




هم کلاسی

Hamkelasi.ir

نام خانوادگی: کلاس: چهارم دبیرستان رشته: ریاضی شماره صندلی:	نام درس: هندسه تحلیلی نام دبیر: آقای احمدنژاد رودسری تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۰۶ ساعت امتحان: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه ۱۲)  دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیر دولتی امتحانات نوبت اول سال تحصیلی ۹۵-۹۶
--	--	---

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در مثلث ABC داریم: $A(2, 1, 0)$ ، $B(3, -1, 2)$ و $C(-1, 1, 3)$ آنگاه $\cos A$ را محاسبه نمایید.	۱
۲	الف) قانون کسینوس‌ها را فقط بیان نمایید. ب) فرض کنید a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید که: $ a \cdot b \leq a b $	۱/۵
۳	فرض کنید $a(1, 2, 2)$ و $b(-1, 2, -2)$ موجود باشد برداری به طول واحد بیابید که بر این دو بردار عمود باشد.	۱/۵
۴	فاصله دو خط متنافر $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ و $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ را بیابید.	۱/۵
۵	معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقاط $(1, 2, 2)$ و $(2, -1, 1)$ و $(0, 2, -1)$ بگذرد.	۱/۵
۶	الف) فاصله‌ی نقطه $(3, 8, -2)$ را از صفحه‌ی $4x - y + 2z = 0$ پیدا کنید. ب) فاصله نقطه $(1, 2, -1)$ را از خط به معادله‌ی $L_1: \frac{x-2}{2} = y = \frac{1-z}{2}$ بیابید.	۲
۷	دو بردار a و b به طول‌های بر ترتیب ۳ و ۴ واحد با یکدیگر زاویه‌ی 30° درجه می‌سازد، مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $a - 2b$ و $3a - 2b$ تولید شود کدام است.	۲
۸	دو بردار a و b با شرایط $a(1, -2, 3)$ و $b(2, 1, -1)$ مفروضند حجم متوازی‌السطوح که بر روی سه بردار a ، b و $a \times b$ ساخته می‌شود را بیابید.	۱/۵
۹	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید تا نقطه $(a, b, 1)$ روی خط گذرا از نقاط $(2, 5, 7)$ و $(0, 3, 2)$ قرار گیرد.	۱/۵
۱۰	معادله‌ی صفحه‌ی شامل خط $x = y + 1 = -z$ موازی بردار $a(-1, 2, 2)$ را بنویسید.	۱
۱۱	دو صفحه به معادلات $3x - 2y + z = 1$ و $3x + 4y - 6z = 2$ مفروض‌اند، مطلوب است محاسبه: الف) وضعیت نسبی این دو صفحه به هم در فضا. ب) در صورت وجود معادله‌ی فصل مشترک این دو صفحه را به صورت کانونیک خط محاسبه کنید.	۲
۱۲	معادله دایره‌ای بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس بوده و خط قائم بر دایره، خط $x + 2my = 3$ باشد.	۱/۵
۱۳	معادله سهمی که خط هادی آن $x = -2$ بوده و کانون آن F باشد را بنویسید.	۱/۵
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

پاسخنامه

-۱

$$\begin{cases} a = \overline{AB} \\ b = \overline{AC} \end{cases} \Rightarrow \cos A = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{-3 + 0 + 6}{\sqrt{9} \times \sqrt{9+9}} = \frac{3}{3 \times 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow \hat{A} = \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{6}$$

-۲

الف) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
 ب) $|\cos \theta| \leq 1 \Rightarrow |a \cdot b| = ||a||b|\cos \theta| \Rightarrow |a \cdot b| \leq |a||b|$

-۳

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow e_{\vec{c}} = \frac{(-2, 0, 1)}{\sqrt{4+0+1}} = \frac{\sqrt{5}}{5}(-2, 0, 1)$$

-۴

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \overline{AC} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = \overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{cases} a = 9 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$9(x-1) + 4(y-2) - 3(z-2) = 0 \Rightarrow 9x + 4y - 3z - 11 = 0$$

-۵

$$n_1 \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} \quad n_2 \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad AB \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$h = \frac{|\overline{AB} \cdot (n_1 \times n_2)|}{|n_1 \times n_2|}$$

$$n_1 \times n_2 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 5 \end{vmatrix} \rightarrow |n_1 \times n_2| = 5\sqrt{3}$$

$$AB \cdot (n_1 \times n_2) = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 10 = 5$$

$$h = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

-۶

الف) $h = \frac{|4 \times 2 - 1 \times 2 \times (-2)|}{\sqrt{16+1+4}} = \frac{10}{\sqrt{21}} = 0$ نقطه ای روی خط \cdot

ب) $A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad AB = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix} \quad h = \frac{|AB \times n|}{|n|} = \frac{\sqrt{4+36+25}}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{\sqrt{65}}{3}$

$$\overline{AB} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

-۷

$$S = \frac{1}{2} |(a - 2b) \times (3a - 2b)| = \frac{1}{2} |3a \times a - 2b \times b - 6b \times a + 4b \times b| = \frac{1}{2} \times 4 \times \vec{a} \times \vec{b} = 2\vec{a} \times \vec{b}$$

$$= 2|a||b|\sin \theta = 2 \times 2 \times 4 \times \sin 30^\circ = 12$$

-۸

$$a \times b = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{c} \quad v = |a \cdot (b \times c)| = |\vec{c} \cdot (a \times b)| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 49 + 25 = 75$$

$$A \begin{vmatrix} \cdot \\ \gamma \\ \gamma \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} \gamma \\ \delta \\ \gamma \end{vmatrix} \quad e \begin{vmatrix} a \\ b \\ \gamma \end{vmatrix}$$

$$\frac{x - \cdot}{\gamma - \cdot} = \frac{y - \gamma}{\delta - \gamma} = \frac{z - \gamma}{\gamma - \gamma} \rightarrow \frac{x}{\gamma} = \frac{y - \gamma}{\delta} = \frac{z - \gamma}{\delta}$$

$$\frac{a}{\gamma} = \frac{b - \gamma}{\gamma} = \frac{\gamma - \gamma}{\delta} = \frac{-\gamma}{\delta} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{\gamma} = \frac{-\gamma}{\delta} \rightarrow a = \frac{-\gamma^2}{\delta} \\ \frac{b - \gamma}{\gamma} = \frac{-\gamma}{\delta} \rightarrow b = \frac{-\gamma}{\delta} + \gamma = \frac{13\gamma}{\delta} \end{cases}$$

-۱۰

$$\begin{cases} x = y + 1 \rightarrow P_1 = x - y - 1 = \cdot \\ x = -z \rightarrow P_2 = x + z = \cdot \end{cases} \Rightarrow P_1 + mP_2 = \cdot \rightarrow x - y - 1 + mx + mz = \cdot$$

$$(1 + m)x - y + mz - 1 = \cdot$$

$$n \begin{vmatrix} 1 + m \\ -1 \\ m \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} \perp \vec{a} \Rightarrow -1(1 + m) + 2(-1) + 2(m) = \cdot \Rightarrow -1 - m - 2 + 2m = \cdot \rightarrow m = 3$$

معادله صفحه $4x - y + 3z - 1 = \cdot$

۱۱- الف) متقاطع اند.

$$n_1 \begin{vmatrix} \gamma \\ -\gamma \\ 1 \end{vmatrix} \quad n_2 \begin{vmatrix} \gamma \\ \epsilon \\ 1 \end{vmatrix} \quad \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{-\gamma}{\epsilon} \quad \times \text{ موازی نیست} \Rightarrow \text{متقاطع اند}$$

$$3 \times 3 + (-2) \times 4 + 1 \times (-6) = 9 - 8 - 6 = \cdot \quad \times \text{ عمودیت}$$

(ب)

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 1 \\ 3x + 4y - 6z = 2 \end{cases} \Rightarrow 9x - 4z = 4 \rightarrow x = \frac{4z + 4}{9} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 1 \\ 3x + 4y - 6z = 2 \end{cases} \Rightarrow 21x - 8y = 8 \rightarrow x = \frac{8y + 8}{21} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow x = \frac{8y + 8}{21} = \frac{4z + 4}{9} \Rightarrow x = \frac{y + 1}{\frac{21}{8}} = \frac{z + 1}{\frac{9}{4}}$$

-۱۲

$$m = \cdot \rightarrow x = 3$$

$$m = 1 \rightarrow 3 + 2y = 3 \rightarrow y = \cdot$$

$$O \begin{vmatrix} \gamma \\ \cdot \\ \cdot \end{vmatrix} \Rightarrow R = \frac{3 \times 3 + \cdot - 1}{\sqrt{2\delta}} = \frac{8}{\delta} = 1/6$$

معادله: $(x - 3)^2 + y^2 = (1/6)^2$

-۱۳

$$(y - \beta)^2 = 4P(x - \alpha)$$

$$F \begin{vmatrix} 1 \\ -\frac{\gamma}{\gamma} \\ \gamma \end{vmatrix} \quad S \begin{vmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\gamma} \\ \gamma \end{vmatrix} \Rightarrow (y - 3)^2 = 6(x + \frac{1}{\gamma})$$

$$2P = 1 - (-2) = 3 \rightarrow P = \frac{3}{2}$$

ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	اگر قرینه نقطه $A(2,1,2)$ را نسبت به محور x ها نقطه B و تصویر A روی yz را نقطه C بنامیم طول BC را پیدا کنید.	۲
۲	از نقطه $M(3,0)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 = 3$ رسم می کنیم تا بر دایره در نقاط A و B مماس شوند. مختصات A و B را پیدا کنید.	۱
۳	فرض کنید زاویه بردار با جهت مثبت هر دو محور Ox و Oy برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، زاویه بردار \vec{a} با جهت مثبت محور Z ها کدام است؟	۱
۴	تصویر قائم بردار $\vec{a}(1,2,-2)$ روی بردار $\vec{b}(1,2,2)$ کدام است؟	۲
۵	مختصات کانون سهمی $x^2 + 4x + y - 1 = 0$ کدام است؟	۱
۶	مساحت متوازی الاضلاعی که مختصات سه رأس آن $(0,0,0)$ و $(1,2,3)$ و $(1,-2,1)$ باشد، کدام است	۲
۷	حجم منشور مثلث القاعده‌ی بنا شده بر سه بردار $\vec{a}(4,0,0)$ و $\vec{b}(0,3,0)$ و $\vec{c}(0,0,2)$ کدام است؟	۲
۸	معادله‌ی خطی که از مبدأ گذشته و با خط Δ به معادله‌ی $\begin{cases} x = a + 1 \\ y = 1 - a \\ z = 2 - 2a \end{cases}$ موازی باشد، کدام است؟	۲
۹	زاویه‌ی بین دو خط $D: \begin{cases} y + z = 7 \\ x = 5 \end{cases}$ و $D': \begin{cases} x + z = 5 \\ y = 7 \end{cases}$ کدام است؟	۲
۱۰	وضعیت نسبی دو خط $D: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ و $D': \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ نسبت به هم چگونه است؟	۲
۱۱	معادله‌ی صفحه‌ی گذرنده بر دو خط متقاطع $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = z$ و $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ کدام است؟	۱
۱۲	کانونهای بیضی $4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y - 23 = 0$ را پیدا کنید.	۲

نام درس: هندسه تحلیلی
 نام دبیر: سمر افتخاری
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۰۶
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهرستان
 اداره کل آموزش و پرورش شهرستان منطقه تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش (واحد فاطمین)



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۵-۹۶

راه‌نمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره	
		<p>$A(2, 1, 2)$ قرینه نسبت به X ها $B(2, -1, -2)$ (۰/۵)</p> <p>$A(2, 1, 2)$ تصویر روی YZ $C(0, 1, 2)$ (۰/۵)</p> <p>$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-1)^2 + (-2-2)^2}$ (۰/۵) $= \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24}$ (۰/۵)</p>	۱	
			<p>$x^2 + y^2 = 3$</p> <p>$mA = \sqrt{\rho_c^m} = \sqrt{9+0-3} = \sqrt{6}$ (۰/۲۵)</p> <p>$c_1: (x-3)^2 + y^2 = 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$c_1 = c_2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 3 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow x = 1 \rightarrow y = \pm\sqrt{2}$ (۰/۲۵)</p>	۲
		<p>$\alpha = \frac{\pi}{3}$ $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$</p> <p>$\beta = \frac{\pi}{3}$ $\cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \gamma = 1$ (۰/۵)</p> <p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1$</p> <p>$\cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \rightarrow \cos \gamma = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) $\rightarrow \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$</p>	۳	
			<p>$\vec{a}_1 = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} } \vec{b}$ (۰/۵)</p> <p>$\vec{a}_1 = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + (-2 \times 2)}{(\sqrt{1+4+4})^2} (1, 2, 2)$ (۰/۵)</p> <p>$\vec{a}_1 = \frac{1}{9} (1, 2, 2)$</p> <p>$\vec{a}_1 = (\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{9})$ (۱)</p>	۴
		<p>$2x^2 + 4x + y - 1$</p> <p>$f'x = 0 \rightarrow 4x + 4 = 0 \rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) $\rightarrow 2(-1)^2 + 4(-1) + y - 1 = 0 \rightarrow y = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rho = \frac{-1}{4(2)} = \frac{-1}{8}$ $F(\alpha, \beta, \rho) = (-1, 3 - \frac{1}{8}) = (-1, \frac{23}{8})$ (۰/۵)</p>	۵	

$S(1,2,2)$

$A(0,0,0) \quad C(1,-2,1)$

$\vec{AC}(1,-2,1) \quad AB(1,2,2) \quad (\cdot/\Delta)$

$\vec{AB} \times \vec{AC}(1,2,-4) \quad (\cdot/\Delta)$

$S = |AB \times AC| = \sqrt{6^2 + 4^2 + 16} = \sqrt{44} \quad (1)$

$$\vec{a} - (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 6 \times 4 + 0 \times 0 + 0 \times 0 = 24(1)$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{3}} |a - (b \times c)| = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 24 = 12 \quad (1)$$

$(0,0,0)$

$$\begin{cases} x = a + 1 \\ y = 1 - a \\ z = 2 - 2a \end{cases} \quad (1) \quad \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z-0}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y + z = 7 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = t \\ z = 7 - 5 \end{cases} \quad (\cdot/2\Delta) \quad \begin{cases} x + z = 5 \\ y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = t' \\ y = 7 \\ z = 5 - t' \end{cases} \quad (\cdot/2\Delta)$$

$$v_1(0,1,-1) \quad v_2(1,0,-1) \quad (\cdot/\Delta) \rightarrow \cos \alpha = \frac{0+0+1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \quad (\cdot/\Delta)$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$$

$$\begin{cases} 2x = y \\ -x-1 = 2y \rightarrow -x-1 = 4x \rightarrow x = -\frac{1}{5} \end{cases} \quad (\cdot/\Delta)$$

$x = -\frac{1}{5}$

$\begin{matrix} D \\ D' \end{matrix}$

$\begin{matrix} z = -\frac{3}{5} \\ z = -\frac{1}{5} \end{matrix}$

$(\cdot/\Delta) \text{ متناظرند}$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = z \quad V_1(2,-1,1)$$

$$\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2} \quad V_2(-1,1,2)$$

$$V_1 \times V_2(-3,-5,1) \quad (\cdot/\Delta)$$

$$-3x - 5y + z = d$$

$$= 0 \rightarrow (1,-2,0) \rightarrow -3 + 10 + 0 = d \rightarrow d = 7 \quad (\cdot/\Delta)$$

$$4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y - 23 = 0$$

$$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \quad F = (\alpha + c, \beta) = (-1 + \sqrt{5}, -1)$$

$$a^2 = 9 \rightarrow c^2 = 5 \rightarrow c = \sqrt{5} \quad F'(\alpha - c, \beta) = (-1 - \sqrt{5}, -1)$$

$$b^2 = 4$$

نام درس: هندسه تحلیلی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۶
ساعت امتحان: ۸ صبح
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
مدیریت منطقه ۳
دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه
کلید امتحانات پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی:
پایه و رشته: چهارم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:

بارم	محل مهر و امضاء مدیر	کلید سوالات	ردیف
۲		$A = a + b = (-1, 2, -1), B = 2a - b = (4, -2, -5) \Rightarrow$ $A' = \frac{A \cdot B}{ B ^2} \cdot B = \frac{-4 - 4 + 5}{45} (4, -2, -5) = \frac{-1}{15} (4, -2, -5) \Rightarrow A' = \frac{1}{\sqrt{5}}$	۱
۲		$\begin{cases} a \cdot b = a b \cos \theta \\ a \times b = a b \sin \theta \end{cases} \Rightarrow (a \cdot b)^2 + a \times b ^2 = a ^2 b ^2 \Rightarrow (a \cdot b)^2 = 30$	۲
۲		$V = \frac{1}{6} AB \cdot (AC \times AD) = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{8}{3}$	۳
۲		<p>دو خط داده شده موازیند، پس:</p> $A = (2, 0, -1) \in L, B = (0, 1, 0) \in L' \Rightarrow$ $AB = (-2, 1, 1), u = (3, 2, 1) \Rightarrow l = \frac{ AB \times u }{ u } = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$	۴
۲		$A = (0, 1, 0) \in D, B = (-1, 0, 1) \in D' \Rightarrow AB = (-1, -1, 1)$ $n = AB \times u = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (-2, 5, 3) \Rightarrow P: -2x + 5y + 3z = 5$	۵
۲		<p>فرض کنید فصل مشترک دو صفحه Δ باشد. در این صورت:</p> $n_P = (1, 1, 2), n_Q = (2, -1, 3) \Rightarrow n_\Delta = n_P \times n_Q = (5, 1, -3)$ $z = 0 \Rightarrow \begin{cases} P: x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 2 \Rightarrow A = (2, 2, 0) \in \Delta \Rightarrow$ $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-3}$	۶
۲		<p>$\alpha x + \beta y = 3$ معادله مماس به صورت $\alpha^2 + \beta^2 = 3$ باشد، سپس اگر نقطه تماس عبور کرده است، پس: $A = (3, 0)$ است و چون این خط از نقطه $2\alpha + \beta(0) = 3 \Rightarrow \beta = \pm\sqrt{2} \Rightarrow A = (1, \sqrt{2}), B = (1, -\sqrt{2})$</p>	۷
۲		$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 2y = k \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = k+2 \Rightarrow O = (1, 1), R = \sqrt{k+2} \\ x^2 - 8x + y^2 - 2y + 16 = 0 \Rightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow O' = (4, 1), R' = 1 \end{cases}$	۸

بارم	سوالات محل مهر و امضاء مدیر	ردیف
۲	<p>پس:</p> $OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{3^2 + 0} = 1 + \sqrt{k + 2} \Rightarrow k = 2$	۸
۲	<p>در معادله بیضی صرق می کند A و چون $A = (\frac{\sqrt{5}}{2}, y)$ برابرند، پس H با A, B طول نقاط داریم</p> $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5} \Rightarrow H = \frac{F + O}{2} = (\frac{\sqrt{5}}{2}, 0)$ $y^2 = \frac{31}{9} \Rightarrow y_A = \frac{\sqrt{31}}{3}, y_B = \frac{-\sqrt{31}}{3} \Rightarrow AB = y_A - y_B = \frac{2\sqrt{31}}{3}$	۹
۲	<p>به صورت $y = 16$ یکی از این نقاط مکان هندسی باشد، چون هر نقطه روی خط (x, y) اگر است، سپس: $(x, 16)$</p> $\sqrt{(x - 0)^2 + (y - 9)^2} = \frac{3}{4} \sqrt{(x - x)^2 + (y - 16)^2} \Rightarrow x^2 + (y - 9)^2 = \frac{9}{16} (y - 16)^2 \Rightarrow$ $16x^2 + 16(y - 9)^2 = 9(y - 16)^2 \Rightarrow 16x^2 + 7y^2 = 9(16)^2 - 16(9)^2 = 9 \times 16 \times 7 \Rightarrow$ $\frac{x^2}{9 \times 7} + \frac{y^2}{9 \times 16} = 1 \Rightarrow a^2 = 63, b^2 = 144$ <p>پس مکان هندسی یک بیضی است.</p>	۱۰

بارم	محل مهر و امضاء مدیر	سوالات	ردیف
۲		دو بردار $a = (1, 0, -2)$ و $b = (-2, 2, 1)$ مفروض اند. تصویر قائم $a + b$ را بر امتداد $2a - b$ بدست آورید.	۱
۲		بردارهای a و b مفروض اند. اگر $ a = 3$ ، $ b = 26$ و $ a \times b = 72$ ، حاصل $a \cdot b$ را بدست آورید.	۲
۲		مختصات چهار راس هرمی، $A(1, 2, 3)$ ، $B(1, 2, 1)$ ، $C(1, 6, 1)$ ، $D(-1, 2, 4)$ است. حجم این هرم را بدست آورید.	۳
۲		فاصله دو خط $L: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = z+1$ و $L': \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = z$ را بدست آورید.	۴
۲		معادله صفحه ای را بنویسید که شامل دو خط زیر است: $D: \frac{x}{2} = 1 - y = \frac{z}{3}$ ، $D': \frac{x+1}{2} = -y = \frac{z-1}{3}$	۵
۲		معادله فصل مشترک دو صفحه $P: x + y + 2z = 4$ ، $Q: 2x - y + 3z = 2$ را بدست آورید.	۶
۲		از نقطه $(3, 0)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 = 3$ رسم می کنیم. مختصات نقاط تماس را بدست آورید.	۷
۲		اگر دو دایره $x^2 - 2x + y^2 - 2y = k$ و $x^2 - 8x + y^2 - 2y + 16 = 0$ مماس خارج باشند، k را بدست آورید.	۸
۲		از نقطه H وسط OF عمودی بر محور کانونی بیضی $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ رسم می کنیم. اگر این عمود، بیضی را در نقاط A ، B قطع کند، طول AB را بدست آورید.	۹
۲		مکان هندسی تمام نقاطی را در صفحه پیدا کنید که فاصله آن ها از نقطه $(0, 9)$ برابر $\frac{3}{4}$ فاصله آن ها از خط $y = 16$ باشد.	۱۰