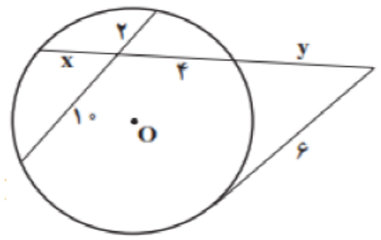
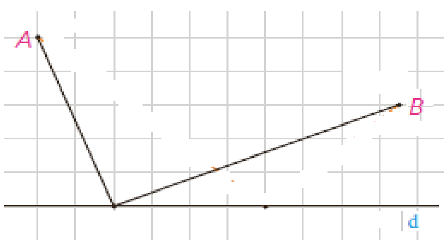
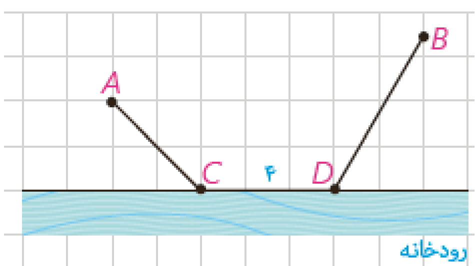
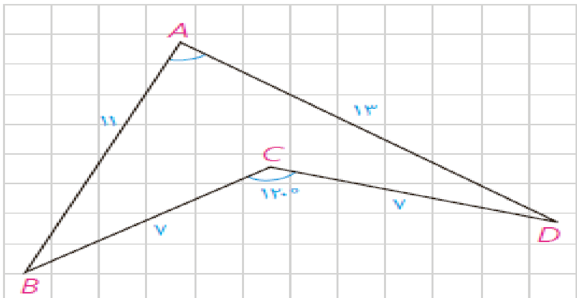
یازدهم ریاضی گروه ریاضی استان فارس

خرداد۹۷ **وقت:۱۲۰دقیقه**

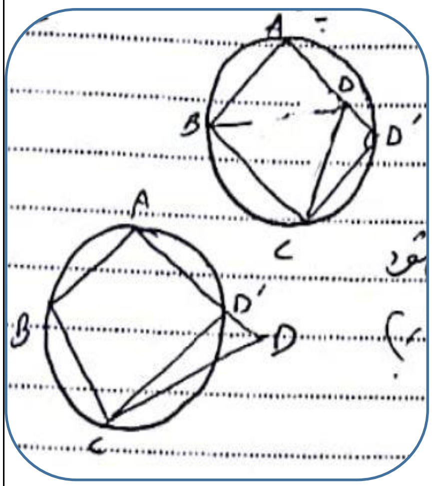
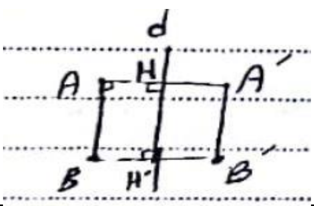
ردیف	سئو ا لات	نمره
۱	ثابت کنید در یک دایره وترهای نظیر دو کمان مساوی با هم برابرند.	۱/۷۵
۲	اگر در شکل روبرو پاره خط به طول ۶ بر دایره مماس باشد، مقادیر مجهول را محاسبه کنید  	۱/۲۵
۳	ثابت کنید یک چهار ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر در آن زاویه های مقابل مکمل یکدیگر باشند.	۲
۴	تبدیل طول پا را تعریف کنید و دو تبدیل طول پا مثال بزنید.	۱
۵	فرض کنید که یک پاره خط با محور بازتاب موازی باشد و ثابت کنید بازتاب طول این پاره خط را حفظ می کند.	۱/۲۵
۶	پاره خطی که با بردار انتقال موازی نباشد را در نظر گرفته و ثابت کنید انتقال شیب این پاره خط را حفظ می کند.	۰/۷۵
۷	نشان دهید تجانس اندازه زاویه را حفظ می کند.	۱
۸	در شکل زیر نقطهٔ M را روی خط d طوری مشخص کنید که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن باشد.  	۱/۵
۹	دو شهر B, A مطابق شکل روبرو در یک طرف رودخانه ای واقع هستند. می خواهیم جاده ای از A به B طوری بسازیم که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود این ۴ کیلومتر را در کدام قسمت رودخانه بسازیم تا مسیر $ACDB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟  	۱/۵

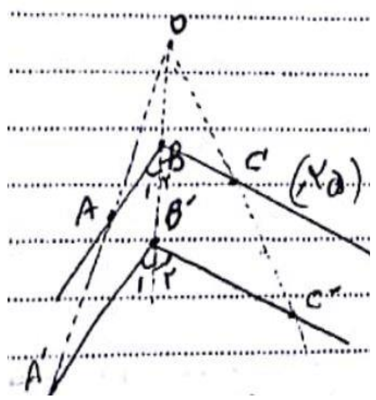
۱۰	در مثلث ABC داریم $BC=۱۰$ و $\hat{A}=۱۲۰$ و $AC=\frac{۱۰\sqrt{۶}}{۳}$ مقدار شعاع دایرهٔ محیطی مثلث و اندازهٔ زوایای B و C را مشخص کنید.	۱/۵
۱۱	ثابت کنید اگر AM میانهٔ وارد بر ضلع BC درمثلث ABC باشد آنگاه داریم: $b^۲+c^۲=۲AM^۲+\frac{a^۲}{۲}$	۱/۵
۱۲	درمثلث ABC داریم: $AB=۱۵, AC=۸$, $\hat{A}<۹۰$ حدود تغییرات BC را مشخص کنید.	۱/۵
۱۳	**ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه ضلع مقابل را به نسبت دو ضلع مجاور قطع می کند.**	۱/۵
۱۴	درمثلث ABC داریم: $AB=۴, AC=۳$ اگر AD نیمساز و AH ارتفاع وارد بر BC باشند طول DH را مشخص کنید.	۱
۱۵	در شکل روبرو الف) اندازهٔ زاویهٔ A را بیابید. ب)مساحت چهار ضلعی $ABCD$ را بیابید.  	۱

«موفق باشید.»

یازدهم ریاضی گروه استان فارس

خرداد۹۷ وقت:۱۲۰دقیقه

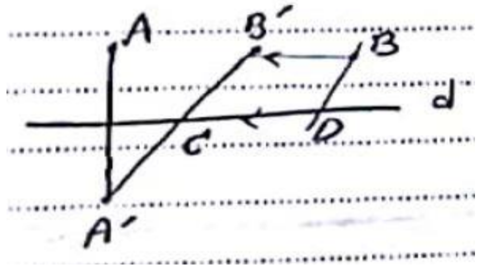
ردیف	سئوالات	نمره
۱	نقاط A، B، C و D را به مرکز وصل می‌کنیم. که $\widehat{AB}=\widehat{CD} \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2$ $OA=OC$ مثلث $OCD \cong$ مثلث OAB $\xRightarrow{\text{ض ز ض}}$ $OB=OD$ $\Rightarrow AB=CD$ 	۱/۷۵
۲	$4x=2\times 10 \Rightarrow x=5$ $y(y+4+5)=6^2 \Rightarrow y^2+9y-36=0 \Rightarrow (y+12)(y-3)=0 \Rightarrow y=3$	۱/۲۵
۳	اثبات لزوم: چون چهار ضلعی محاطی است پس یک دایره محیطی برای آن وجود دارد که: $\hat{A}=\frac{\widehat{BCD}}{2}$ $\hat{C}=\frac{\widehat{BAD}}{2}$ $\Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=\frac{\widehat{BCD}}{۲}+\frac{\widehat{BAD}}{۲}=۱۸۰$ اثبات کفایت: می‌دانیم از سه نقطه A، B و C یک دایره می‌گذرد که اگر این دایره از D نگذرد. AD را امتداد می‌دهیمتا دایره را در نقطه $\acute{D}$ قطع کند که چهار ضلعی ABC$\acute{D}$ محاطی است پس $\hat{B}+\hat{D}=\hat{B}+\hat{\acute{D}} \Rightarrow \hat{D}=\hat{\acute{D}}$ در حالی که D زاویه‌ی خارجی برای زاویه D’ است پس به تناقض می‌رسیم و نتیجه می‌گیریم دایره از D نیز می‌گذرد و چهار ضلعی محاطی است. 	۲
۴	تبدیلی که طول پاره خط را حفظ می‌کند - مانند انتقال – دوران	۱
۵	فرض کنیم پاره خط AB موازی محور بازتاب باشد. اکنون نشان می‌دهیم که چهار ضلعی $ABA'B'$ مستطیل است. $d \perp AA'$,$d \parallel AB \Rightarrow AB \perp AA' \Rightarrow \hat{A}=90$ 	۱/۲۵

	به طور مشابه $\hat{B}=90$. همچنین بخاطر تعریف بازتاب $\hat{H}=\hat{H'}=90$ ، بنابراین $ABHH'$ مستطیل است. لذا $AH=BH'$ در نتیجه $2AH=2BH' \Rightarrow AA'=BB$ $d \perp AA'$ $d \perp BB' \quad \Longrightarrow AA' \parallel BB'$ $\Rightarrow AA'BB'$ متوازی الاضلاع است که یک زاویه قایمه هم دارد $\Longrightarrow AA'BB'$ مستطیل است $\Rightarrow AB=A'B'$	
۶	اگر پاره خط دلخواه AB با بردار $\vec{V}$ موازی نباشد تصویر A را تحت انتقال توسط بردار $\vec{V}$ را A' نامید. بنابراین طبق تعریف انتقال $\overrightarrow{AA'}=\vec{V}$ همچنین $\overrightarrow{BB'}=\vec{V}$ در نتیجه $\overrightarrow{AA'}$ موازی و مساوی با $\overrightarrow{BB'}$ است. در نتیجه چهارضلعی $ABA'B'$ متوازی الاضلاع است و در نتیجه $AB=A'B'$.	/۷۵
۷	تجانسی به مرکز O و نسبت تجانس k در نظر می‌گیریم که مجانس زاویه $\widehat{ABC}$ ، زاویه $\widehat{A'B'C'}$ باشد.  $\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=k \xrightarrow{\text{تالس عکس}} AB \parallel A'B'$, مورب $OB' \Rightarrow \hat{B}_1=\hat{B'}_1$ $\frac{OC'}{OC}=\frac{OB'}{OB}=k \xrightarrow{\text{تالس عکس}} BC \parallel B'C'$, مورب $OC' \Rightarrow \hat{B}_2=\hat{B'}_2$ در نتیجه $\widehat{ABC}=\widehat{A'B'C'} \Leftarrow B=B' \Leftarrow \hat{B}_2+\hat{B}_1=\hat{B'}_2+\hat{B}_2$	۱
۸	بازتاب نقطه A نسبت به خط d را A' می‌نامیم از A' به B وصل می‌کنیم که d را در M قطع می‌کند ادعا می‌کنیم M جواب مساله است. اثبات: اگر M_1 نقطه ای غیر از M روی خط d باشد. آنگاه $AM_1=A'M_1$ $A'M_1+BM_1>A'B \Rightarrow AM_1+BM_1>A'M+MB \Rightarrow AM_1+BM_1>AM+M$ از آنجا که M_1 یک نقطه دلخواه بود ادعا اثبات می‌شود.	۱/۵
۹	فرض می‌کنیم مساله حل شده است در نتیجه در مسیر $ABCD$ طول ۴ کیلومترثابت است. پس کافی است $AC+BD$ کوتاهترین باشد که یک انتقال می‌تواند مساله را به مساله هرون تبدیل کند و مساله به راحتی حل می‌شود.	۱/۵

تحت بردار $\overrightarrow{DC}$ نقطه B را به B' تصویر می‌کنیم. بازتاب A نسبت به خط d را A' می‌نامیم و از A' به B' وصل می‌کنیم تا نقطه C مشخص شود

از B به موازات CB' یک خط رسم می‌کنیم

تا d را در نقطه D قطع کند. $ACDB$ جواب مساله است.



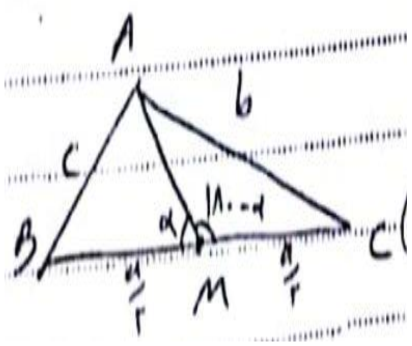
۱۰ (۱/۵)

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=۲R \Rightarrow \frac{۱۰}{sin۲۰}=\frac{\frac{۱۰\sqrt{۶}}{۳}}{sinB}=۲R \Rightarrow sinB=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \hat{B}=۴۵ \Longrightarrow \hat{C}=۱۵$$

$$\Longrightarrow ۲R=۱۰\sqrt{۳} \Rightarrow R=۵\sqrt{۳}$$

۱۱ (۱/۵)

$$c^۲=AM^۲+\frac{a^۲}{۴}-۲(\frac{a}{۲})(AM)\alpha$$



$$b^۲=AM^۲+\frac{a^۲}{۴}-۲(\frac{a}{۲})(AM)\cos(۱۸۰-\alpha)$$

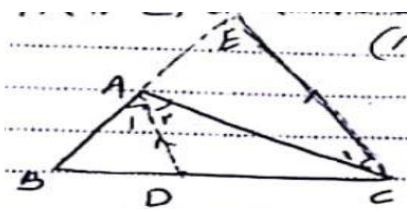
$$b^۲+c^۲=۲AM^۲+۲\frac{a^۲}{۴} \Rightarrow b^۲+c^۲=۲AM^۲+\frac{a^۲}{۲}$$

۱۲ (۱/۵)

$$\left.\begin{array}{l}|b-c|<a<b+c \Rightarrow ۷<a<۲۳ \\ A<۹۰ \Rightarrow a^۲<b^۲+c^۲ \Rightarrow a^۲<۲۸۹ \Rightarrow a<۱۷\end{array}\right\} \Rightarrow ۷<a<۱۷$$

۱۳ (۱/۵)

از C موازی نیمساز AD رسم می‌کنیم تا امتداد AB را در E قطع کند که داریم:



$$AD \parallel EC \xrightarrow{\text{تالس طبق}} \frac{AD}{AE}=\frac{BD}{DC}$$

$$AD \parallel EC \text{ و } AC \text{ مورب} \xrightarrow{\text{تالس طبق}} \hat{C}_1=\hat{A}_2$$

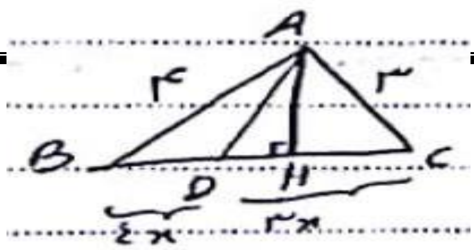
$$AD \parallel EC \text{ و } BE \text{ مورب} \xrightarrow{\text{تالس طبق}} \hat{A}_1=\hat{E}$$

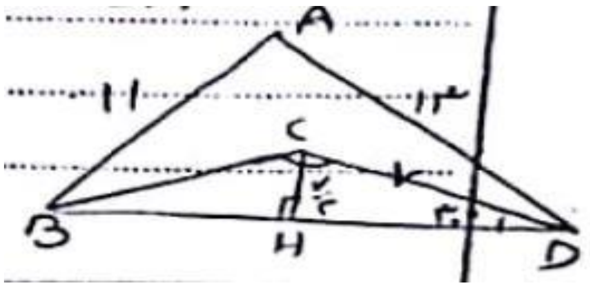
$$\hat{A}_1=\hat{A}_2$$

$$\Rightarrow \hat{C}_۱=\hat{E} \Longrightarrow AE=AC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC}=\frac{BD}{DC}$$

۱۴ (۱)



	$۳x + ۴x = ۱۵ \Rightarrow ۷x = ۵ \Rightarrow x = \frac{۱۵}{۷}$ $DH = DC - CH = \frac{۱۵}{۷} - \frac{۹}{۵} = \frac{۱۲}{۳۵}$ $AC^{۲} = CH \times BC \Rightarrow ۹ = CH \times ۵ \Rightarrow CH = \frac{۹}{۵}$	
۱۵	B را به D وصل می‌کنیم چون مثلث BCD متساوی الساقین است در نتیجه $\hat{B} = \widehat{D} = ۳۰$ $S_{BCD} = \frac{۱}{۲} BD \times CH = \frac{۱}{۲} BD \times DC \times sin۱۲۰ \Rightarrow \frac{۷}{۴} BD = \frac{۴۹\sqrt{۳}}{۴} \Longrightarrow BD = ۷\sqrt{۳}$ $S_{ABD} = \sqrt{p(p - AB)(p - BD)(p - AD)} = \frac{۱۴۳\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۱}{۲} \times ۱۱ \times ۱۳ \times sin\hat{A}$ $\Rightarrow sin\hat{A} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \hat{A} = ۶۰$ $S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD} = \frac{۹۴\sqrt{۳}}{۴}$  	۱

«موفق باشید.»