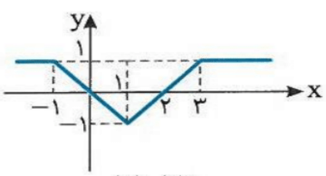
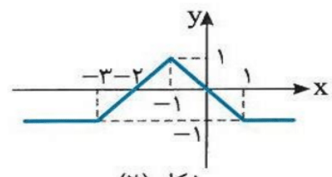
آزمون 1 درس:حسابان 2 (کل کتاب)	اداره کل آموزش وپرورش استان آذربایجان شرقی	تاریخ آزمون: 97/12/17
رشته و پایه: ریاضی دوازدهم	سال تحصیلی 98–97	ساعت شروع آزمون: 8 صبح
نام ونام خانوادگی:	نام دبیر:محمد شعرباف	مدت امتحان : 120دقیقه
بارم بندی خرداد ماه(فصل اول 1/5،فصل دوم 1/5 ،فصل سوم 8،فصل چهارم 7)رعایت شده است.		

1 جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. **1**

الف)شکل (1) نمودار تابع f است.شکل (2) نمودار تابع $y=-f(-x)$ است.


شکل (۱)


شکل (۲)

حل)اگر نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه کنیم .نمودار $y=f(-x)$ به دست می آید.اگر این نمودار را نسبت به محور x قرینه کنیم.نمودار تابع $y=-f(-x)$ به دست می آیدکه همان نمودار شکل (2) است.

ب)حاصل عبارت $A=\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$ برابر است با: $\sqrt{3}$

حل)

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha.\tan\beta}\xrightarrow{\alpha=45^\circ\quad\beta=15^\circ}\tan(45^\circ+15^\circ)=\frac{\tan 45^\circ+\tan 15^\circ}{1-\tan 45^\circ\tan 15^\circ}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ=\frac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$$

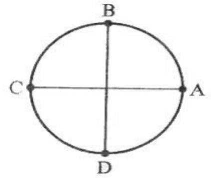
2 مقدار a را چنان بیابید که عبارت $f(x)=x^2+2x-3$ بر $2x-a$ بخش پذیر باشد. **1**

حل)

$$2x-a=0\Rightarrow x=\frac{a}{2} \text{ و } f(\frac{a}{2})=\frac{a^2}{4}+a-3=0\Rightarrow a^2+4a-12=0$$

$$(a-6)(a+2)=0\Rightarrow a=6 \text{ یا } a=-2$$

3 معادله $\sin x-\cos x=1$ را در بازه $0\le x\le 2\pi$ حل کنید. **1**



نکته)با چرخش زاویه در دایره ی مثلثاتی و عبور از نقاط A, B, C و D وتکرار چرخش می توان برای این نقاط جمله ی عمومی تعیین کرد.

$$A=2k\pi,\qquad B=2k\pi+\frac{\pi}{2},\qquad C=(2k+1)\pi,\qquad D=2k\pi-\frac{\pi}{2}$$

$$A\vee C=k\pi\qquad ,B\vee D=k\pi+\frac{\pi}{2},\qquad A\vee B\vee C\vee D=\frac{k\pi}{2}$$

	حل) $\sin x-\cos x=1\Rightarrow \sin x=1+\cos x\xrightarrow{p.2}\sin^2 x=(1+\cos x)^2$ $\xrightarrow{\sin^2 x=1-\cos^2 x}1-\cos^2 x=1+2\cos x+\cos^2 x\Rightarrow 2\cos^2 x+2\cos x=0$ $\xrightarrow{\div 2}\cos x(\cos x+1)=0\Rightarrow \cos x=0 \quad \vee \quad \cos x=-1$ $\cos x=0\xrightarrow{B \quad \vee \quad D}x=k\pi+\frac{\pi}{2} \quad k\in Z\xrightarrow{0\le x\le 2\pi}x=\frac{\pi}{2},x=\frac{3\pi}{2}$ یا $\cos x=-1\xrightarrow{C}x=2k\pi+\pi \quad k\in Z\xrightarrow{0\le x\le 2\pi}x=0,\pi,2\pi$ آزمایش جواب ها: $\sin\frac{\pi}{2}-\cos\frac{\pi}{2}=1-0=1\Rightarrow$ قابل قبول است $x=\frac{\pi}{2}$ $\sin\frac{3\pi}{2}-\cos\frac{3\pi}{2}=-1-0\neq 1\Rightarrow$ غیر قابل قبول است $x=\frac{3\pi}{2}$ $\sin 0-\cos 0=0-1\neq -1\Rightarrow$ غیر قابل قبول است $x=0$ $\sin\pi-\cos\pi=0-(-1)=1\Rightarrow$ قابل قبول است $x=\pi$ $\sin 2\pi-\cos 2\pi=0-1\neq 1\Rightarrow$ غیرقابل قبول است $x=2\pi$	
4	اگر خط $y=2$ مجانب افقی نمودار تابع $f(x)=\frac{ax+1}{(a-1)x-2}$ باشد ،مجانب قائم تابع $f(x)$ را بیابید. حل)چون خط $y=2$ مجانب افقی نمودار تابع $f(x)$ است،پس $\lim_{x\to+\infty}f(x)=2$ یا $\lim_{x\to-\infty}f(x)=2$. داریم: $\frac{a}{a-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{(a-1)x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+1}{(a-1)x-2}$ بنابراین $\frac{a}{a-1}=2\Rightarrow a=2$ در نتیجه $f(x)=\frac{2x-1}{x-2}$. $x-2=0\Rightarrow x=2\Rightarrow \lim_{x\to 2^+}\frac{2x-1}{x-2}=\frac{3}{0^+}=+\infty\Rightarrow$ $x=2$ مجانب قائم تابع $f(x)$ است.	1
5	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x+1}{\tan x}$ ب) $\lim_{x\to-\infty}(x^3-2x^2)$ حل الف) $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{x+1}{\tan x}=\frac{\frac{\pi}{2}+1}{-\infty}=0\\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{x+1}{\tan x}=\frac{\frac{\pi}{2}+1}{+\infty}=0\end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x+1}{\tan x}=0$ ب) $\lim_{x\to-\infty}(x^3-2x^2)=\lim_{x\to-\infty}x^3(1-\frac{2}{x})=\lim_{x\to-\infty}x^3\times\lim(1-\frac{2}{x})=-\infty\times(1-0)=-\infty$	1

6 — (نمره: 2)

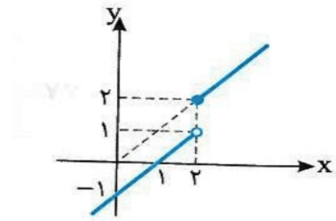
برای تابع f که نمودار آن داده شده است موارد زیر را(در صورت وجود) به دست آورید.

الف) $\lim\limits_{x\to 2^-} f'(x)=$

ب) $f'_-(2)=$

ج) $f'_+(2)=$

د) $\lim\limits_{x\to 2^+} f'(x)=$



نکته)دو نقطه دلخواه روی خط سمت چپ$x=2$در نظر می گیریم چون زاویه بین محورxها و خط کمتر از 90° است پس شیب مثبت است ،داریم: $f'(x)=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{0-(-1)}{1}=1$

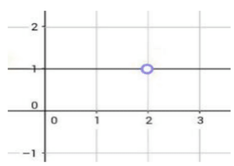
حل الف)نمودار تابع f روی بازه$(-\infty,2)$ تکه ای از خط راست با شیب 1 است،پس $\lim\limits_{x\to 2^-} f'(x)=1$

حل ب)چون نقطه تو پر به شاخه سمت چپ تابع f در$x=2$وصل نشده است پس تابع f درنقطه $x=2$از چپ ناپیوسته است لذا f در نقطه 2مشتق چپ ندارد.در نتیجه $f'_-(2)$ موجود نیست.

حل ج)چون نمودارتابع روی بازه$[2,+\infty)$نیم خطی موازی با نیم خط روی بازه$(-\infty,2)$است پس $f'_+(2)=1$.

حل د) $f'_+(2)=1\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} f'(x)=1$

روش دوم:نمودار تابع f' را رسم می کنیم:



چون f در نقطه2ناپیوسته است،پس در این نقطه مشتق پذیر هم نیست.یعنی2در دامنه تابع f' نیست.

چون شاخه سمت راست تابع مشتق به شاخه سمت چپ تابع مشتق در $x=2$به هم وصل شده است لذا داریم: $\lim\limits_{x\to 2^+} f'(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f'(x)=1$

معادله تابع f در بازه$[2,+\infty)$با شیب 1و گذرا از نقطه $A(2,2)$ برابر است با: $f(x)=x$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{x-2}=1$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x-1-2}{x-2}=\frac{-1}{0^-}=+\infty\Rightarrow$$ $f'_-(2)$ موجود نیست

7 — (نمره: 1.5)

اگر $f(x)=3x^2-2x$ ،با استفاده از تعریف مشتق ، $f'(-1)$ را به دست آوریدو معادله خط مماس بر منحنی f رادر نقطه ای به طول (-1)واقع بر آن بنویسید.

حل)

$$f(-1)=3(-1)^2-2(-1)=3+2=5$$

$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{3x^2-2x-5}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(3x-5)}{x+1}$$

$=\lim\limits_{x\to -1}(3x-5)=3(-1)-5=-8=$ شیب خط مماس بر تابع f در نقطه داده شده

معادله خط مماس بر تابع f در نقطه $A(-1,5)$: $y-y_0=f'(-1)(x-x_0)$

$$y-5=-8(x+1)\Rightarrow y=-8x-3$$

8	قضیه:اگر تابع f در $x=a$ مشتق پذیر باشد،آن گاه f در a پیوسته است. حکم: $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$ فرض: $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$ اثبات)حد $\lim_{x\to a}(f(x)-f(a))$ را تشکیل می دهیم،داریم: $\lim_{x\to a}(f(x)-f(a))=\lim_{x\to a}\left((x-a)\times\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\right)=\lim_{x\to a}(x-a).\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ $(a-a)\times f'(a)=0\Rightarrow \lim_{x\to a}(f(x)-f(a))=0\Rightarrow \lim_{x\to a}f(x)-\lim_{x\to a}f(a)=0$ $\Rightarrow \lim_{x\to a}f(x)-f(a)=0\Rightarrow \lim_{x\to a}f(x)=f(a)$	1.25
9	مشتق توابع زیر را به دست آورید.(ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x)=\sqrt{x}(5x-x^2)$ ب) $g(x)=(x^2+1)^3+\sin x$ ج) $h(x)=\frac{\cos 2x}{3x^2-5}$ حل) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}(5x-x^2)+\sqrt{x}(5-2x)$ $g'(x)=3(2x)(x^2+1)^2+\cos x$ $h'(x)=\frac{(-2\sin 2x)(3x^2-5)-(6x)(\cos 2x)}{(3x^2-5)^2}$	1.75
10	اگر معادله حرکت یک متحرک به صورت $f(t)=t^2+3t+1$ باشد: الف) سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_1=2$ تا $t_2=4$ را محاسبه کنید. ب)سرعت لحظه ای متحرک را درلحظه $t_0=3$ پیدا کنید. آهنگ متوسط متحرک $=\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}=\frac{f(4)-f(2)}{4-2}=\frac{(16+12+1)-(4+6+1)}{2}=9$ آهنگ لحظه ای متحرک $=f'(3)=2t+3\|_{t=3}=2(3)+3=9$	1.5
11	تابع $f(x)=x^2+ax+b$ مفروض است a و b را چنان بیابیدتا $A(2,-1)$ نقطه ی می نیمم تابع باشد. خواص نقطه اکسترمم:الف) مختصات نقطه اکسترمم در خود تابع صدق می کند. ب)به ازای طول نقطه اکسترمم مشتق تابع برابر صفر می شود. $f(2)=-1\Rightarrow 4+2a+b=-1\Rightarrow 2a+b=-5 \quad (I)$ $f'(2)=0\Rightarrow 2x+a=0\xrightarrow{x=2}4+a=0\Rightarrow a=-4\xrightarrow{in\quad(I)}-8+b=-5\Rightarrow b=3$	1.5
12	جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+1$ را رسم کنید. $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+1\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x\Rightarrow f''(x)=x^2-2x-3=0$ $\Rightarrow(x+1)(x-3)=0\Rightarrow x=-1 \quad \vee \quad x=3$ طول نقاط عطف	2

x	$-\infty$		-۱		۳		$+\infty$
$f''(x)$		+		−		+	
$f(x)$		$\cup$		$\cap$		$\cup$	

13 — **1.5**

تابع $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ ، $c\neq 0$ مفروض است.مقادیر a ، b و c را به قسمی بیابید که منحنی تابع از نقطه $(2,0)$ بگذردو نقطه $(-1,2)$ محل برخورد مجانب های تابع باشد.

حل)

$(2,0)\in f \Rightarrow 0=\dfrac{2a+b}{2c+1}\Rightarrow 2a+b=0 \qquad (I)$

$x=-1$ مجانب قائم است $-c+1=0\Rightarrow 1=c$

$y=2$ مجانب افقی است. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{ax+b}{cx+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{ax}{cx}=\dfrac{a}{c}$

$\dfrac{a}{c}=2\xrightarrow{c=1}a=2\xrightarrow{in\quad (I)}2(2)+b=0\Rightarrow b=-4$

14 — **2**

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=x^3-3x$ را رسم کنید.

1) $D_y=R$

2) محل برخوردبا محور عرض ها: $x=0\Rightarrow y=0$

3) محل برخوردبا محور طول ها: $y=0\Rightarrow x^3-3x=0\Rightarrow x(x^2-3)=0\Rightarrow x=0, x=\pm\sqrt{3}$

4) $f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-3=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$ طول نقاط ماکزیمم و می نیمم

5) $f''(x)=0\Rightarrow 6x=0\Rightarrow x=0$ طول نقطه عطف

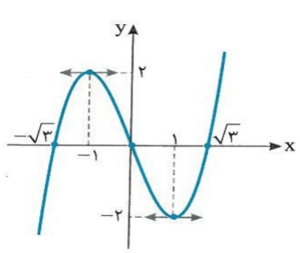
6) $if \quad x=-1\Rightarrow y=2, \quad if \quad x=0\Rightarrow y=0, \quad if \quad x=1\Rightarrow y=-2$

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty, \qquad \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

8) جدول تغییرات تابع را به صورت زیر رسم می کنیم:

x	$-\infty$		-۱		۰		۱		$+\infty$
$f'(x)$		+		−		−		+	
$f''(x)$		−		−		+		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	۲	↘	۰	↘	-۲	↗	$+\infty$
			max نسبی		نقطهٔ عطف		min نسبی		

9) از روی جدول تغییرات نمودار تابع را رسم می کنیم.



20 جمع

موفق وسربلندباشید.«شعرباف»

Hamkelasi.ir | این برگه توسط وب سایت همکلاسی تهیه شده است ، برای دریافت فایل های بیشتر به وب سایت ما مراجعه کنید !