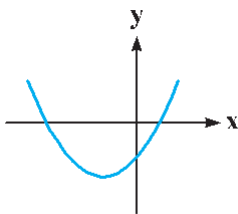
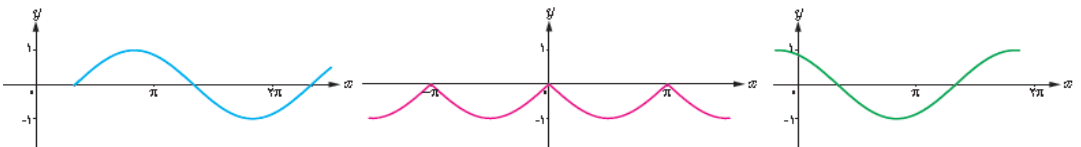
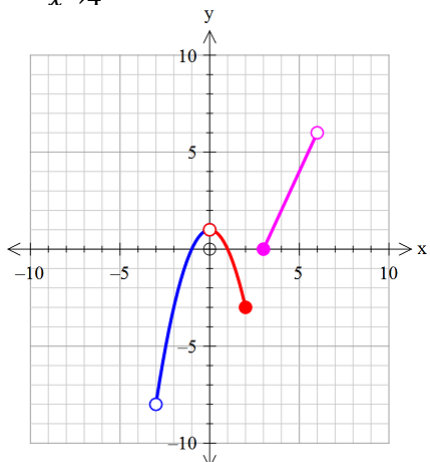


نام و نام خانوادگی : تاریخ امتحان : 97/3/ مدت امتحان : 120 دقیقه طرح: سمیه نادى		باسمه تعالى سازمان آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی اداره آموزش و پرورش ناحیه 4 تبریز دبیرستان شهید مهدی سالک		نمره به عدد: نمره به حروف: امضاء مصحح:
ردیف	سوالات	بارم		
1	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ با هم مساویند. ب) طول کمان روبرو به زاویه‌ای به اندازه $\frac{\pi}{5}$ رادیان در دایره‌ای به شعاع 10 سانتی‌متر برابر 2π است. ج) لگاریتم اعداد بزرگتر از 1 همواره عددی منفی است. د) انتهای کمان مربوط به زاویه 3 رادیان در ربع دوم قرار دارد.	1		
2	جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید. الف) معادله درجه دومی که ریشه‌های آن $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد برابر است. ب) خط $x - 3y + 5 = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $(2, -1)$ مماس است. طول شعاع دایره است. ج) مجموع ده جمله اول دنباله حسابی $3, 7, 11, 13, \dots$ برابر با است. د) حد راست تابع $f(x) = \frac{ x-1 }{x-1}$ در نقطه $x = 1$ برابر است.	2		
3	نقاط $A(4, 2)$ ، $B(1, -1)$ و $C(8, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه وارد بر ضلع AC را به دست آورید.	1		
4	شکل زیر، نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ است. علامت ضرایب a و b و c این تابع را مشخص کنید.	0/75		
5	معادله $\sqrt{x+1} = x - 1$ را به روش هندسی حل کنید.	0/75		
6	نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{x}{2}\right]$ را در فاصله $-2 \leq x < 2$ رسم کنید.	1		
7	می‌دانیم تابع $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ یک به یک است. ضابطه تابع وارون آن را به دست آورید.	0/75		
8	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = x + 1$ را در نظر بگیرید. بدون تشکیل ضابطه، دامنه تابع $f \circ g$ را تعیین کنید.	1		

1/25	<p>فرض کنید $\log_{10} 2 \cong 0/3$ و $\log_{10} 3 \cong 0/4$ باشد. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\log_{10} 5 =$</p> <p>ب) $\log_{10} \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{4}} =$</p>	9
0/5	<p>نمودار تابع $g(x) = 1 + (\frac{1}{2})^x$ را رسم کنید.</p>	10
1	<p>معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.</p> <p>$\log_2(x+1) + \log_2(x+4) = 2$</p>	11
0/75	<p>توابع مثلثاتی زیر را با نمودارهای داده شده نظیر کنید.</p> <p>الف) $y = -\sin x$ ب) $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$ ج) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$</p> 	12
1/75	<p>مقدار نسبت‌های مثلثاتی زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\cos 15^\circ =$ ب) $\cos(-\frac{23\pi}{4}) =$</p> <p>ج) $\sin(\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) =$</p>	13
1	<p>فرض کنید $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار دارد. مقدار $\sin(\alpha - \beta)$ را محاسبه کنید.</p>	14
1	<p>با توجه به نمودار f، حدهای خواسته شده را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2f(x)} =$</p> 	15

1	$g(x) = \begin{cases} 3 & x < 1 \\ 4 - x & x \geq 1 \end{cases}$ و $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x < 2 \\ x - 5 & x \geq 2 \end{cases}$ دو تابع را در نقطه $x = 2$ به دست آورید. حد تابع $\frac{f}{g}$ را در نظر بگیرید.	16
2	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x} =$	17
1/5	$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \\ b - 1 & x = 0 \\ x - 2a & x < 0 \end{cases}$ مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع $f(x)$ در $x = 0$ پیوسته باشد.	18
20	جمع	موفق باشید

سوال	راهنمای تصحیح	بارم
1	الف) غلط (ب) درست (ج) غلط (د) درست	هر مورد (0/25)
2	الف) $x^2 - 2x - 1 = 0$ (ب) $\sqrt{10}$ (ج) 210 (د) 1	(0/5) (0/5) (0/5) (0/5)
3	$M(6,0), B(1,-1) \rightarrow MB = \sqrt{(6-1)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{26}$	1
4	$c < 0, a > 0, b > 0$ (هر مورد 0/25)	0/75
5		0/75

1		6
0/75	$x = \sqrt{y+2} - 3 \rightarrow \sqrt{y+2} = x+3 \rightarrow f^{-1}(x) = (x+3)^2 - 2$	7
1	$D_f = [2, \infty), D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} x \in \mathbb{R}, x+1 \geq 2\} = [1, \infty)$	8
1/25	الف) $\log_2 5 = \log_2 \frac{10}{2} = \log_2 10 - \log_2 2 \cong 1 - .3 = .7$ (0/5) ب) $\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{4}} = \log 3^{\frac{3}{2}} - \log 2^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \log 3 - \frac{2}{3} \log 2 \cong \frac{3}{2} \times .3 - \frac{2}{3} \times 0.4 = -\frac{3}{20}$ (0/75)	9
0/5		10
1	$\log_2 (x+1)(x+4) = 2 \rightarrow (x+1)(x+4) = 4 \rightarrow x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(x+5) = 0$ $0 \rightarrow x = 0$ و $x = -5$ غ ق ق (انمره)	11
0/75	الف) نمودار وسط ب) نمودار سمت راست ج) نمودار سمت چپ (هر مورد 0/25)	12
1/75	الف) $\cos^2 15^\circ = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4} \rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ (0/75) ب) $\cos(-\frac{23\pi}{4}) = \cos(\frac{23\pi}{4}) = \cos(6\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (0/5) ج) $\sin(\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (0/5)	13
1	$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$ (0/25) $\sin^2 \beta = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$ (0/25) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-33}{65}$ (0/5)	14

1	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$ موجود نیست</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] = -3$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2f(x)} = \sqrt{4} = 2$</p>	15
1	<p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$ (0/5)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 4 - x = 2$ (0/25)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = -\frac{3}{2}$ (0/25)</p>	16
2	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} \times \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{16}$ (انمره)</p> <p>ب) قرار می‌دهیم: $t = x - \frac{\pi}{2}$ پس اگر $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$، داریم $t \rightarrow 0$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x-\pi}{\cos x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2t}{-\sin t} = -2 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t} = -2$ (انمره)</p>	17
1/5	<p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{2}$ (0/5)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2a \rightarrow -2a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{4}$ (0/5)</p> <p>$f(0) = b - 1 \rightarrow b - 1 = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{3}{2}$ (0/5)</p>	18