

نمره به عدد:	باسمه تعالی سازمان آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی اداره آموزش و پرورش ناحیه 4 تبریز دبیرستان شهید مهدی سالک	سوالات امتحان : آمار و احتمال یازدهم ریاضی
نمره به حروف:		تاریخ امتحان : 96/10/
امضاء مصحح:		مدت امتحان : 120 دقیقه نام و نام خانوادگی :

بارم	سوالات	ردیف
1	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) جمله "لطفا کتاب هایتان را باز کنید" یک گزاره است. ب) هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است. ج) اگر گزاره $p$ گزاره ای درست و $q$ گزاره ای نادرست و $r$ گزاره ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(\sim p \leftrightarrow q) \vee r$ درست است. د) دو پیشامد " $A$ : من متولد ماه مهر هستم" و " $B$ : من متولد فصل پاییز هستم" دو پیشامد ناسازگارند.	1
0/75	جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید. الف) به جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جایگذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل می شود، ..... گوییم. ب) به هر عضو از فضای نمونه یک ..... گوییم. ج) هر گاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای $S$ احتمال نابرابر داشته باشند $S$ را فضای نمونه ای با احتمال ..... گوییم.	2
5/0	اگر گزاره $(q \vee \sim p) \Rightarrow p$ گزاره ای نادرست باشد، کدام گزاره همواره درست است؟ الف) $p \rightarrow q$ ب) $\sim q \rightarrow \sim p$ ج) $q \rightarrow \sim p$ د) $\sim q \rightarrow (\sim p \wedge q)$	3
75/0	ارزش گزاره های مرکب زیر را بنویسید. الف) 121 عددی اول است یا 91 مضرب 7 نیست. ب) 2 عدد اول نیست اگر و تنها اگر 2 مربع کامل است. ج) اگر 2 فرد باشد آنگاه $5 > 2$ .	4
5/2	نقیض گزاره های زیر را بنویسید. الف) اگر عددی منفی باشد آنگاه مربع آن مثبت است. ب) اگر انسان تحصیل علم کند آنگاه معبود را بهتر می شناسد و به مردم خدمت می کند. ج) $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$ د) هر آسیایی، ایرانی است.	5
0/75	ثابت کنید اگر $a \in \mathbb{Z}$ و $a^2$ مضرب 3 باشد آنگاه $a$ مضرب 3 است.	6
5/1	گزاره های زیر را به زبان ریاضی بیان کرده و ارزش آن ها را تعیین کنید. الف) نصف هر عدد صحیح از خود آن عدد کوچک تر است. ب) معکوس بعضی از اعداد صحیح، یک عدد صحیح است.	7

1/5	با استفاده از جدول ارزش نشان دهید که: $(p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$	8
1	فرض کنید $A$ و $B$ دو مجموعه با مرجع $U$ باشند، ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A - B = \emptyset$	9
1	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$	10
1/5	اگر $A = \{x   x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x   x \in \mathbb{N}, x^2 - 4x + 3 = 0\}$ مجموعه $A \times B - A^2$ را با اعضاء نشان دهید.	11
0/5	یک راننده تاکسی در هر مسیر <u>حداکثر</u> ۴ مسافر سوار می کند. فضای نمونه تعداد مسافرها در دو مسیر رفت و برگشت را بنویسید.	12
0/75	اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ باشد $P(B)$ را تعیین کنید.	13
1	ثابت کنید اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ آنگاه $P(A) \leq P(B)$	14
1/5	در یک آزمایش تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. اگر $P(\{x, y\}) = \frac{2}{3}$ و $P(\{x, z\}) = \frac{1}{2}$ ، احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای ساده را به دست آورید.	15
1/5	در پرتاب یک تاس احتمال مشاهده هر عدد متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم احتمال این که عدد مشاهده شده بیشتر از ۴ باشد را تعیین کنید.	16
۲	عددی به تصادف از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ انتخاب می کنیم احتمال این که: (الف) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد اما بر ۵ بخش پذیر نباشد چقدر است؟ (ب) عدد انتخابی نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیر باشد چقدر است؟	17
20	جمع	گروه ریاضی استان آذربایجان شرقی

1	(الف) نادرست (ب) درست (ج) درست (د) نادرست (هر مورد 0/25)	1																													
0/75	(الف) گزاره نما (ب) برآمد (ج) غیرهمشانس (هر مورد 0/25)	2																													
.5	$(q \vee \sim p) \Rightarrow p$ فقط زمانی نادرست است که $p$ درست و $(q \vee \sim p)$ نادرست باشد، پس $q$ نادرست است و بنابراین گزینه "د" درست است.	3																													
0/75	(الف) نادرست (ب) درست (ج) بنا برانتفای مقدم درست (هر مورد 0/25)	4																													
2/5	(الف) عدد منفی است و مربع آن مثبت نیست. (0/5) (ب) انسان تحصیل علم کند و معبود را بهتر نمی‌شناسد یا به مردم خدمت نمی‌کند. (0/75) (ج) $\forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$ (0/75) (د) وجود دارد آسیایی که ایرانی نیست. (0/5)	5																													
0/75	برهان خلف: $\forall k \in \mathbb{Z}; a \neq 3k \rightarrow a^2 \neq 9k^2 = 3(3k^2) = 3k'. k' \in \mathbb{Z}$ یعنی $a^2$ مضرب 3 نیست.	6																													
1/5	(الف) نادرست $\forall x \in \mathbb{Z}; \frac{x}{2} < x$ (0/75) (ب) درست $\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$ (0/75)	7																													
1/5	8 <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th><math>p</math></th> <th><math>q</math></th> <th><math>\sim q</math></th> <th><math>p \wedge q</math></th> <th><math>p \vee \sim q</math></th> <th><math>(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table>	$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)$	د	د	ن	د	د	د	د	ن	د	ن	د	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	د
$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)$																										
د	د	ن	د	د	د																										
د	ن	د	ن	د	د																										
ن	د	ن	ن	ن	ن																										
ن	ن	د	ن	د	د																										
1	$A - B = \{x \in U   x \in A, x \notin B\} = \{x \in U   x \in B, x \notin B\} = \emptyset \rightarrow A - B = \emptyset$	9																													
1	$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B') = B' \cap (A \cup A') = B' \cap U = B'$	10																													
1/5	$A = \{0.1\}, B = \{1.3\} \rightarrow A^2 - A \times B$ $= \{(0.0), (0.1), (1.0), (1.1)\} - \{(0.1), (0.3), (1.1), (1.3)\}$ $= \{(0.0), (1.0)\}$	11																													
0/5	$S = \{0.1.2.3.4\} \times \{0.1.2.3.4\}$	12																													
0/75	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{6}{8} = \left(1 - \frac{3}{8}\right) + P(B) - \frac{1}{3} \rightarrow P(B)$ $= \frac{11}{24}$	13																													
1	$A \cap (B - A) = \emptyset \rightarrow P(B) = P((B - A) \cup A) = P(B - A) + P(A) \rightarrow$ $P(B - A) = P(B) - P(A)$ از طرفی می‌دانیم $P(B - A) \geq 0$ بنابراین $P(B) - P(A) \geq 0 \rightarrow P(B) \geq P(A)$	14																													

1/5	$p(x) + P(y) + P(z) = 1$ $p(x) + P(y) = \frac{2}{3} \rightarrow p(z) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ $p(x) + P(z) = \frac{1}{2} \rightarrow p(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $p(y) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$	15
1/5	$p(1) = x \rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \rightarrow 21x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$ $p(\{5,6\}) = \frac{5}{21} + \frac{6}{21} = \frac{11}{21}$	16
2	$S = \{1,2,\dots,100\} \rightarrow n(S) = 100$ $A: \text{بخشپذیری بر } 3 \rightarrow n(A) = \left[ \frac{1000}{3} \right] = 33$ $B: \text{بخشپذیری بر } 5 \rightarrow n(A) = \left[ \frac{1000}{5} \right] = 20$ $n(A \cap B) = \left[ \frac{1000}{15} \right] = 6$ $\text{الف) } P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{6}{100} = \frac{27}{100}$ $\text{ب) } P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left[ \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - \frac{6}{100} \right] = \frac{53}{100}$	17