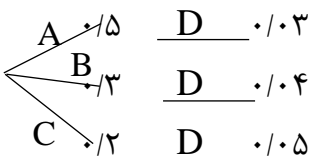
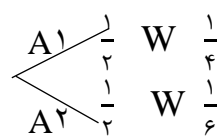
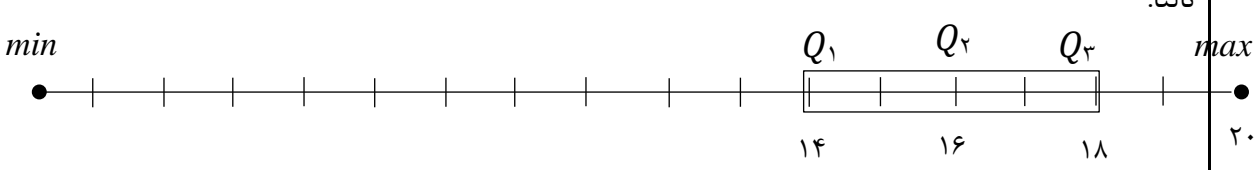


آزمون درس : آمار و احتمال		رشته : ریاضی فیزیک	پایه : یازدهم	سال تحصیلی: ۹۷ - ۹۶
نام و نام خانوادگی		تاریخ امتحان:	مدت : ۲ ساعت	امتحان نوبت: پایانی
۱	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) اگر $a$ زوج باشد آنگاه $a^2$ زوج است ب) $\forall x; x + 3 > x$			۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	درست یا نادرست بودن گزاره زیر را تعیین کنید . ۵ اول نیست اگر و تنها اگر ۵ مربع کامل باشد.			۰/۲۵
۳	اگر $A \subseteq B$ بطوریکه $A \neq B$ آنگاه $A$ نامیده می‌شود.			۰/۲۵
۴	به کمک جدول ارزش گزاره‌ها ثابت کنید : $p \Leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$			۱
۵	اگر دو عضو از اعضای مجموعه $G$ حذف کنیم ، از تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد کم می شود. مجموعه $P(G)$ (مجموعه ی توانی مجموعه ی $G$ ) چند عضو دارد ؟			۰/۷۵
۶	با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$			۱
۷	نمودار مجموعه $(-2, 1) \times [-1, 2]$ را دستگاه مختصات رسم کنید؟			۰/۷۵
۸	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال آنکه عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد، ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را محاسبه نمایید.			۱
۹	سه دانش آموز $A, B, C$ با هم مسابقه شنا می‌دهند. اگر احتمال برنده شدن $A, B$ یکسان ولی احتمال برنده شدن هر کدام چهار برابر $C$ باشد، در آن صورت احتمال برنده شدن $A$ یا $C$ چقدر است؟			۱
۱۰	فرض کنید $B, C$ دو پیشامد ناسازگار باشند و $P(A B) \leq P(A C)$ . ثابت کنید: $P(A B) \leq P(A (B \cup C))$			۱
۱۱	سه ماشین $A, B, C$ به ترتیب ۳۰، ۵۰ و ۲۰ درصد از کل تعداد اقلام کارخانه‌ای را تولید می‌کنند. درصد محصولات معیوب این ماشین‌ها به ترتیب ۴، ۳ و ۵ درصد است. اگر یک قلم جنس به طور تصادفی انتخاب شود. احتمال آن که این جنس معیوب باشد چقدر است؟			۱
۱۲	دو ظرف همانند داریم. در ظرف اول ۱۶ مهره وجود دارد که ۴ تای آن سفید و در ظرف دوم ۱۲ مهره وجود دارد که ۲ تای آن سفید و بقیه سیاه است. به تصادف یکی از این دو ظرف را انتخاب می‌کنیم و از آن مهره‌ای بیرون می‌آوریم اگر این مهره سفید باشد، چقدر احتمال دارد که از ظرف دوم بیرون آمده باشد؟			۱
۱۳	خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال اینکه دوفرزند این خانواده پسر باشند ..... است.			۰/۵
۱۴	نمرات کارنامه دانش آموزی از ۱۵ درس به صورت زیر است			۲/۲۵

	<p>اولا: میانگین و میانه و مد داده‌ها را به دست آورید                  ثانيا: کدام شاخص وضعیت تحصیلی این دانش آموز را بهتر مشخص میکند؟ چرا؟                  ثالثا: نمودار جعبه‌ای را برای داده‌های فوق رسم کنید.</p>										
۱/۵	<p>میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۳۰ و ۲۵ است. اگر داده‌های ۲۰، ۲۸ و ۲۷ را به آن اضافه کنیم واریانس ۲۱ داده جدید چقدر است؟</p>										
۰/۷۵	<p>جدول فراوانی توزیع سن (A) افراد یک جامعه بصورت زیر نشان داده شده است.</p> <table border="1" data-bbox="203 441 1461 556"> <tr> <td>سن افراد</td> <td><math>20 \leq A &lt; 25</math></td> <td><math>25 \leq A &lt; 30</math></td> <td><math>30 \leq A &lt; 35</math></td> <td><math>35 \leq A &lt; 40</math></td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۴</td> <td>۱۲</td> <td>۸</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p>الف) تعداد افراد جامعه (اندازه جامعه) چقدر است؟                  ب) سن چند نفر بیشتر از ۳۰ سال است؟                  ج) چند درصد این افراد سنشان بین ۳۰ تا ۳۵ سال است؟</p>	سن افراد	$20 \leq A < 25$	$25 \leq A < 30$	$30 \leq A < 35$	$35 \leq A < 40$	فراوانی	۴	۱۲	۸	۶
سن افراد	$20 \leq A < 25$	$25 \leq A < 30$	$30 \leq A < 35$	$35 \leq A < 40$							
فراوانی	۴	۱۲	۸	۶							
۱/۵	<p>جاهای خالی را پر کنید.                  الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار ..... و برای متغیرهای کیفی از نمودارهای ..... و ..... استفاده می‌شود.                  ب) در محاسبه شاخص مرکزی برای تحلیل جامعه اگر داده پرت (دور افتاده) داشته باشیم دیگر شاخص ..... شاخص خوبی برای تصمیم‌گیری نیست .                  ج) دقت برآورد میانگین به ..... و ..... بستگی دارد.</p>										
۱/۵	<p>فرض کنید جامعه‌ای از <math>N=100</math> عضو تشکیل شده و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه <math>n=20</math> از آن انتخاب کنیم. در هر یک از حالت‌های زیر احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟ نام هر روش نمونه‌گیری را بگویید.                  الف) اگر جامعه به دو قسمت ۵۰ تایی تقسیم شود و بخواهیم از هر قسمت نمونه تصادفی ۱۰ تایی انتخاب کنیم.                  ب) اگر جامعه به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شود و دو قسمت را به طور کامل به عنوان نمونه انتخاب کنیم.                  پ) اگر جامعه به تصادف به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم شود و از قسمت اول یک عضو به تصادف انتخاب شود. فرض کنید عضو انتخابی دومین عضو باشد و از قسمت‌های بعدی نیز دومین عضو انتخاب شود.</p>										
۱/۵	<p>از یک جامعه آماری یک نمونه‌ی ۱۴۴ نفری انتخاب کرده و درآمد آنها را بررسی کرده‌ایم. میانگین درآمد این افراد ۳ میلیون تومان و انحراف معیار آن ۱/۲ میلیون تومان به دست آمده است                  الف) یک برآورد نقطه‌ای برای درآمد کل جامعه چقدر است؟                  ب) چه درآمدی مرز خط فقر در این جامعه است؟                  ج) یک برآورد فاصله‌ای با سطح اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به دست آورید. (<math>Z=2</math>)</p>										
۱	<p>اگر فاصله اطمینان ۹۵ درصدی نسبت ویژگی مورد نظر در جامعه برابر ( ۰/۸۷۵ ، ۰/۱۲۵ ) باشد، در آن صورت نسبت و اندازه‌ی نمونه را بدست آورید؟</p>										
<p>*موفق و پیروز باشید*</p>											

پاسخنامه آزمون درس : آمار و احتمال		بنام خدا اداره کل آموزش و پرورش فارس گروه ریاضی استان فارس																																
سال تحصیلی: ۹۷ - ۹۶	پایه : یازدهم	رشته : ریاضی فیزیک	آزمون درس : آمار و احتمال																															
امتحان نوبت : پایانی	مدت : ۲ ساعت	تاریخ امتحان:	نام و نام خانوادگی																															
۰/۲۵	الف) $a$ زوج است و $a^2$ فرد است			۱																														
۰/۲۵	ب) $\exists x; x + 3 \leq x$																																	
۰/۲۵	درست است			۲																														
۰/۲۵	اگر $A \subseteq B$ بطوریکه $A \neq B$ آنگاه $A$ زیر مجموعه محض یا سره $B$ نامیده می شود.			۳																														
۱	$p \Leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th><math>p \vee q</math></th> <th><math>p \wedge q</math></th> <th><math>(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)</math></th> <th><math>p \Leftrightarrow q</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table>			p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$	$p \Leftrightarrow q$	د	د	د	د	د	د	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	۴
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$	$p \Leftrightarrow q$																													
د	د	د	د	د	د																													
د	ن	د	ن	ن	ن																													
ن	د	د	ن	ن	ن																													
ن	ن	ن	ن	د	د																													
۰/۷۵	$2^{n-2} + 384 = 2^n \Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{4} = 384 \rightarrow 2^n = 128 \times 4 = 2^9 \rightarrow n = 9$ $P(G) \text{ تعداد عضوهای } = 2^9 = 512$			۵																														
۱	$\text{طرف اول} = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = [(A \cap B') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A')$ $= [A \cap (B \cup B')] \cup (B \cap A') = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$ <p style="text-align: center;">= طرف دوم</p>			۶																														
۰/۷۵				۷																														

۱	<p>پیشامد عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد <math>A \rightarrow n(A) = \left[ \frac{100}{3} \right] = 33</math> <math>n(s) = 100</math></p> <p>پیشامد عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد <math>B</math> <math>n(A \cap B) = \left[ \frac{100}{3 \times 5} \right] = 6</math></p> $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{6}{100} = \frac{27}{100}$	۸
۱	$P(a) = P(b) = 4P(c)$ $P(a) + P(b) + P(c) = 1$ $\Rightarrow 9P(c) = 1 \rightarrow P(c) = \frac{1}{9} \rightarrow P(a) = \frac{4}{9}$ $P(\{c, a\}) = P(c) + P(a) = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$	۹
۱	<p>برهان خلف: فرض کنیم حکم درست نباشد پس داریم:</p> $P(A B) > P(A (B \cup C)) \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > \frac{P((A \cap B) \cup (A \cap C))}{P(B \cup C)} = \frac{P(A \cap B) + P(A \cap C)}{P(B) + P(C)}$ $\rightarrow P(B) \times P(A \cap B) + P(C) \times P(A \cap B) > P(B) \times P(A \cap B) + P(B) \times P(A \cap C)$ $\rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \rightarrow P(A B) > P(A C) \text{ تناقض با فرض}$	۱۰
۱	<p>اگر معیوب بودن را با D نمایش دهیم</p> $P(D) = (0.5 \times 0.3) + (0.3 \times 0.4) + (0.2 \times 0.5) = 0.37$ 	۱۱
۱	<p>مهره سفید را با W و مهره سیاه را با B نمایش می دهیم.</p>  $P(A_2 B) = \frac{P(A_2 \cap W)}{P(W)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}} = \frac{2}{5}$	۱۲
۰/۵	<p>خانواده‌های دارای ۴ فرزند است. احتمال اینکه دوفرزند این خانواده پسر باشند <math>\frac{3}{8}</math> است.</p>	۱۳
۲/۲۵	<p><math>x_i: 0 \quad 1 \quad 3 \quad 14 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 16 \quad 17 \quad 17 \quad 18 \quad 18 \quad 18 \quad 19 \quad 20</math></p> <p>اولا: <math>18 = \text{مد}</math> <math>16 = \text{میان}</math></p> $x = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{206}{15} = 13 \frac{7}{15}$ <p>ثانیا: میان بهتر است. زیرا تعادل بیشتری برقرار می کند.</p>	۱۴

	<p>ثالثاً:</p> 	۲۰
۱/۵	<p>میانگین ۳ داده اضافه شده <math>\frac{۲۰+۲۷+۲۸}{۳}</math> است و برابر میانگین ۱۸ داده اولیه است، پس میانگین ۲۱ داده جدید هم همان ۲۵ است، بنابراین داریم:</p> $\sigma^2_{\text{قدیم}} = \frac{(x_1 - ۲۵)^2 + (x_2 - ۲۵)^2 + \dots + (x_{18} - ۲۵)^2}{۱۸} = ۳^2 = ۹$ $\rightarrow (x_1 - ۲۵)^2 + (x_2 - ۲۵)^2 + \dots + (x_{18} - ۲۵)^2 = ۱۸ \times ۹$ $\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1 - ۲۵)^2 + (x_2 - ۲۵)^2 + \dots + (x_{18} - ۲۵)^2 + (۲۰ - ۲۵)^2 + (۲۷ - ۲۵)^2 + (۲۸ - ۲۵)^2}{۲۱}$ $= \frac{۱۸ \times ۹ + ۲۵ + ۴ + ۹}{۲۱} = \frac{۲۰۰}{۲۱} \approx ۹/۵۲$	۱۵
۰/۷۵	<p>الف) <math>N = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = ۴ + ۱۲ + ۸ + ۶ = ۳۰</math></p> <p>ب) ۱۴</p> <p>ج) <math>\frac{۸}{۳۰} \times ۱۰۰ = ۲۶/۶\%</math></p>	۱۶
۱/۵	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) برای متغیرهای پیوسته از نمودار <b>بافت نگاشت</b> و برای متغیرهای کیفی از نمودارهای <b>میل‌های و دایره‌ای</b> استفاده می‌شود.</p> <p>ب) در محاسبه شاخص مرکزی برای تحلیل جامعه اگر داده پرت (دور افتاده) داشته باشیم دیگر شاخص <b>میانگین</b> شاخص خوبی برای تصمیم‌گیری نیست.</p> <p>ج) دقت برآورد میانگین به <b>اندازه نمونه و انحراف معیار</b> بستگی دارد.</p>	۱۷
۱/۵	<p>الف) روش طبقه بندی شده:</p> $\text{احتمال انتخاب هر عضو مثل } a \text{ در نمونه} = \frac{\binom{۴۹}{۹}}{\binom{۵۰}{۱۰}} = \frac{۴۹!}{۹!۴۰!} = \frac{۱۰}{۵۰} = \frac{۱}{۵}$ <p>ب) روش نمونه‌گیری خوشه‌ای:</p> <p>احتمال این که خوشه‌ای که <math>a</math> در آن است، برای نمونه‌گیری انتخاب شده است = احتمال انتخاب هر عضو مثل <math>a</math></p>	۱۸

	$= \frac{\binom{9}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{9}{\frac{10 \times 9}{2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ <p>(پ) روش نمونه گیری سیستماتیک:</p> <p>شماره اعداد موجود در همه دسته ها به شکل <math>\{5k + 1, 5k + 2, 5k + 3, 5k + 4, 5k + 5\}</math> است که در آن ها <math>k \in \{0, 1, 2, \dots, 19\}</math> است، پس دسته اول به صورت <math>\{1, 2, 3, 4, 5\}</math> است و با انتخاب یک عضو، عضوهای متناظر در مجموعه های بعدی انتخاب می شود و احتمال انتخاب عضوی که در مجموعه اول یعنی <math>\{1, 2, 3, 4, 5\}</math> متناظر با <math>a</math> است، برابر است با <math>\frac{1}{5}</math> (با انتخاب عضو متناظر با <math>a</math>، <math>a</math> نیز انتخاب خواهد شد).</p>	
۱/۵	<p>الف) برآورد نقطه ای <math>\mu = \bar{x} = 3</math> میلیون</p> <p>ب) میلیون <math>\frac{\bar{x}}{2} = \frac{3}{2} = 1.5</math> خط فقر</p> <p>ج) <math>d = z \cdot \delta_{\bar{x}} = 2 \times 0.1 = 0.2</math></p> <p><math>\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} = \frac{1/2}{\sqrt{144}} = \frac{1/2}{12} = 0.0417</math></p> <p>فاصله اطمینان <math>(\bar{x} - d, \bar{x} + d) \rightarrow (3 - 0.2, 3 + 0.2) \rightarrow (2.8, 3.2)</math></p>	۱۹
۱	$\begin{cases} P - 2\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = 0.625 \\ P + 2\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = 0.875 \end{cases}$ $2P = \frac{1}{5} \Rightarrow P = \frac{1}{10} \rightarrow 2\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = 0.125 = \frac{1}{8}$ $\Rightarrow 2\sqrt{\frac{0.175 \times 0.25}{n}} = 0.125 = \frac{1}{8} \Rightarrow n = \frac{2}{\frac{16}{256}} = 48$	۲۰
*موفق و پیروز باشید*		