



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

فصل سوم

توان های گویا و عبارت های جبری

۱. ریشه و توان
۲. ریشه n ام
۳. توان های گویا
۴. عبارت های جبری

درس اول و دوم: توان و ریشه گیری

❖ یاد آوری فرمول های توان

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

1. $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}}$ و $a^1 = a$.
2. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
3. $a^m \times b^m = (ab)^m$
4. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
5. $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
6. $(a^m)^n = a^{mn}$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8. $a^0 = 1$

❖ ریشه گیری

اگر $a^2 = b$ به a ریشه دوم عدد b می‌گیم. همچنین اگر $a^3 = b$ به a ریشه سوم عدد b می‌گیم.

۱. اعداد مثبت دارای دو ریشه دوم قرینه هستند.
۲. اعداد منفی ریشه دوم ندارند.
۳. ریشه دوم مثبت اعداد را با رادیکال نمایش می‌دهیم.
۴. همه اعداد دارای یک ریشه سوم هستند که با خود عدد هم علامت هست و با رادیکال همیشه نمایش داد.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

👉 در مورد ریشه های چهارم و پنجم و چی می‌تونیم بگیم؟

👉 اونها از نظر علامت مثل ریشه دوم و سوم هستند یعنی زوج‌ها مثل هم و فرد‌ها مثل هم. فقط به جای توان دو میگی توان چهارم و در جواب همیشه ریشه چهارم و به همین ترتیب برای ریشه های فرد

❖ عدد حقیقی b را ریشه k ام a می‌گیم هر گاه $b^k = a$

نکات مهم

- * 1) $(\sqrt[k]{a})^k = a$
- * 2) $\sqrt[k]{a^k} = a$
- * 3) $\sqrt[k]{a^k} = |a|$
- * 4) $\sqrt[k]{ab} = \sqrt[k]{a} \times \sqrt[k]{b}$
- * 5) $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$

شما می‌توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$* 6) \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$* 7) \sqrt[k]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[k]{a}}{\sqrt[k]{b}}$$

* در ۲ مقدار k فرد و در ۳ زوج است



حاصل عبارت های زیر را بیابید .

1. $\sqrt[4]{81}$

2. $\sqrt[7]{-128}$

3. $\sqrt[5]{-243}$

4. $\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{1000}}}$

5. $x\sqrt{-x} \times \sqrt[3]{x}$

6. $\frac{\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[4]{a^4}}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$7. \sqrt[5]{-32(x-y)^{10}}$$

$$8. \sqrt{31} \times \sqrt{6-\sqrt{5}} \times \sqrt{3+\sqrt{3-\sqrt{5}}} \times \sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$

$$9. \sqrt[6]{(2-\sqrt{5})^6}$$

$$10. \sqrt[8]{\sqrt[4]{9} \times \sqrt[4]{12}}$$

$$11. 2\sqrt[6]{27a^3} - 2\sqrt[4]{144a^2} + 3\sqrt{12a} - \sqrt{27a}$$

$$12. \sqrt{0/09} + \sqrt[3]{0/008} - \sqrt[4]{0/0001}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالهای ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

13. $\sqrt[21]{128 \times 3^{14}}$

14. $\sqrt[3]{1080}$

15. $\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6 + 4\sqrt{2}}$

16. $\sqrt{(c-1)^2} - \sqrt{(1+c)^2}$ $c \in [-1,1]$

17. $\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1} \times \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$

18. $\sqrt{11 - 2\sqrt{2}}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$19. \sqrt{13 + \sqrt{48}}$$



$$20. \sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{11 + 4\sqrt{6}}$$



درس سوم: توان های گویا

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

❖ در این درس چی میبینی :

- آشنایی با مفهوم گویا
- محاسبه آنها

❖ فرض کن a یک عدد مثبت باشه

★ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

تمام فرمول های مربوط به توان توی این قسمت نیز برقراره. ➡

حاصل عبارت های زیر را بیابید .

21. $\sqrt[4]{\sqrt{5^3}\sqrt{5}}$

22. $\sqrt[3]{2^{\frac{2}{5}}}$

23. $\sqrt{16^{-0/5}}$

24. $81^{0/125}$

$$25. 16\sqrt{8}$$

$$26. \sqrt{\frac{\sqrt[3]{x^5}\sqrt{y^2}}{\sqrt[6]{z^4}}}$$

$$27. 0/027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0/75}$$

$$28. \left(a^{\frac{1}{4}} \times y^{\frac{-2}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} \times a^{\frac{10}{3}} \times y^{\frac{4}{5}}$$

$$29. \left(\sqrt[3]{\frac{x}{y}}\right)^2 \times \sqrt{\frac{1}{xy}} \times \sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}^{-1}$$

$$30. \frac{\sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x}{y}}}}}{\sqrt{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^3}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}}}}$$

درس چهارم: عبارت های جبری

❖ آنچه در این درس میبینی

- آشنایی با عبارت های جبری
- اتحاد ها
- تجزیه

از سال گذشته در مورد اتحاد ها چی میدونی ؟

۱. به یک تساوی شامل متغیر گفته می شود که به ازای تمام مقادیر متغیر تساوی برقرار باشد اتحاد گفته می شود.
۲. اتحاد های مهم جبری به صورت زیر هستند.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

(a) اتحاد مربع دو جمله ای : هنگامی از این اتحاد استفاده می شود که یک دو جمله ای به توان ۲ رسیده باشد.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(b) اتحاد مزدوج : زمانی از این اتحاد استفاده می شود که دو تا دو جمله ای که فقط در یک علامت با هم فرق دارند در هم ضرب

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

شوند.

(c) اتحاد جمله مشترک :

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)(a) + (b) \times (c)$$

❖ اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله

زمانی از این اتحاد استفاده همیشه که یه دو جمله ای و یه سه جمله ای در هم ضرب بشن. ارتباط موجود بین این دو را در نساوی زیر ببین.

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

❖ اتحاد مکعب دو جمله ای

زمانی از این اتحاد استفاده همیشه که یک دو جمله ای به توان ۳ برسه.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

❖ تجزیه

یعنی تبدیل یک چند جمله ای به حاصل ضرب دو یا تجزیه ، چند جمله ای

👉 روش های تجزیه

۱. فاکتور گیری : در این روش از عامل مشترک بین جمله ها فاکتور گرفته ، جمله ها را به این عامل تقسیم کرده و در پرانتز

می نویسیم .

(a) فاکتور می تواند یک عدد مخالف ۱ باشد . در این صورت بزرگترین عددی خواهد بود که همه ضرایب بر آن بخش پذیر باشند

(b) فاکتور می تواند متغیر باشد. در این صورت متغیر مشترک با توان کمتر خواهد بود.

(c) فاکتور می تواند ترکیبی از دو حالت بالا باشد.

۱۱. استفاده از اتحاد:

(a) اتحاد مزدوج : زمانی استفاده می شود که یک دو جمله ای به صورت مربع - مربع داشته باشیم.

(b) اتحاد جمله مشترک : زمانی از این اتحاد استفاده می شود که یک سه جمله ای به صورت $x^2 + bx + c$ داشته باشیم .

در این صورت جمله مشترک x خواهد بود و برای تعیین اعداد از جدول زیر کمک می گیریم .

مثبت C	C ضرب دو عدد و b جمع دو عدد	هر دو عدد با b هم علامت
منفی C	C ضرب دو عدد و b تفریق دو عدد	فقط عدد بزرگتر با b هم علامت

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی

(c) اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله: تجزیه را طبق شکل زیر انجام می دهیم .

$$a^3 \pm b^3 = (a + b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

III. در کنار روش های اصلی که برای تجزیه گفته شد، روش های دیگری نیز مانند روش A یا روش دسته بندی هم وجود دارد که در تمرین ها به آنها خواهیم پرداخت.



• حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد ها بنویسید .

1. $(x + 4)^2$

2. $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2$

3. $(2x - 1)(2x + 7)$

4. $(x + y + 1)(x + y - 1)$

5. $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

6. $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

7. $(2x + 3)^2 + (3 - 2x)^2$

8. $(3x - 2)^3$

9. $(2x - y^2)^2$

10. $(x - y)(x + y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$

11. $\left(\frac{x}{4} - \frac{y}{3}\right)^2$

12. $(x - \frac{1}{2})(8x^2 + 2)(2x + 1)$

13. $(101)^3$

14. $(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2)$

15. $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(8x^3 + y^3)$

16. $(a - b - c)^2 - (a + b - c)^2$

• عبارات زیر را تجزیه کنید .

17. $ab - a^2b^2$

18. $(a + b)^3 + (a - b)^3 - 2b$

19. $x^2 + 6x + 9$

20. $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

21. $x^6 - 27$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

22. $x^3 + 6x^2 + 9x$



23. $x^6 - y^6$



24. $a^2c^2 + b^2d^2 - b^2c^2 - a^2d^2 - 4abcd$



25. $4a^2 - b^2 - 2b + 4a$



26. $x^3 - x^2 - x + 1$



27. $a^4 - 2a^2 + 49$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

28. $x^2y^2 - x^2y^3 - 1 + y$



29. $4a^4 - 64$



30. $x^5 + x + 1$



31. $(x + 1)^3 + 8$



32. $4x^4 + 1$



33. $a + b + a^2 - b^2$



34. $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

35. $9x^2 - 3x - 2$



36. $8 - 2x - x^2$



37. $2 - by - b^3y^3$



38. $x^2 + \frac{1}{x^2}$

• فرض کنید $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ ، حاصل عبارات زیر را بیابید.

39. $x^2 - \frac{1}{x^2}$



40. $x^3 + \frac{1}{x^3}$



41. $x^3 - \frac{1}{x^3}$



شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$42. x^4 + \frac{1}{x^4}$$

۴۳. اگر $a^2 - 14a + 49 = 0$ باشد a^6 را بیابید.

۴۴. در تجزیه $x^4 + 3x - 2$ یکی از عبارت های $x^2 - x + 2$ است، عبارت دوم را بیابید.

• حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$45. \frac{x}{x^3-27} + \frac{x-2}{x+3}$$

$$46. \frac{3}{x+y} - \frac{1}{x^3+y^3}$$

$$47. \frac{x+1}{x^2-x} + \frac{x}{x^2-1}$$

$$48. \frac{13}{2x-6} - \frac{2x}{x^2-9}$$

$$49. \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \div (x+y)$$

$$50. \frac{m^3-n^3}{(mn-n^2)^2} \div \frac{mn+n^2}{m^2-n^2}$$

$$51. a \div \frac{a-1}{2} - \frac{a^3+3a(a-1)-1}{2a^2+2a} \times \frac{-4a}{a^2-2a+1} - \frac{4a^2}{a^2-1}$$

$$52. \frac{1}{a^2+3a+2} + \frac{2a}{a^2+4a+3} + \frac{1}{a^2+5a+6}$$

$$53. \frac{2}{3-\sqrt{7}}$$

• مخرج کسر های زیر را گویا کنید .

54. $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$

55. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

56. $\frac{x-2}{x\sqrt{2}-2\sqrt{x}}$

57. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$

58. $\frac{1}{\sqrt{x^3y}}$

59. $\frac{a-1}{\sqrt{a-1}-\sqrt{a+2}}$

60. $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

61. $\frac{1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{y}}$

62. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}}$