



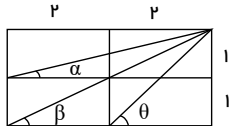
هم کلاسی
Hamkelasi.ir

۱. حاصل $(\sin 30^\circ + \cos 45^\circ)(\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

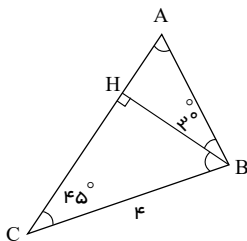
۲. حاصل عبارت $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 90^\circ + \tan 60^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$



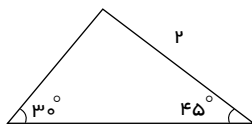
۳. مقدار $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \theta$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{7}{4}$



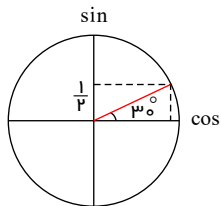
۴. در مثلث مقابل، طول ضلع AC چه قدر است؟!

(۱) $2(\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2})$ (۲) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$



۵. ارتفاع نظیر بزرگترین ضلع مثلث مقابل کدام است؟!

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲



۶. باتوجه به دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\cos^2 33^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۷. علامت کدام یک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

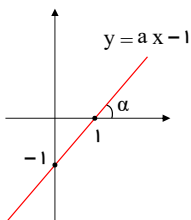
(۱) $\sin 75^\circ$ (۲) $\cos 345^\circ$ (۳) $\tan 195^\circ$ (۴) $\cot 13^\circ$

۸. صرفنظر از علامت، مقدرا کدام گزینه بیشتر است؟

(۱) $\sin 8^\circ$ (۲) $\sin 100^\circ$ (۳) $\cos 28^\circ$ (۴) $\cos 1^\circ$

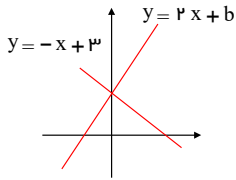
۹. خطی که از نقطه ی $(2, 5)$ می‌گذرد و عرض از مبدأ آن ۳ است، با جهت مثبت محور طول‌ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

(۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°



۱۰. در شکل زیر $\sin \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$



۱۱. در شکل زیر b کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲)
۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲. اگر $\sin \alpha = -\frac{6}{10}$ باشد و α زاویه ای در ربع سوم باشد، آنگاه حاصل $\tan \alpha - \cot^2 \alpha$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
۱۳ (۱) ۱۳ (۲) ۳۶ (۳) ۳۶ (۴)

۱۳. معادله ی خطی که با جهت مثبت محور x زاویه ی 60° می سازد و عرض از مبدأ آن ۲ است، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 $y = 2 - \sqrt{3}x$ $y - \sqrt{3}x = 2$ $y + \sqrt{3}x = 3$ $y = 3 + \sqrt{3}x$

۱۴. در کدام یک از گزینه ها، همه ی مقادیر داده شده تعریف شده هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 $\cot 180^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan 360^\circ$ $\cot 270^\circ, \frac{1}{\sin 180^\circ}, \tan 0^\circ$
 $\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 180^\circ}, \tan 180^\circ$ $\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 180^\circ}, \tan 90^\circ$

۱۵. خط $3y - \sqrt{3}x = 5$ با جهت مثبت محور افقی چه زاویه ای می سازد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 30° 45° 60° 90°

۱۶. حاصل عبارت $\frac{2\cos^2 45^\circ + 4\sin^2 60^\circ}{2 - 3\cot 30^\circ \times \tan 30^\circ}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
-۴ ۵ $-\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$

۱۷. کدام یک از نامساوی های زیر درست است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 $\sin 10^\circ > \sin 70^\circ$ $\cos 10^\circ < \cos 70^\circ$
 $\sin 150^\circ > \sin 10^\circ$ $\cos(-90^\circ) < \cos 150^\circ$

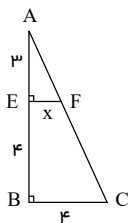
۱۸. حاصل $\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹. اگر α در ربع دوم باشد حاصل $\tan \alpha - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
صفر $2\tan \alpha$ $\sin \alpha$ $\cos^2 \alpha$

۲۰. با توجه به اندازه های داده شده در شکل، x کدام است؟



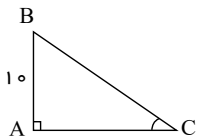
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
۳ $\frac{3}{7}$ ۷ $\frac{12}{7}$

۲۱. حاصل عبارت $\frac{\tan^2 60^\circ - 2 \tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۲. اگر $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{3} \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$ باشد، حاصل $\frac{13A}{2}$ کدام است؟!

- (۱) $\frac{12}{13}$ (۲) $\frac{13}{12}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{1}{6}$



۲۳. مساحت مثلث ABC کدام است؟ $\left(\cos C = \frac{\sqrt{46}}{7} \right)$

- (۱) $100\sqrt{\frac{46}{3}}$ (۲) $50\sqrt{\frac{46}{3}}$ (۳) $100\sqrt{\frac{3}{46}}$ (۴) $50\sqrt{\frac{3}{46}}$

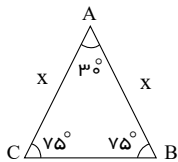
۲۴. حاصل عبارت $\tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{1 + \tan \theta}$ کدام است؟

- (۱) $\sin \theta$ (۲) $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ (۳) $\cos \theta$ (۴) $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

۲۵. مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۶. در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC$ و $\hat{B} = 75^\circ$ و مساحت مثلث ۱۸ واحد است. مجموع طول دو ساق کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) $\sqrt{72}$ (۳) $12\sqrt{2}$ (۴) ۱۲

۲۷. مقدار $\frac{2 \sin 120^\circ - 2 \cos 180^\circ}{2 \cos 150^\circ + 2 \tan 135^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۸. اگر $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ باشد و $\cot \alpha = 3m - 2$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > \frac{2}{3}$ (۲) $m > \frac{3}{2}$ (۳) $m < \frac{3}{2}$ (۴) $m < \frac{2}{3}$

۲۹. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

- (۱) $\tan 20^\circ > \tan 21^\circ$ (۲) $\cot 37^\circ > \cot 27^\circ$ (۳) $\sin 145^\circ > \sin 140^\circ$ (۴) $\cos 145^\circ < \cos 140^\circ$

۳۰. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $\sin 134^\circ > \sin 45^\circ$ (۲) $\cos 30^\circ > \cos 140^\circ$ (۳) $\tan 225^\circ > \tan 30^\circ$ (۴) $\cot 110^\circ > \cot 60^\circ$

۳۱. ساده شده‌ی عبارت $\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + 2 \sin \alpha|}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3} \tan \alpha$ (۲) $\frac{3}{2} \tan \alpha$ (۳) $\frac{2}{3} \cot \alpha$ (۴) $\frac{3}{2} \cot \alpha$

۳۲. اگر $270^\circ < \theta < 360^\circ$ و $\tan \theta = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{1 - 2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$ کدام است؟

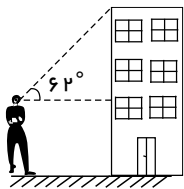
(۱) $\frac{10 - 20\sqrt{0.1}}{3}$ (۲) $\frac{10 + 20\sqrt{0.1}}{3}$ (۳) $\frac{10 + 20\sqrt{0.1}}{9}$ (۴) $\frac{10 - 20\sqrt{0.1}}{9}$

۳۳. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی (۲، ۳) گذشته و با قسمت مثبت محور x زاویه‌ی 60° می‌سازد، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}y = 3(x + \sqrt{3} - 2)$ (۲) $3y = 3(x + 3 - \sqrt{2})$

(۳) $\sqrt{2}y = 2(x + \sqrt{2} - 3)$ (۴) $y = 3x + \sqrt{3}$

۳۴. مطابق شکل زیر، شخصی با قد 200 cm در فاصله‌ی افقی 5 m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه‌ی 62° نسبت به افق، لبه‌ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ($\tan 62^\circ \approx 2$)



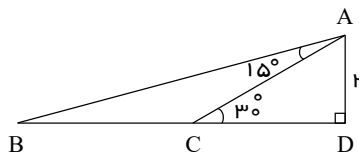
(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۷٫۵

(۴) ۴٫۵

۳۵. در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۲) ۴

(۴) $4 \tan 15^\circ$

(۱) $4 \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $4 \sqrt{3}$

۳۶. اگر $\cot \alpha = \frac{5}{3}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{-19}{\sqrt{34}}$ (۲) $\frac{19}{34}$ (۳) $\frac{\sqrt{19}}{34}$ (۴) $\sqrt{\frac{19}{34}}$

۳۷. ساده شده‌ی عبارت $\frac{2}{1 + \cos 20^\circ} + \frac{2}{1 - \cos 20^\circ}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{4}{\sin^2 20^\circ}$ (۴) $\frac{2}{\cos^2 20^\circ}$

۳۸. اگر نقطه‌ی $P(xp, \frac{1}{p})$ روی دایره‌ی مثلثاتی و در ربع دوم باشد و θ زاویه‌ای باشد که OP با جهت مثبت محور x می‌سازد، آن گاه $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$ کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{-2\sqrt{3} + 3}{6}$ (۳) $\frac{-2\sqrt{3} + 1}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۳۹. اگر $A = \sin \alpha - \cos \beta$ و $B = \sin \alpha + \cos \beta$ و $C = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$ باشد، حاصل $AB + C$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۲

۴۰. حاصل عبارت $\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$ کدام است؟

- (۱) $4 \cot \theta \cos \theta$ (۲) $\frac{4 \tan \theta}{\cos \theta}$ (۳) $\frac{2}{\cos^2 \theta}$ (۴) $2 \sin \theta$

۴۱. اگر $\tan \alpha = 3$ باشد، حاصل $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۲. اگر بیشترین مقدار عبارت $A = (2a + 1) - 3 \sin x$ برابر ۸ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۳. ساده شده‌ی عبارت $\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1$ عبارت کدام است؟

- (۱) $\sin 17^\circ$ (۲) $\cos 17^\circ$ (۳) $\frac{1}{\sin 17^\circ}$ (۴) $\frac{1}{\cos 17^\circ}$

۴۴. اگر داشته باشیم $\begin{cases} \sin^2 \alpha = a \\ \cos^2 \alpha = b \end{cases}$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $a + b = 1$ (۲) $\frac{a}{b} + 1 = \frac{1}{b}$ (۳) $b^2 + ab - b = 0$ (۴) $1 + \frac{b}{a} = a$

۴۵. ساده شده‌ی عبارت $\cos^2 \alpha \left(-2 + \frac{\cos^4 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha} \right)$ کدام است؟

- (۱) $\sin^4 \alpha$ (۲) $\cos^4 \alpha$ (۳) $\tan^4 \alpha$ (۴) $\cot^4 \alpha$

۴۶. حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sin \alpha + \cos \alpha$ (۳) $2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ (۴) $1 + \cos^2 \alpha$

۴۷. اگر $\frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \sin \alpha} = 3$ باشد، آنگاه مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟!

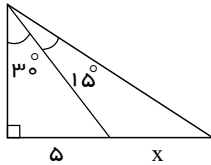
- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) ۷ (۳) $-\frac{1}{7}$ (۴) -۷

۴۸. اگر $\sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} = 0$ باشد، $\sin \alpha$ کدام است؟!

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۴) $\sqrt{3}$

۴۹. حاصل عبارت $\frac{\sin 1}{\cos 1} \times \frac{\sin 2}{\cos 2} \times \dots \times \frac{\sin 89}{\cos 89}$ کدام است؟!

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) -۱ (۴) ∞



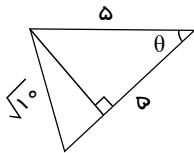
۵۰. اگر وتر مثلث بزرگ را در شکل مقابل y بنامیم، حاصل $x + y$ کدام است؟!

(۱) $5(2\sqrt{3} - 1)$

(۲) $5(-2\sqrt{3} + 1)$

(۳) $5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}})$

(۴) $5(-\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{\frac{3}{2}})$



۵۱. در شکل مقابل $\tan \theta$ کدام است؟

(۲) $\frac{25}{16}$

(۱) $\frac{16}{25}$

(۴) $\frac{4}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

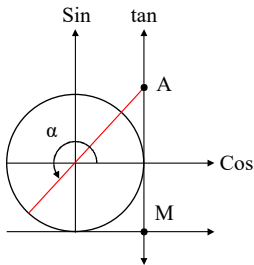
۵۲. اگر $\tan \alpha = 8$ باشد، طول پاره خط AM کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۳

(۴) ۱۲

(۳) ۹



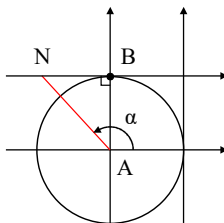
۵۳. اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، طول پاره خط AN کدام است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{2}{4}$

(۴) $\frac{-3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$



۵۴. شش ضلعی منتظمی در داخل دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت بین شش ضلعی و دایره‌ی محیطی کدام

است؟ ($\pi = 3$)

(۱) $27\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right)$ (۲) $27\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right)$ (۳) $27\left(\frac{3 - \sqrt{3}}{2}\right)$ (۴) $27\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{4}\right)$

۵۵. اگر زاویه‌ای در ربع چهارم باشد، $\sin \alpha \cos \alpha$ برابر کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

(۴) $-\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۱. گزینه ۲

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

۲. گزینه ۱

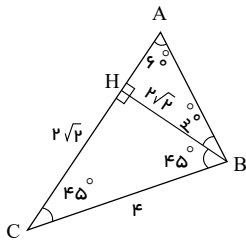
$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2}$$

۳. گزینه ۳

$$\tan \alpha = \frac{1}{4} \qquad \tan \beta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad \tan \theta = \frac{2}{2} = 1$$

$$\tan \alpha + \tan \beta + \tan \theta = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2+4}{4} = \frac{7}{4}$$

۴. گزینه ۱



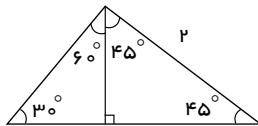
$$\sin 45^\circ = \frac{BH}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{CH}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow CH = 2\sqrt{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{2\sqrt{2}} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

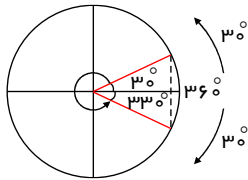
$$AC = AH + HC = \frac{2\sqrt{6}}{3} + 2\sqrt{2} = 2\left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2}\right)$$

۵. گزینه ۲ با رسم ارتفاع خواهیم داشت:



$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\text{ارتفاع}}{2} \Rightarrow h = \sqrt{2}$$

۶. گزینه ۲ با نمایش 33° روی دایره مثلثاتی می بینیم که 3° و 33° کسینوس های مشابه دارند.



$$3^\circ \cos 33^\circ = \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^2 33^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

۷. گزینه ۴ با توجه به ناحیه هر یک از زوایا و دایره مثلثاتی:

الف) ربع اول $\sin 75^\circ \longrightarrow \sin 75^\circ > 0$

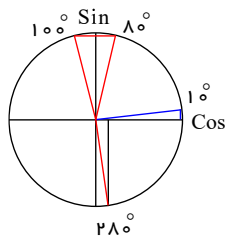
ب) ربع چهارم $\cos 345^\circ \longrightarrow \cos 345^\circ > 0$

ج) $\tan 195^\circ \longrightarrow \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \frac{\sin 195^\circ < 0}{\cos 195^\circ < 0} \Rightarrow \tan 195^\circ > 0$

د) $\cot 13^\circ \longrightarrow \frac{\cos 13^\circ}{\sin 13^\circ} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{\cos 13^\circ < 0}{\sin 13^\circ > 0} \Rightarrow \cot 13^\circ < 0$

۸. گزینه ۳

باتوجه به دایره مثلثاتی مقادیر گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ یکسان‌اند و $\cos 28^\circ$ مقدار کوچکتری دارد.



۹. گزینه ۲

$y = ax + b \rightarrow y = ax + 3 \xrightarrow{(2,5)} 5 = 2a + 3$
 $2a = 2 \Rightarrow a = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$

۱۰. گزینه ۳

$y = ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$
 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱. گزینه ۳ مختصات محل تلاقی در هر دو معادله صدق می‌کند.

$\left. \begin{array}{l} \nearrow y = 3 \\ x = 0 \\ \searrow y = b \end{array} \right\} \Rightarrow b = 3$

۱۲. گزینه ۴

$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{36}{100}} = \pm \sqrt{\frac{64}{100}} = \pm \sqrt{\left(\frac{8}{10}\right)^2} = \pm \frac{8}{10} \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \frac{-8}{10}$

$\tan \alpha = \frac{-0.6}{-0.8} = \frac{3}{4}$

$\cot \alpha = \frac{-0.8}{-0.6} = \frac{4}{3} \rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{16}{9}$

$\tan \alpha - \cot^2 \alpha = \frac{3}{4} - \frac{16}{9} = \frac{27 - 64}{36} = \frac{-37}{36}$

۱۳. گزینه ۲

شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ بسازد برابر $\tan \theta$ است
 معادله ی خطی که با شیب m از نقطه $\begin{matrix} x_0 \\ y_0 \end{matrix}$ بگذرد، عبارتست از $y - y_0 = m(x - x_0)$

شیب خط $= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

عرض از مبدأ ۲ است. یعنی خط از نقطه $\begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix}$ می گذرد.

معادله ی خط $y - 2 = \sqrt{3}(x - 0)$

$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y - \sqrt{3}x = 2$

۱۴. گزینه ۳ مقادیر $\cot 180^\circ$ و $\tan 90^\circ$ تعریف نشده اند و $\sin 180^\circ = 0$ بوده و در نتیجه $\frac{1}{\sin 180^\circ}$ تعریف نشده است.

۱۵. گزینه ۱

شیب هر خط برابر است با تانژانت زاویه ای که آن خط با جهت مثبت محور x می سازد.

$3y = \sqrt{3}x + 5 \xrightarrow{\div 3} y = \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{3}}_{\text{شیب}} x + \frac{5}{3}$

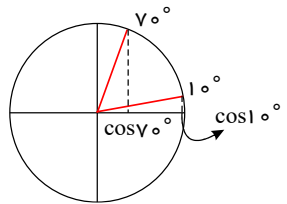
$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

۱۶. گزینه ۱

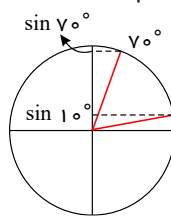
می دانیم: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{2 \cos^2 45^\circ + 4 \sin^2 60^\circ}{2 - 3 \cot 30^\circ \times \tan 30^\circ} = \frac{2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 - 3 \times 1} = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{3}{4}}{-1} = \frac{1 + 3}{-1} = -4$$

۱۷. گزینه ۳ را بررسی می کنیم:

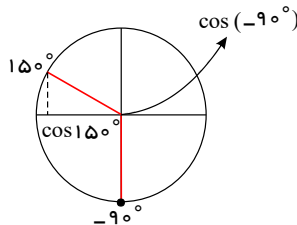


(۲) $\cos 10^\circ > \cos 70^\circ$ (نادرست)

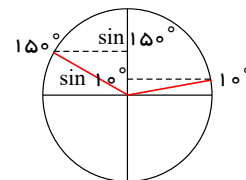


(۱) $\sin 70^\circ > \sin 10^\circ$ (نادرست)

(۴) $\cos 15^\circ < \cos(-90^\circ)$ (نادرست)



(۳) $\sin 15^\circ > \sin 10^\circ$ (درست)



۱۸. گزینه ۱

سینوس و کسینوس زوایای متمم با یکدیگر برابر است. پس: $\cos \gamma_0 = \sin \alpha_0$, $\sin \gamma_0 = \cos \alpha_0$

$$\frac{1 + \sin^2 \alpha_0 + \sin^2 \gamma_0}{1 + \tan \alpha_0 \tan \gamma_0} = \frac{1 + \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0}{1 + \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \times \frac{\sin \gamma_0}{\cos \gamma_0}} = \frac{1 + 1}{1 + 1} = 1$$

۱۹. گزینه ۲

$$\tan \alpha - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \tan \alpha - \sqrt{1 + \tan^2 \alpha - 1}$$

$$= \tan \alpha - \sqrt{\tan^2 \alpha} = \tan \alpha - |\tan \alpha| \xrightarrow{\alpha \text{ ربع دوم}} \tan \alpha - (-\tan \alpha) = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

۲۰. گزینه ۴ دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle AEF$ باهم متشابهند و داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{3}{3+4} = \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$$

$$\frac{(\sqrt{3})^2 - 2(1)^2}{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{3 - 2(1)}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{3 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

۲۱. گزینه ۴

$$A = \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{4-3+12}{12}} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13}$$

۲۲. گزینه ۳

$$A = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6$$

۲۳. گزینه ۲

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{3}{49}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$\sin C = \frac{10}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{7} \Rightarrow BC = \frac{70}{\sqrt{3}}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B$$

می دانیم سینوس و کسینوس دو زاویه متمم با هم برابرند؛ در مثلث ABC :

$$\hat{A} = 90^\circ, \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \cos C$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{70}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{46}}{7} = 50 \sqrt{\frac{46}{3}}$$

$$\boxed{1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}} \quad \text{۲۴. گزینه ۴}$$

$$\tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 + \tan \theta} = \tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$A + B + C = 180^\circ \xrightarrow{\widehat{A}=90^\circ} B + C = 90^\circ \Rightarrow \frac{B+C}{3} = 30^\circ$ **گزینه ۱** ۲۵.

$$2 \frac{(B+C)}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)} = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

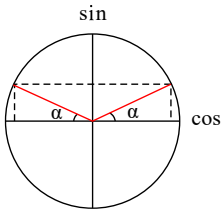
گزینه ۳ ۲۶.

$$S = \frac{1}{2} x \times x \times \sin 30^\circ$$

$$18 = \frac{1}{2} x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 18 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = \sqrt{72}$$

$$x + x = 2x = 2\sqrt{72} = 2 \times \sqrt{36 \times 2} = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

گزینه ۳ ۲۷. با توجه به دایره مثلثاتی: $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ و $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$



$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 120^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 180^\circ = -\cos(180^\circ - 180^\circ) = -\cos 0^\circ = -1$$

$$\cos 150^\circ = -\cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ)}{\cos(180^\circ - 45^\circ)} = \frac{\sin 45^\circ}{-\cos 45^\circ} = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\frac{2 \sin 120^\circ - 2 \cos 180^\circ}{2 \cos 150^\circ + 2 \tan 135^\circ} = \frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} - 2} = \frac{\sqrt{3} + 2}{-(\sqrt{3} + 2)} = -1$$

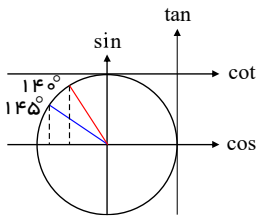
گزینه ۴ ۲۸.

α در ربع چهارم:

$$3m - 2 < 0 \rightarrow 3m < 2 \rightarrow m < \frac{2}{3}$$

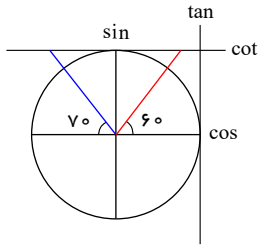
گزینه ۴ ۲۹.

باتوجه به دایره مثلثاتی:



گزینه ۴

باتوجه به دایره مثلثاتی می بینیم که $\cot 110^\circ < \cot 60^\circ$



گزینه ۳ از آنجا که $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ و $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ پس همواره عبارت های $3 - \sin \alpha$ ، $3 + \sin \alpha$ ، $2 + \cos \alpha$ ، $2 - \cos \alpha$ مثبت هستند.

$$\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + \sin \alpha|} = \frac{2 - \cos \alpha - 2 - \cos \alpha}{3 - \sin \alpha - 3 - \sin \alpha} = \frac{-2 \cos \alpha}{-2 \sin \alpha} = \frac{2}{3} \cot \alpha$$

گزینه ۳ معنی $270^\circ < \theta < 360^\circ$ آنست که θ در ربع چهارم دایره ی مثلثاتی واقع است و در ربع چهارم، $\cos \theta$ مثبت و $\sin \theta$ منفی است. می دانیم:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس}} \cos^2 \theta = \frac{9}{10} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |\cos \theta| = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{3}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\cos \theta > 0} \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

برای محاسبه ی $\sin^2 \theta$ از رابطه ی $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ استفاده می کنیم که سینوس را به کسینوس مربوط می کند:

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |\sin \theta| = \sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} \xrightarrow{\sin \theta < 0} \sin \theta = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\sqrt{0,1}$$

حال مقدار A را محاسبه می کنیم:

$$A = \frac{1 - 2 \sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - 2 \times (-\sqrt{0,1})}{\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{1 + 2\sqrt{0,1}}{\frac{9}{10}} = \frac{10}{9} (1 + 2\sqrt{0,1}) = \frac{10 + 20\sqrt{0,1}}{9}$$

گزینه ۱

$$a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

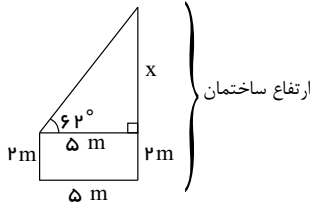
$$y = ax + b \xrightarrow{a = \sqrt{3}} y = \sqrt{3}x + b \rightarrow 3 = 2\sqrt{3} + b \xrightarrow{(2,3)} b = 3 - 2\sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x + 3 - 2\sqrt{3} \xrightarrow{\times \sqrt{3}} \sqrt{3}y = 3x + 3\sqrt{3} - 6$$

$$\sqrt{3}y = 3(x + \sqrt{3} - 2)$$

۳۴. گزینه ۲

شکل هندسی این مسئله بصورت روبه رو است:



اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان بصورت $x + 2$ متر بدست خواهد آمد؛ از تانژانت 62° که در مسئله داده شده شروع می‌کنیم:

$$\tan 62^\circ \simeq 2 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{متر ارتفاع ساختمان} = x + 2 = 10 + 2 = 12$$

۳۵. گزینه ۲

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

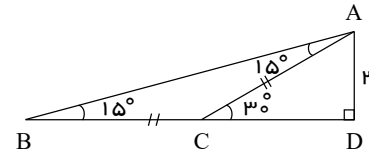
$$\triangle ADC : \widehat{CAD} = 90 - 30 = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \widehat{B} = 90 - \widehat{A} = 90 - (60 + 15) = 15^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow AC = BC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



۳۶. گزینه ۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{9}{34} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \sin \alpha = \frac{-3}{\sqrt{34}}$$

$$\cot \alpha = \frac{5}{3} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{3} \sin \alpha$$

$$3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha = 3 \sin \alpha + 2 \left(\frac{5}{3} \sin \alpha \right) = 3 \sin \alpha + \frac{10}{3} \sin \alpha$$

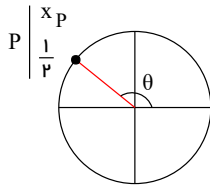
$$= \frac{19}{3} \sin \alpha = \frac{19}{3} \times \frac{-3}{\sqrt{34}} = \frac{-19}{\sqrt{34}}$$

۳۷. گزینه ۳

$$\frac{2}{1 + \cos 20^\circ} + \frac{2}{1 - \cos 20^\circ} = \frac{2 - 2 \cos 20^\circ + 2 + 2 \cos 20^\circ}{(1 + \cos 20^\circ)(1 - \cos 20^\circ)} = \frac{4}{1 - \cos^2 20^\circ} = \frac{4}{\sin^2 20^\circ}$$

۳۸. گزینه ۴

اگر نقطه P روی دایره ی مثلثاتی باشد، $x_p = \cos \theta$ و $y_p = \sin \theta$ خواهد بود.



دایره را ببینید:

داریم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow x_p^2 + y_p^2 = 1 \xrightarrow{y_p = \frac{1}{4}} x_p^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x_p^2 + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x_p^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_p = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x_p = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

چون P در ربع دوم است، مقدار منفی را می پذیریم.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$A = \sin \theta + \tan^2 \theta = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

۳۹. گزینه ۳

$$AB = (\sin \alpha - \cos \beta)(\sin \alpha + \cos \beta) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta$$

$$AB + C = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = 1 - 1 = 0$$

۴۰. گزینه ۲

$$\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)^2 - (1 - \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - (1 - 2 \sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - 1 + 2 \sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{4 \sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{4}{1} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = 4 \tan \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4 \tan \theta}{\cos \theta}$$

۴۱. گزینه ۴

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \tan^2 \alpha + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

۴۲. گزینه ۱ به ازای هر زاویه ی x داریم: $-1 \leq \sin x \leq 1$
بر روی نامساوی های بالا، عبارت $(2a + 1) - 3 \sin x$ را می سازیم:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times(-3)} 3 \geq -3 \sin x \geq -3 \xrightarrow{+(2a+1)}$$

$$(2a+1) + 3 \geq (2a+1) - 3 \sin x \geq (2a+1) - 3$$

بیشترین مقدار

$$\Rightarrow 2a + 1 + 3 = 8 \Rightarrow 2a = 8 - 3 - 1 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

۴۳. گزینه ۳

$$\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1 = \frac{\cos^2 17^\circ - \sin 17^\circ + \sin^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ}$$

$$= \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ (1 - \sin 17^\circ)} = \frac{1}{\sin 17^\circ}$$

۴۴. گزینه ۴

گزینه ۱ : $a + b = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \checkmark$

گزینه ۲ : $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{a}{b} = \frac{1}{b} \quad \checkmark$

گزینه ۳ : $\frac{a+b}{b} = \frac{1}{b} \Rightarrow b = ab + b^2 \rightarrow ab + b^2 - b = 0 \quad \checkmark$

گزینه ۴ : $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{b}{a} = \frac{1}{a} \neq a$

۴۵. گزینه ۱

$$\cos^2 \alpha \left(-2 + \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha} \right) = \cos^2 \alpha \times \frac{-2 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha} = \cos^2 \alpha + 1 - 2 \cos^2 \alpha$$

$$= (1 - \cos^2 \alpha)^2 = (\sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha$$

۴۶. گزینه ۱

$$A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

$$= \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1} = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2}_1 = 1$$

۴۷. گزینه ۴

$$\frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 3 \rightarrow 4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha = 9 \sin \alpha + 6 \cos \alpha$$

$$\rightarrow -2 \cos \alpha = 14 \sin \alpha \rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{14}{-2} \Rightarrow \cot \alpha = -7$$

گزینه ۲.۴۸

$$\begin{aligned}\sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} &= \sqrt{\sin^4 \alpha + 4(1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^4 \alpha + 4 - 4 \sin^2 \alpha} \\ &= \sqrt{(\sin^2 \alpha - 2)^2} = |\sin^2 \alpha - 2| = 0 \rightarrow \sin^2 \alpha = 2 \rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

گزینه ۱.۴۹

$$\alpha + \beta = 90 \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

می دانیم در ضرب خاصیت جابجایی وجود دارد؛
پس عبارت بالا را به صورت زیر می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\sin 1}{\cos 89} \times \frac{\sin 2}{\cos 88} \times \dots \times \frac{\sin 89}{\cos 1} \\ \sin 1 = \cos 89 \Rightarrow &\frac{\sin 1}{\cos 89} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \times 1 \times \dots \times 1 = 1$$

گزینه ۳.۵۰

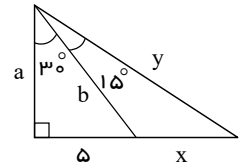
$$\sin 30 = \frac{1}{2} = \frac{5}{b} \Rightarrow b = 10$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{10} \Rightarrow a = 5\sqrt{3}$$

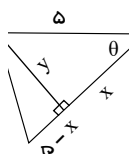
$$\cos 45 = \frac{5\sqrt{3}}{y} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = 10\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\sin 45 = \frac{x+5}{10\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x+5 = 5\sqrt{3} \rightarrow x = 5\sqrt{3} - 5$$

$$x + y = 5\sqrt{3} - 5 + 10\sqrt{\frac{3}{2}} = 5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}})$$



گزینه ۴.۵۱ با نوشتن فیثاغورس در دو مثلث داریم:



$$\begin{aligned} 1) 25 &= x^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 25 - x^2 \\ 2) (\sqrt{10})^2 &= (5-x)^2 + y^2 \Rightarrow 10 = y^2 + 25 + x^2 - 10x \\ y^2 &= 25 - x^2 \\ \hline 10 &= 25 - x^2 + 25 + x^2 - 10x \Rightarrow 10 = 50 - 10x \Rightarrow 40 = 10x \Rightarrow x = 4 \\ y^2 &= 25 - x^2 \xrightarrow{x=4} y^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۳.۵۲

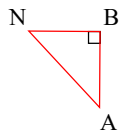
$$A \text{ مختصات } : A \begin{vmatrix} 1 \\ \tan \alpha \end{vmatrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ 8 \end{vmatrix}$$

$$M \text{ مختصات } : M \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$|AM| = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(1-1)^2 + ((-1)-8)^2} = \sqrt{0 + (-9)^2} = 9$$

۵۳. گزینه ۲

در مثلث $\triangle ABN$ داریم: (قائم الزاویه)



شعاع: $AB = 1$
 $NB = \cot \alpha$
 وتر $AN =$

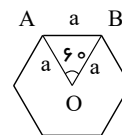
داریم:

$$AN^2 = AB^2 + NB^2 = 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow AN = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

۵۴. گزینه ۱ هر شش ضلعی منتظم به ضلع a ، شامل ۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a است.

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

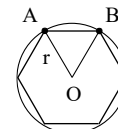


پس مساحت ۶ ضلعی عبارتست از:

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \stackrel{a=3}{=} \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

از طرفی در دایره، شعاع برابر با OA است داریم:

$$r = OA = a \Rightarrow S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi a^2 \stackrel{\pi=3}{=} 3a^2 \stackrel{a=3}{=} 27$$



و تفاضل این مساحت عبارتست از:

$$27 - \frac{27\sqrt{3}}{2} = 27 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 27 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right)$$

۵۵. گزینه ۴ محدوده‌ی $\sin \alpha \cos \alpha$ را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

نامنفی

$$\underbrace{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}_{\text{نامنفی}} = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha \geq 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha \geq -1 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha \geq -\frac{1}{2}$$

نامنفی

$$\underbrace{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}_{\text{نامنفی}} = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha \geq 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha \leq \frac{1}{2}$$

پس در حالت کلی داریم: (*) $-\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \cos \alpha \leq \frac{1}{2}$

اما α در ربع چهارم است؛ پس $\sin \alpha$ منفی و $\cos \alpha$ مثبت است؛ در نتیجه $\sin \alpha \cos \alpha$ خواهد بود. بنابراین رابطه‌ی * به

صورت $-\frac{1}{2} \leq \sin \alpha \cos \alpha \leq 0$ در می‌آید و از میان گزینه‌ها فقط گزینه‌ی ۴ در این شرایط صدق می‌کند.

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۲۲۴۹۰۸

۲ -۵	۱ -۴	۴ -۳	۱ -۲	۲ -۱
۳-۱۰	۲ -۹	۳ -۸	۴ -۷	۲ -۶
۱-۱۵	۳-۱۴	۲-۱۳	۴-۱۲	۳-۱۱
۴-۲۰	۲-۱۹	۱-۱۸	۳-۱۷	۱-۱۶
۱-۲۵	۴-۲۴	۲-۲۳	۳-۲۲	۴-۲۱
۴-۳۰	۴-۲۹	۴-۲۸	۳-۲۷	۳-۲۶
۲-۳۵	۲-۳۴	۱-۳۳	۳-۳۲	۳-۳۱
۲-۴۰	۳-۳۹	۴-۳۸	۳-۳۷	۱-۳۶
۱-۴۵	۴-۴۴	۳-۴۳	۱-۴۲	۴-۴۱
۳-۵۰	۱-۴۹	۲-۴۸	۴-۴۷	۱-۴۶
۴-۵۵	۱-۵۴	۲-۵۳	۳-۵۲	۴-۵۱