac{\tan x + \cos x}{\sin x}$$

---

اگر  $\cot x = \frac{3}{4}$  باشد حاصل  $\frac{4}{\sin x} - \frac{3}{\cos x}$  را بباید.

۳. فرض کنید  $\alpha \geq 60^\circ$  و  $\cos \alpha = \frac{m-1}{2}$  باشد حدود تغییرات  $m$  را بباید.

---

۳۱. کمترین و بیشترین مقدار  $\frac{10}{4+3 \sin x}$  را بباید.