

ساعت شروع :
وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷ / ۳ / ۱۳۹۷
طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

نمره پس از تصحیح:
امضاء دبیر:

سوالات امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷ تعداد صفحه: ۴

نام و نام خانوادگی:



پاسخ

«پاسخ را به صورت خلاصه و خوانا در برگه پاسخنامه بنویسید سعی کنید قلم خودرگی ایجاد نکنید. استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد»

۱

۱- درست یا نادرست بودن عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها عمود منصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه هم راس باشند.

ب) اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$, شعاع دایره محاطی برابر با r باشد آن گاه :

$$S = 2rP$$

ج) یک ذوزنقه متساوی الساقین همواره محاطی است.

د) یک متوازی الاضلاع در حالت کلی همواره محاطی است.

۲

۲- جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) اگر نقطه‌ای مانند B روی دایره $C(O,R)$ باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

ب) اگر نقطه‌ای مانند B بیرون دایره $C(O,R)$ باشد فاصله آن تا مرکز دایره --- شعاع دایره است.

ج) یک چهار ضلعی --- است اگر و تنها اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر باشد.

د) چند ضلعی را --- گوییم هرگاه تمام ضلعها و زاویه‌های آنها برابر باشند.

۳

۳- گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید:

سوال اول) در چند مورد از تبدیلات زیر مساحت شکل حفظ می شود؟

بازتاب - دوران - تجانس - انتقال

الف) ۱

ب) ۲

ج) ۳

د) ۴

سوال دوم) در هر بازتاب نسبت به خط d تبدیل یافته تمام نقاط روی خط ----- است. بنابر این تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب ----- است.

الف) روی خط - صفر ب) روی خط - یکی ج) روی خط - بیشمار د) خارج خط - بیشمار

سوال سوم) در مثلث ABC اگر $A = 120^\circ$ باشد کدام گزینه درست است؟

$$a^2 = b^2 + c^2 + bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{3}bc$$

$$a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}bc$$

سوال چهارم) در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 5$ و $BC = 7$ با فرض بر اینکه AD نیم ساز زاویه A است

آنگاه AD و BD به ترتیب برابر است با :

$$\text{د) } \frac{15}{8} \text{ و } \frac{35}{8}$$

$$\text{ج) } \frac{15}{8} \text{ و } \frac{21}{8}$$

$$\text{ب) } \frac{21}{8} \text{ و } \frac{35}{8}$$

$$\text{الف) } \frac{21}{8} \text{ و } \frac{15}{8}$$

ساعت شروع :
وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/
طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

سوالات امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

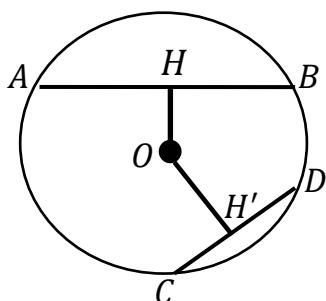
سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷ تعداد صفحه: ۴

نام و نام خانوادگی:



بازم

۱



۴- در دایره $C(O,R)$ نشان دهید $AB > CD > OH < OH'$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ از دو وتر AB و CD هستند.

۱

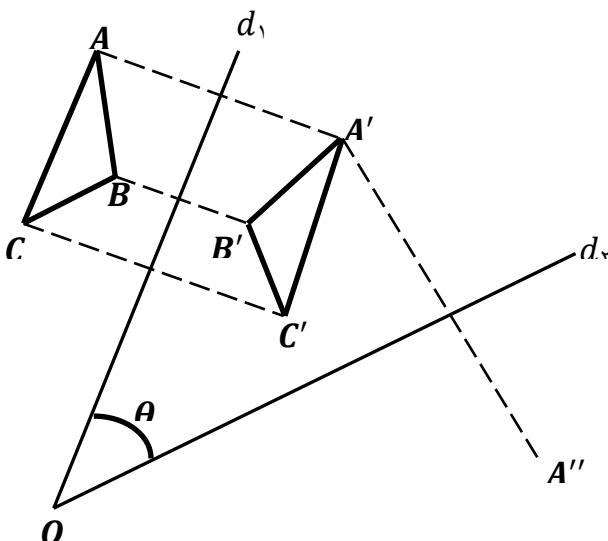
۵- طول خط المركزين دو دایره مماس درونی ۴ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها $\pi \cdot 120$ سانتی متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.

۱

۶- اگر r_a و r_b و r_c شعاع‌های ۳ دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

۱



۷- در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.

الف) نشان دهید $AA'' = 2\theta$

ب) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲/۲۵

۸- درستی یا نادرستی هر عبارت را داخل جدول معلوم کنید.

شیب خط را حفظ می‌کند	اندازه زاویه را حفظ می‌کند	طول پا		
			$k > 1$	تجانس
			$k < -1$	
		دوران		

ساعت شروع :
وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/
طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

سوالات امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته : ریاضی پایه : یازدهم تعداد سوال : ۱۵

سال تحصیلی : ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷ تعداد صفحه : ۴

نام و نام خانوادگی :



۱۴۰

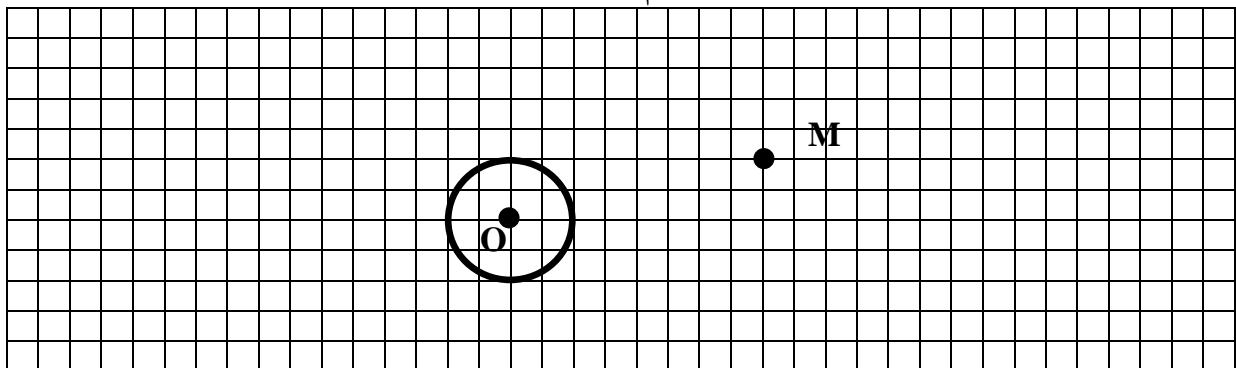
۰/۷۵

۹- دایره $C(O,R)$ و نقطه M خارج دایره مفروض است. مجанс دایره را نسبت به نقطه M در هر یک از حالات زیر رسم کنید.

ج) تجانس $k = -2$

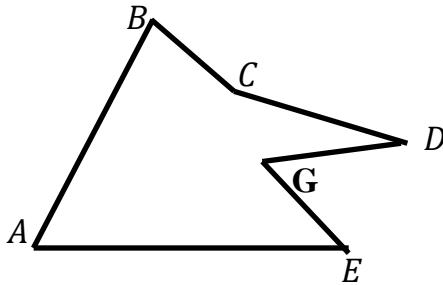
ب) تجانس $k = \frac{1}{2}$

الف) تجانس $k = 2$



۱

۱۰- دور زمین مطابق شکل زیر حصار کشی شده است چطور می توان بدون کم و بیش کردن حصارها، مساحت زمین را افزایش داد.



۱

۱۱- سه خط دو به دو ناموازی l و l' و l'' در صفحه مفروضند پاره خطی به طول ۱۰ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l و l' و موازی l'' باشد.

۲

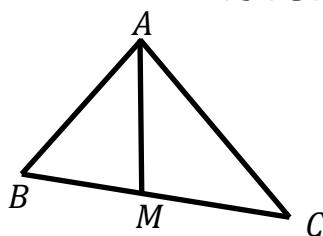
۱۲- در مثلث ABC ، $BC = 20$ و $B + C = 120^\circ$ و نیز $AC = \frac{20\sqrt{6}}{3}$

الف) شعاع دایره محیطی مثلث را بیابید.

ب) اندازه زوایای B و C پیدا کنید.

۱

۱۳- در مثلث ABC میانه AM را رسم کرده ایم. با استفاده از قضیه کسینوسها درستی تساوی زیر را ثابت کنید:



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

پاسخ سوالات در روی برگ سوال نوشته شود، نیاز به پاسخنامه سفید داده شود.

ساعت شروع :
وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/
طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

سوالات امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته : ریاضی پایه : یازدهم تعداد سوال : ۱۵

سال تحصیلی : ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷ تعداد صفحه : ۴

نام و نام خانوادگی :



بارم

۱/۵

۱۴- با در نظر گرفتن اینکه AB و BC اضلاع مثلث ABC هستند در مورد قائمه یا حاده بودن یا منفرجه بودن راس A ، هر یک از سوالات ستون الف را به یک جواب از ستون ب جور کنید.

ستون ب

حاده
منفرجه
قائمه

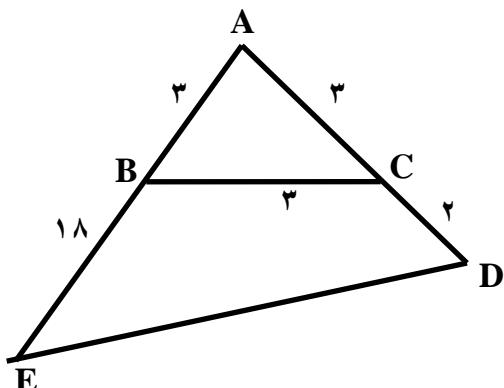
ستون الف

$BC = 6$ و $AC = 5$ و $AB = 3$

$BC = 17$ و $AC = 15$ و $AB = 8$

$BC = 9$ و $AC = 6$ و $AB = 10$

۱/۵



۲۰

جمع بارم

۱۵- در شکل مقابل :

الف) طول ضلع DE را بدست آورید.

ب) مساحت چهار ضلعی $BCDE$ را بیابید.

ساعت شروع : ۱۲۰ دقیقه
وقت امتحان : ۱۳۹۷/۳/۱۵
تاریخ امتحان : طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزپارام امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



پارم

۱

۱

۳

۱

۱- هر مورد ۲۵/۰ نمره

الف) درست ب) نادرست ج) درست د) نادرست

۲- هر مورد ۲۵/۰ نمره

الف) برابر ب) بزرگتر ج) محیطی د) محدب

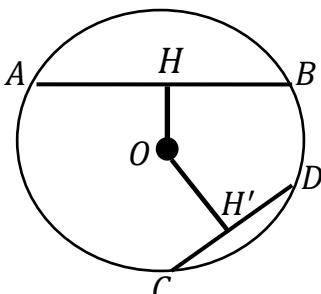
سوال دوم) گزینه د ۵/۰ نمره

سوال چهارم) گزینه الف ۱ نمره

سوال اول) گزینه ج ۵/۰ نمره

سوال سوم) گزینه ب ۱ نمره

۴- در دایره $C(O,R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ و $AB > CD$ هستند.



اثبات قضیه:

فرض: $OH < OH'$ حکم: $AB > CD$

$$H = 90^\circ \Rightarrow BH^2 = R^2 - OH^2 \quad \text{رابطه یک}$$

$$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow CH'^2 = R^2 - OH'^2 \quad \text{رابطه دوم}$$

$$AB > CD \rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \rightarrow BH > CH' \rightarrow BH^2 > CH'^2 \quad \text{رابطه سوم}$$

با بکار گیری رابطه فوق در روابط اول و دوم خواهیم داشت:

$$\Rightarrow R^2 - OH^2 > R^2 - OH'^2 \Rightarrow OH < OH'$$

۰/۲۵ نمره

اثبات عکس قضیه:

فرض: $AB > CD$ حکم: $OH < OH'$

$$H = 90^\circ \Rightarrow OH^2 = R^2 - BH^2 \quad \text{رابطه چهارم}$$

$$\Delta OCH': H' = 90^\circ \Rightarrow OH'^2 = R^2 - CH'^2 \quad \text{رابطه پنجم}$$

با بکار گیری فرض ($OH < OH'$) در روابط چهارم و پنجم خواهیم داشت:

$$\Rightarrow R^2 - BH^2 < R^2 - CH'^2 \Rightarrow BH > CH' \rightarrow AB > CD$$

۰/۲۵ نمره

ساعت شروع : ۱۲۰ دقیقه
وقت امتحان : ۱۳۹۷/۳/۱۵
تاریخ امتحان : طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزپارام امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



بارم

۰/۲۵ نمره

-۵ از تعریف دو دایره مماس درونی داریم: $r_1 - r_2 = ۴$

مساحت ناحیه محدود:

$$\pi r_1^2 - \pi r_2^2 = ۱۲ \cdot \pi \rightarrow (r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = ۱۲ \rightarrow r_1 + r_2 = ۳۰$$

$$r_1 = ۱۷, r_2 = ۱۳$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۱

$$s = rp \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{s} \quad ۰/۲۵ \text{ نمره}$$

-۶

$$\left. \begin{array}{l} r_a = \frac{s}{p-a} \rightarrow \frac{1}{r_a} = \frac{p-a}{s} \\ r_b = \frac{s}{p-b} \rightarrow \frac{1}{r_b} = \frac{p-b}{s} \\ r_c = \frac{s}{p-c} \rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{p-c}{s} \end{array} \right\} \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{s} + \frac{p-b}{s} + \frac{p-c}{s} = \frac{p-(a+b+c)}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۱

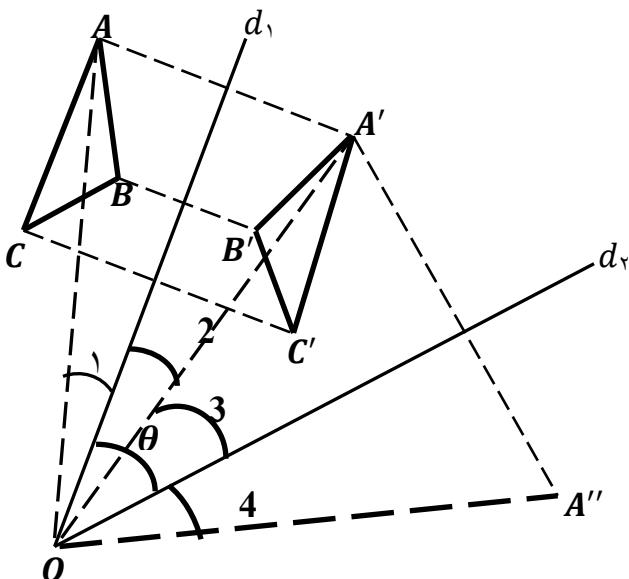
-۷ الف) خط d_1 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه

$O_1 = O_2$ ۰/۲۵ نمره

AOA' است یعنی:

خط d_2 محور بازتاب است پس نیمساز زاویه

$O_3 = O_4$ ۰/۲۵ نمره $A'OA''$ است یعنی:



ب) با دورانی به مرکز O نقطه برخورد دو خط بازتاب d_1 و d_2 و زاویه ای به اندازه دو برابر زاویه بین دو خط

(۲θ) ۰/۲۵ نمره

$$AOA'' = O_1 + O_2 + O_3 + O_4 \rightarrow AOA'' = ۲O_۲$$

۰/۲۵ نمره

ساعت شروع : ساعت شروع :
وقت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷/۳/
طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزبارم امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



بازم

۲/۲۵

-۸- هر پاسخ صحیح ۰/۲۵ + نمره

شیب خط را حفظ می کند	اندازه زاویه را حفظ می کند	طول پا		
درست	درست	نادرست	$k > 1$	تجانس
درست	درست	نادرست	$k < -1$	
نادرست	درست	درست	دوران	

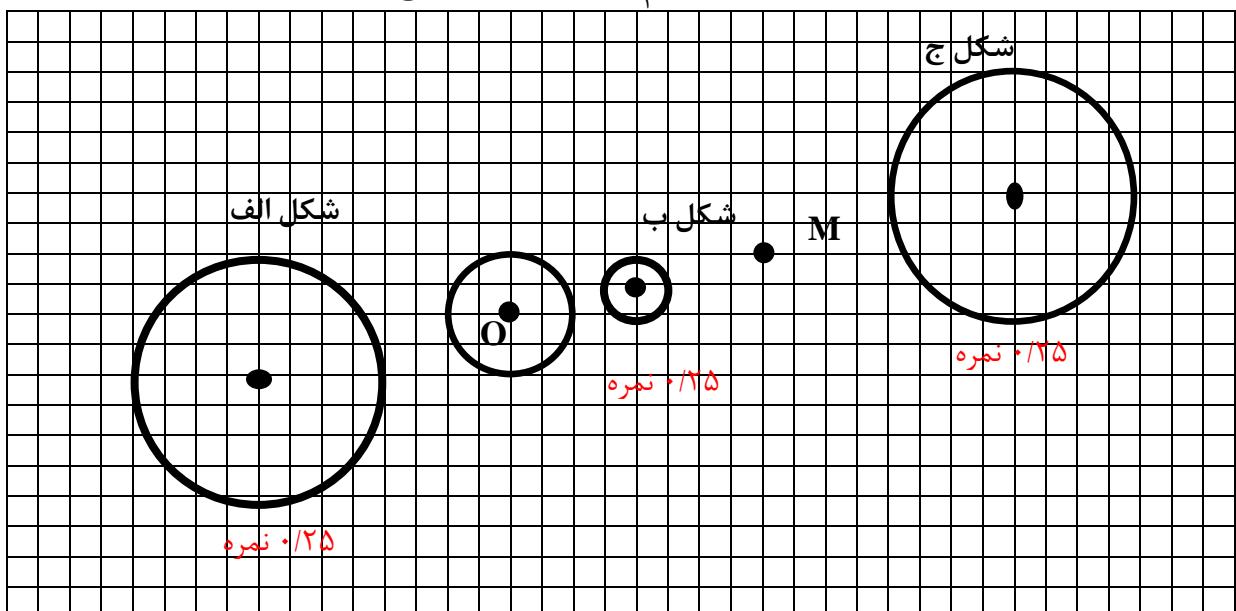
۰/۷۵

-۹-

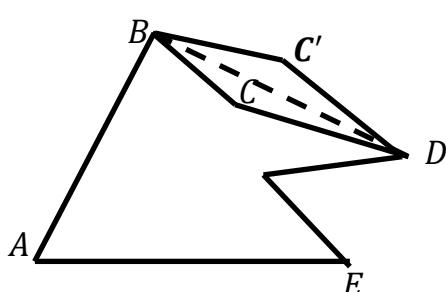
ج) تجانس $k = -2$

ب) تجانس $k = \frac{1}{2}$

الف) تجانس $k = 2$



۱۰- ابتدا از B به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم C را نسبت به محور بازتاب قرینه می کنیم تا نقطه C' بدست آید بازتاب اندازه پازه خط را ثابت نگه می دارد بنا بر این حصار افزایش یا کاهش پیدا نمی کند ولی مساحت شکل جدید افزایش می باید.



۰/۲۵ نمره

ساعت شروع : ۱۲۰ دقیقه
وقت امتحان : ۱۳۹۷/۳/۱۵
تاریخ امتحان : طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزبارم امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

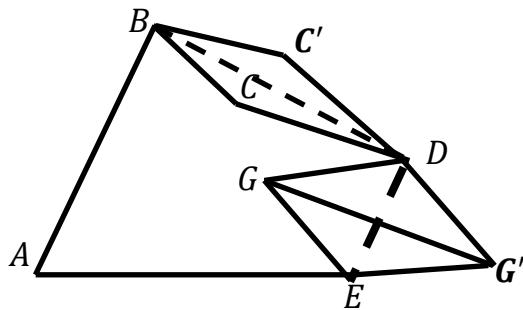
رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



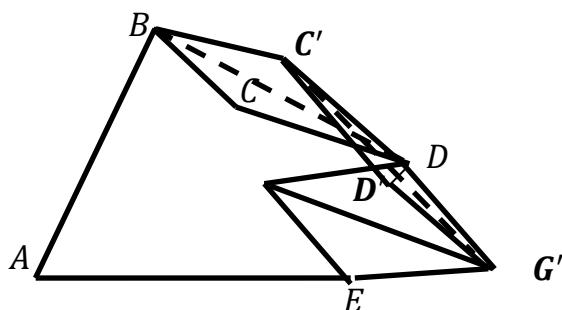
بازم

اکنون DE را به عنوان محور بازتاب در نظر می گیریم و بازتاب G را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم و آن را G' می نامیم.



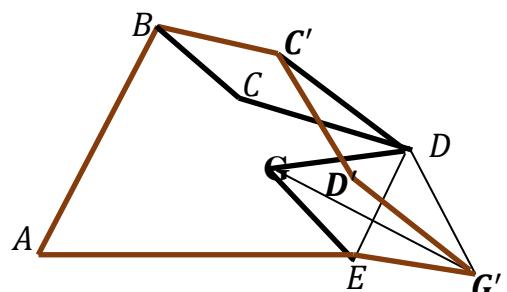
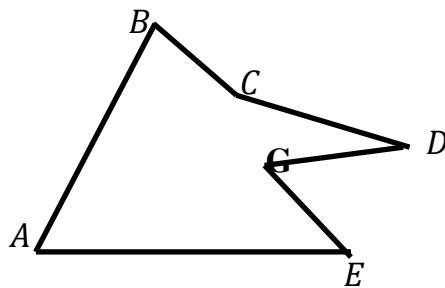
۰/۲۵ نمره

اکنون $C'G'$ را به عنوان محور بازتاب در نظر گرفته و بازتاب D را نسبت به محور بازتاب پیدا می کنیم



۰/۲۵ نمره

مقایسه شکل اول و شکل نهایی :



$$BC = BC', CD = CD'$$

$$GD = G'D, GE = G'E$$

$$C'D = C'D'$$

$$AB = AB, BC' = BC, C'D' = CD, GD = G'D', GE = EG', AE = AE$$

۰/۲۵ نمره

محیط شکل اول و نهایی برابر ولی مساحت افزایش پیدا کرده است.

ساعت شروع : ۱۲۰ دقیقه
وقت امتحان : ۱۳۹۷/۳/۱۵
تاریخ امتحان : طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزبارم امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

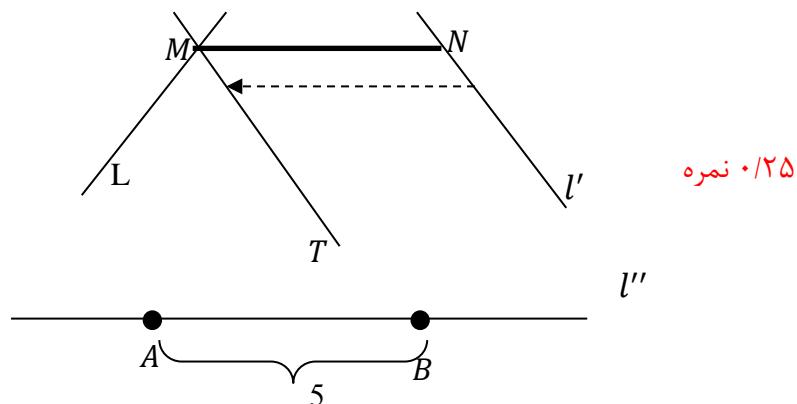
رشته: ریاضی پایه: یازدهم تعداد سوال: ۱۵

سال تحصیلی: ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



۱۴

- ۱۱- ابتدا روی خط l'' پاره خط دلخواه AB به طول ۵ سانتی متر مشخص می کنیم خط l' را تحت بردار انتقال می دهیم تا خط T بدمست آید $\cdot ۰/۲۵$ این خط L را در نقطه ای مانند M قطع میکند از نقطه M موازی خط l'' خطی رسم می کنیم تا خط l' را در نقطه N قطع کند $\cdot ۰/۲۵$ پاره خط MN جواب مساله است. $\cdot ۰/۲۵$



۰/۲۵ نمره

۰/۷۵

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{۲\cdot}{\sin ۶۰^\circ} = 2R \rightarrow R = \frac{۲\cdot\sqrt{۳}}{۳} \quad \text{-۱۲ الف)}$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

(ب)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{۴\cdot\sqrt{۳}}{۳} \rightarrow \sin B = \frac{\frac{۲\cdot\sqrt{۳}}{۳} \times ۳}{۴\cdot\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow B = ۴۵^\circ \rightarrow C = ۷۵^\circ$$

۱/۲۵

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

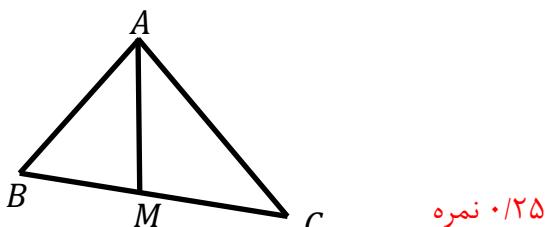
۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

-۱۳

۱



۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

$$\Delta ACM: b^2 = \left(\frac{a}{\gamma}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{\gamma} \times m_a \times \cos \alpha \rightarrow b^2 = \frac{a^2}{\gamma} + AM^2 - a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta ABM: C^2 = \left(\frac{a}{\gamma}\right)^2 + AM^2 - 2 \times \frac{C}{\gamma} \times m_a \times \cos(180^\circ - \alpha) \rightarrow C^2 = \frac{a^2}{\gamma} + AM^2 + a \cdot AM \cdot \cos \alpha$$

۰/۲۵ نمره

از جمع دو رابطه فوق داریم :

$$b^2 + c^2 = \frac{a^2}{\gamma} + 2 \cdot AM^2$$

۰/۲۵ نمره

ساعت شروع : ۱۲۰ دقیقه
وقت امتحان : ۱۳۹۷/۳/۱۵
تاریخ امتحان : طراح : رضا رخ فروز
(استان گیلان)

پاسخنامه و ریزبام امتحان درس : هندسه (۲) نام آموزشگاه:

رشته : ریاضی پایه : یازدهم تعداد سوال : ۱۵

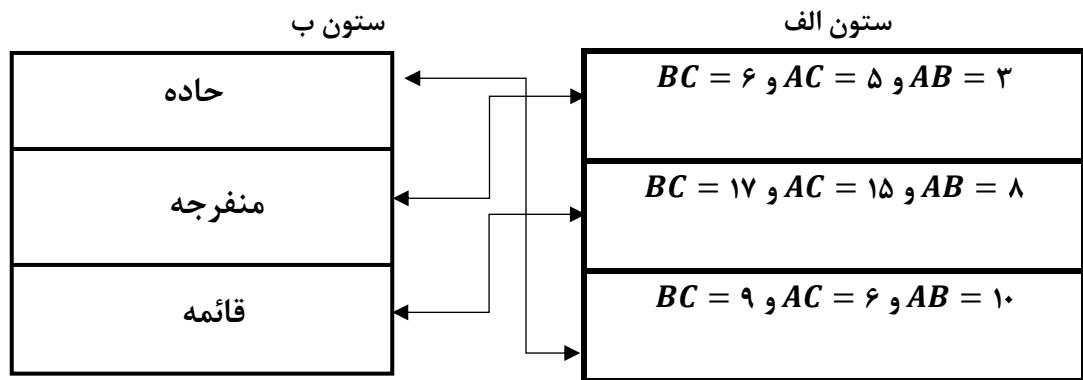
سال تحصیلی : ۱۳۹۶ - ۱۳۹۷



بارم

- ۱۴ - هر مورد ۵/۰ نمره

۱/۵



- ۱۵

: الف

۰/۲۵ نمره

با توجه به این که مثلث ABC متساوی الساقین است داریم : $BAC = 60^\circ$

$$ED^2 = AE^2 + AD^2 - 2 \cdot AE \cdot AD \cdot \cos(60^\circ)$$

$$ED^2 = 25 + 441 - 2 \times 5 \times 21 \times \frac{1}{2} = 466 - 105 = 361 \rightarrow ED = 19$$

: ب

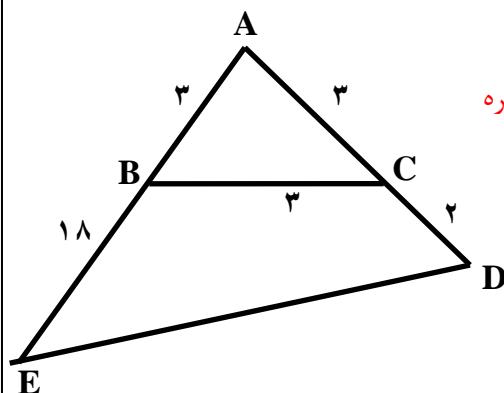
$$S_{BCDE} = S_{AED} - S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 21 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 96$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۱/۵



۲۰

جمع بارم

«لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم منظور گردد.»