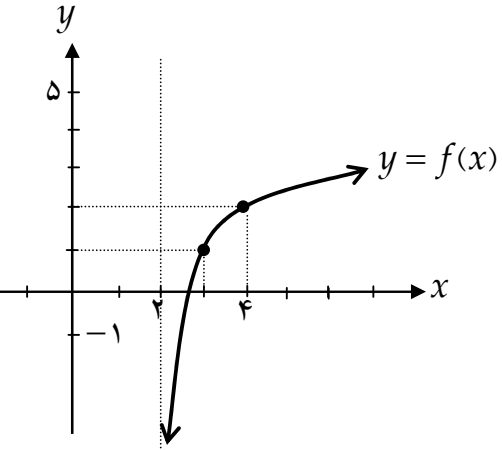
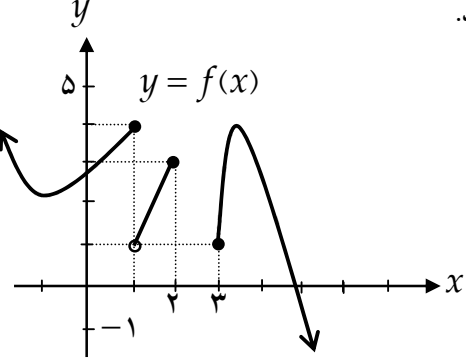


به نام خدا سوالات درس حسابان (۱) - پایه یازدهم - رشته ریاضی و فیزیک طراح: سید جعفر حسینی دبیر و سرگروه ریاضی شهرستان رزن - استان همدان زمان لازم برای پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه	
۰/۷۵	حاصل جمع حداقل چند جمله از دنباله $\dots, 4, 1, -2, -5, -8, \dots$ عددی بزرگتر از ۲۸۰ می شود؟
۰/۷۵	یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ برابر با ۲ است. صفرهای دیگر این تابع را در صورت وجود بیابید.
۱	معادله زیر را به روش هندسی حل کنید. $ x-1  = x^2 - 4x + 3$
۰/۷۵	فاصله نقطه $A(5, a)$ از خط $d$ به معادله $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ برابر با ۱۰ می باشد. مقدار $a$ را حساب کنید.
۰/۷۵	معادله عمود منصف پاره خط $AB$ با دو سر $A(2, 7)$ ، $B(6, -1)$ را بنویسید.
۱	برای رسم نمودار تابع $y = g(x) = -\sqrt{x-1} + 2$ با استفاده از نمودار تابع $y = f(x) = \sqrt{x}$ چه اقداماتی باید انجام داد؟ آن اقدامات را نوشته و سپس هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.
۱	دامنه هر یک از توابع زیر را پیدا کنید. $f(x) = \frac{2x+10}{3[x]+21} \qquad g(x) = \frac{x^2+5}{2[x]-17}$
۱	با توجه به نمودارهای دو تابع $f$ و $g$ در شکل زیر نمودار تابع $f-g$ را رسم کنید. 
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف- دو تابع $y = f(x) = 2^x$ و $y = g(x) = (\frac{1}{2})^x$ معکوس (وارون) یکدیگرند. ب- نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ در بازه $(-\infty, 0)$ پایینتر از نمودار تابع $y = (\frac{5}{6})^x$ قرار می گیرد. ج- تابع $f$ با ضابطه $y = f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ یک تابع نزولی است. د- همه تابعهایی که ضابطه آنها بصورت $f(x) = \log_a x$ (عددی مثبت و مخالف یک) است، از نقطه $(0, 1)$ می گذرند.

<p>۱</p>	<p>دامنه ، ضابطه و برد تابع زیر را تعیین کنید.</p> 	<p>۱۰</p>
<p>۱</p>	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\log_3(12x-1) - \log_3(x^2-3) = \log_3 4$	<p>۱۱</p>
<p>۱</p>	<p>جاهای خالی را کامل کنید :</p> <p>الف- زاویه ای به اندازه یک رادیان ..... درجه است.</p> <p>ب- در دایره ای به شعاع <math>5\text{CM}</math> اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول <math>17/5\text{CM}</math> ..... رادیان است.</p> <p>ج- سینوس زاویه <math>177^\circ</math> درجه برابر با ..... است.</p> <p>د- تانژانت زاویه <math>\frac{39\pi}{4}</math> رادیان برابر با ..... است.</p>	<p>۱۲</p>
<p>۱</p>	<p>نمودار تابع <math>f(x) =  \cos x </math> را در بازه <math>[-2\pi, 2\pi]</math> رسم کنید.</p>	<p>۱۳</p>
<p>۱</p>	<p>با رسم نمودار دو تابع <math>f(x) = \sin x</math> و <math>g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}</math> تعیین کنید این دو تابع در بازه <math>[0, 2\pi]</math> چند نقطه بر خورد دارند؟ مختصات نقاط برخورد را بنویسید.</p>	<p>۱۴</p>
<p>۱</p>	<p>اگر <math>90^\circ &lt; \alpha &lt; 180^\circ</math> و <math>0^\circ &lt; \beta &lt; 90^\circ</math> و <math>\sin \alpha = \frac{3}{5}</math> و <math>\cos \beta = \frac{5}{13}</math> آنگاه مقدار <math>\sin(\alpha + \beta)</math> را حساب کنید.</p>	<p>۱۵</p>
<p>۱</p>	<p>الف- همسایگی عدد حقیقی <math>x_0</math> را تعریف کنید.</p> <p>ب- آیا بازه <math>(-2, 1)</math> یک همسایگی برای عدد <math>-2</math> است؟ در این باره توضیح دهید.</p>	<p>۱۶</p>
<p>۱</p>	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر به موارد خواسته شده پاسخ دهید.</p>  <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =</math>      د) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =</math></p>	<p>۱۷</p>

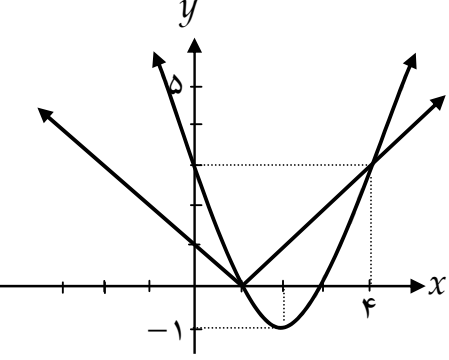
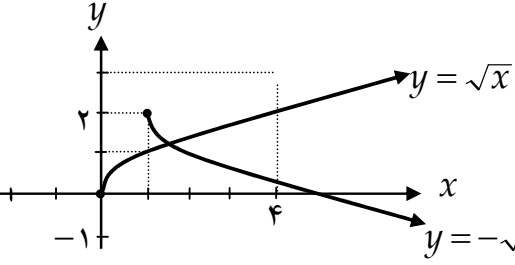
۲	<p style="text-align: right;">حدود زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 7x + 2}{x^2 - x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}</math></p>	۱۸
۰/۵	<p style="text-align: right;">در مورد <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+3}{[x]-3}</math> بحث کنید.</p>	۱۹
۱/۵	<p style="text-align: right;">مقدار <math>a</math> را طوری تعیین کنید که تابع زیر در <math>x=1</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{2x-2} & ; x < 1 \\ [x] + 3a & ; x \geq 1 \end{cases}$	۲۰
۲۰	ص: ۳	
	موفق باشید	

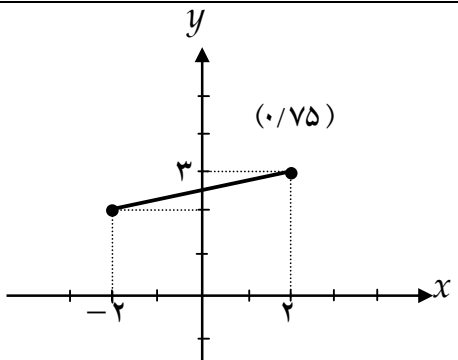
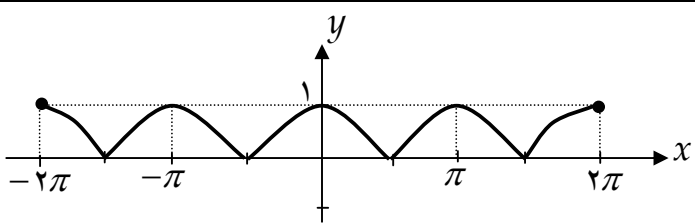
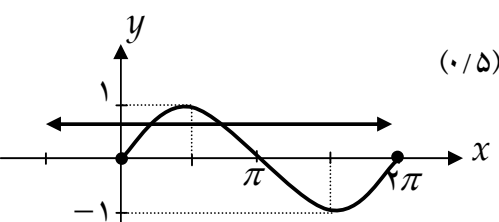
به نام خدا

راهنمای تصحیح سوالات درس حسابان (۱) - پایه یازدهم - رشته ریاضی و فیزیک

طراح: سید جعفر حسنی دبیر و سرگروه ریاضی شهرستان رزن - استان همدان

زمان لازم برای پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

۰/۷۵	$s > 280 \Rightarrow \frac{n(2a + (n-1)d)}{2} > 280 \cdot (0/25)$ $\Rightarrow n(-16 + 3n - 3) > 560 \Rightarrow 3n^2 - 19n - 560 > 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 3n^2 - 19n - 560 = 0 \Rightarrow n = 51/5 ; n = -32/75 \Rightarrow n = 52 \quad (0/25)$	۱
۰/۷۵	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow (x-2)(x^2 - 2x + 1) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = 2, x = 1 \quad (0/25)$	۲
۱	 <p>رسم درست سهمی (۰/۵) رسم درست قدر مطلق (۰/۲۵)</p> $(0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$	۳
۰/۷۵	$y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4} \Rightarrow 3x - 4y - 7 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow 10 = \frac{ 3(4) - 5(a) - 7 }{\sqrt{9+16}} \quad (0/25)$ $\Rightarrow  5 - 5a  = 50 \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -9 \end{cases} \quad (0/25)$	۴
۰/۷۵	$AB \text{ شیب راستای } = m = \frac{7 - (-1)}{2 - 6} = -2 \Rightarrow AB \text{ شیب عمود منصف } = m' = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $AB \text{ وسط پاره خط } = M\left(\frac{2+6}{2}, \frac{7+(-1)}{2}\right) = (4, 3) \quad (0/25)$ $AB \text{ معادله عمود منصف پاره خط: } y - 3 = \frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 \quad (0/25)$	۵
۱	 <p>اقدامات لازم: ۱- تابع <math>y = \sqrt{x}</math> را رسم می کنیم ۲- آن را نسبت به محور <math>x</math> ها قرینه می کنیم ۳- یک واحد به سمت راست می بریم. ۴- دو واحد به بالا می بریم.</p>	۶

۱	$D_f = \left\{ x \mid x \in R, \sqrt{[x] + 21} \neq 0 \right\} = \left\{ x \mid x \in R, [x] \neq -21 \right\} = R - [-21, -21) \quad (0/5)$ $D_g = \left\{ x \mid x \in R, \sqrt{[x] - 17} \neq 0 \right\} = \left\{ x \mid x \in R, [x] \neq \frac{17}{2} \right\} = R \quad (0/5)$	۷
۱	 $D_{f-g} = D_f \cap D_g = [-2, 2] \quad (0/25)$	۸
۱	الف - نادرست (0/25)    ب - نادرست (0/25)    ج - درست (0/25)    د - نادرست (0/25)	۹
۱	$(0/25) \quad R_f = (-\infty, +\infty) = R$ $(0/25) \quad D_f = (2, +\infty) = R \quad (0/5) \quad f(x) = \log_7(x-2) + 1$	۱۰
۱	$\log_7 \frac{12x-1}{x^2-3} = \log_7 4 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{12x-1}{x^2-1} = 4 \quad (0/25) \Rightarrow 4x^2 - 12x - 3 = 0 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \left\{ x = \frac{13}{4}, x = -\frac{1}{4} \right\} \quad (0/25) \quad x = -\frac{1}{4}$ غیر قابل قبول است.	۱۱
۱	الف - $57/32^\circ$ (0/25)    ب - $3/5$ (0/25)    ج - $-\frac{1}{2}$ (0/25)    د - $-1$ (0/25)	۱۲
۱		۱۳
۱	 $(0/5)$	۱۴

این دو تابع در بازه داده شده دو نقطه بر خورد دارند که مختصات آنها  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  و  $(\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  است. (0/5)

۱	$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \quad (0/25)$ $\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \beta = \frac{12}{13} \quad (0/25)$ $\sin(\alpha + \beta) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right) = -\frac{33}{65} \quad (0/5)$	۱۵
۱	<p>الف- هر بازه باز از اعداد حقیقی که شامل <math>x_0</math> باشد، یک همسایگی <math>x_0</math> نامیده می شود. (۰/۵)</p> <p>ب- خیر. بازه داده شده فقط یک همسایگی راست عدد ۲- است. (۰/۵)</p>	۱۶
۱	<p>الف- تابع <math>f</math> در <math>x = 3</math> حد ندارد. (۰/۲۵)      ب- ۱ (۰/۲۵)      ج- ۴ (۰/۲۵)      د- ۱ (۰/۲۵)</p>	۱۷
۲	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 7x + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(5x-2)}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-2}{x} = 3 \quad (1)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-2(\frac{\pi}{2} - x)}{\sin(\frac{\pi}{2} - x)} = -2 \quad (1)</math></p>	۱۸
۰/۵	<p>دامنه تابع تحت حد بصورت <math>R - [3, 4)</math> است. پس این تابع در هیچ همسایگی راست عدد ۳ تعریف نشده است. بنابراین این حد وجود ندارد. (۰/۵)</p>	۱۹
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{2(x-1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$ $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 + 3a = 3a \quad (0/5)$ $3a = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{12} \quad (0/5)$	۲۰
۲۰	<p>ص: ۳ خسته نباشید.</p>	