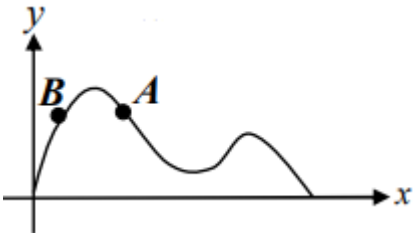
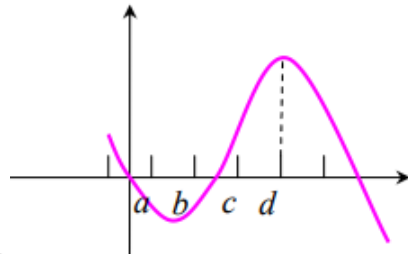
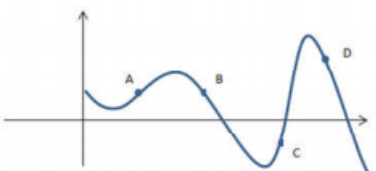
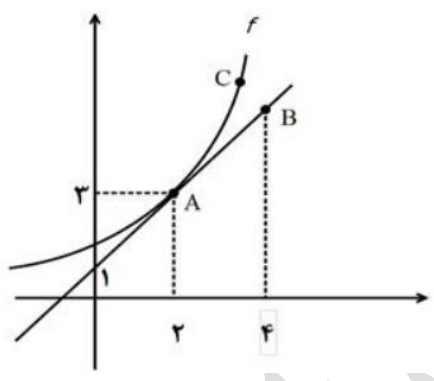
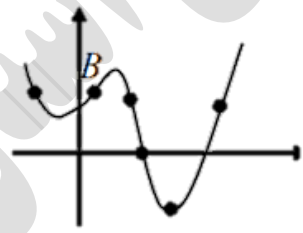
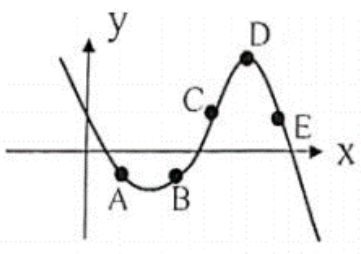


فصل چهارم : مشتق

تاریخ	بارم	سوال	ردیف										
دی ۹۹	۱	<p>در نمودار $y = f(x)$ شیب نمودار در نقاط A, B و شیب خط AB را از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.</p> 	۹۵										
شهریور ۹۹	۱/۲۵	<p>اگر $f(x) = x^2 - 3x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق $f'(1)$ را حساب کنید.</p>	۹۶										
خرداد ۹۹ خارج از کشور	۱/۵	<p>با استفاده از تعریف مشتق، معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در نقطه $x = 3$ به دست آورید.</p>	۹۷										
	۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر، نقاط a, b, c, d را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$f(x)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	x	$f(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵	۹۸
	x	$f(x)$											
	۰												
	۰/۵												
	۲												
	-۰/۵												
۱	<p>با توجه به نمودار زیر، جدول را کامل کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>شیب</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 	شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲	نقطه					۹۹	
شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲									
نقطه													
خرداد ۹۹	۱/۵	<p>معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه $A(2, f(2))$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.</p>	۱۰۰										

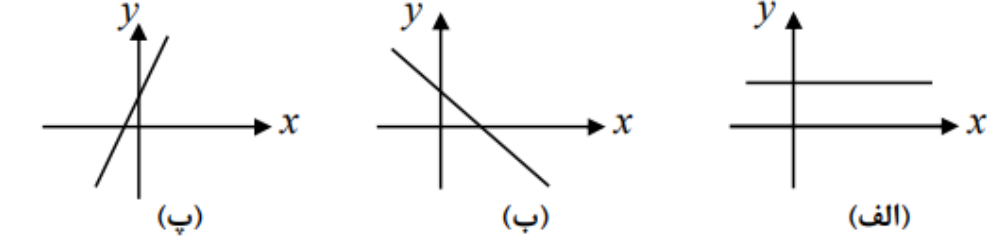
درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

تاریخ	بارم	سوال	ردیف										
دی ۹۸	۱	<p>در شکل روبرو نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه $x = 2$ داده شده است.</p> <p>الف: مشتق تابع $f(x)$، در نقطه $x = 2$ را بیابید.</p> <p>ب: معادله y خط مماس بر نمودار تابع در نقطه A را بنویسید.</p> 	۱۰۱										
شهریور ۹۸		<p>با توجه به نمودار داده شده، گزینه y مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>(i) در کدام نقطه، مماس افقی بر نمودار رسم می شود؟ الف: B ب: E</p> <p>(ii) شیب خط مماس در نقطه F چه علامتی دارد؟ الف: مثبت ب: منفی</p> <p>(iii) شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه D نسبت به نقطه B چگونه است؟ الف: بیشتر ب: کمتر</p> 	۱۰۲										
تیر ۹۸	۱	<p>نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب ارائه شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="966 1480 1193 1764"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰		۲		۰/۵		-۰/۵		۱۰۳
شیب	نقطه												
۰													
۲													
۰/۵													
-۰/۵													
	۰/۲۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ در نقطه ای به طول ۲ روی منحنی تابع، عدد است.</p>	۱۰۴										

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

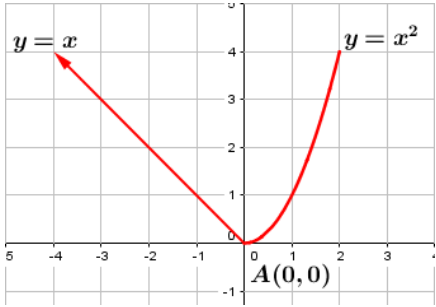
درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

تاریخ	بارم	سوال	ردیف
۹۸ تیر	۱	اگر $f(x) = x^2 - 3x$ باشد. با استفاده از تعریف $f'(1)$ را حساب کنید.	۱۰۵
۹۸ خرداد	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را با توجه به شکل داده شده، مشخص کنید. در شکل روبرو شیب خطوط مماس در نقاط A, B مثبت است.	۱۰۶
	۰/۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. با توجه به شکل روبرو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ی بزرگتر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ی B است.	۱۰۷
۹۸ خرداد	۰/۷۵	نمودار تابع f در شکل روبرو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.	۱۰۸
			
۹۷ دی	۰/۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x} - 1$ در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد است.	۱۰۹
	۰/۷۵	با در نظر رفتن نمودار f در شکل، به سئوالات زیر پاسخ دهید. الف: طول نقطه ای که مماس در آن افقی باشد. ب: طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است. پ: طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.	۱۱۰

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

تاریخ	بارم	سوال	ردیف
دی ۹۹	۰/۵	درست یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. اگر خط $x = a$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x)$ در نقطه $(a, f(a))$ باشد آنگاه $f'(a)$ موجود است.	۱۱۱
	۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱۱۲
	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $f(x) = (4x^3 - 7)(2x - 1)^4$ ب : $g(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$	۱۱۳
شهریور ۹۹	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. خط $x = 1$ مماس قائم منحنی $f(x) = \sqrt{x}$ است.	۱۱۴
	۳	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2+1)$ ب : $g(x) = (x^2+3x+1)^y$ پ : $h(x) = \frac{x^2-5x+7}{-2x+9}$	۱۱۵
	۱	اگر $f(x) = \sin^2 x - \cos 2x$ مقدار $f'(\frac{\pi}{6})$ را حساب کنید.	۱۱۶
خرداد ۹۹ - خارج از کشور	۱/۵	با استفاده از تعریف مشتق ، معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در نقطه $x = 3$ به دست آورید.	۱۱۷
	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. تابع $f(x) = x $ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر نیست .	۱۱۸
	۰/۲۵	جای خالی را کامل کنید. خط $x = 1$ بر منحنی $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، است.	۱۱۹
	۱/۵	با محاسبه مشتق چپ و راست در نقطه A نشان دهید که تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست. 	۱۲۰

درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

تاریخ	بارم	سوال	ردیف	درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی
خرداد ۹۹ خارج از کشور	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.	۱۲۱	
	۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^2 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل a, b را به دست آورید.	۱۲۲	
	۱	اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $g'(1) = 5$ و $f'(1) = 3$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.	۱۲۳	
	۲/۲۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $f(x) = (x^2 + 1)^3(\Delta x - 1)$ ب : $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$	۱۲۴	
	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $f(x) = 2\sqrt{x}(\Delta x^2 - 3x)$ ب : $g(x) = \sin 3x + \cos^2(4x^2 - 2)$	۱۲۵	
خرداد ۹۹	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع f در $x = a$ پیوسته نباشد، آنگاه f در a مشتق پذیر هم نیست.	۱۲۶	
	۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۱۲۷	
	۰/۲۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر $g'(1) = 5$ و $f'(1) = 3$ در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با است.	۱۲۸	
	۳	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{-2x + 2}$ ب : $g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ پ : $h(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$	۱۲۹	
دی ۹۸	۱/۲۵	مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 3x + 1 & x < 1 \end{cases}$	۱۳۰	درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

تاریخ	بارم	سوال	ردیف
دی ۹۸	۰/۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر $g(2) = 3$ و $f(2) = -1$ در این صورت $(2f + 3g)'$ برابر با است.	۱۳۱
	۱	نمودار توابع f و g را در شکل مقابل در نظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h(1)$ را بیابید. 	۱۳۲
	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{2x+2}{x^2-2x^2}$ ب: $f(x) = \sin^2(2x+1)$	۱۳۳
شهریور ۹۸	۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۱۳۴
	۲/۲۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = (2x^3 + \sqrt{x} - 1)^4$ ب: $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$	۱۳۵
تیر ۹۸	۰/۷۵	نشان دهید $x = 0$ مماس قائم برای تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است.	۱۳۶
	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{x^2-1}{5x^3-3x+1}$ ب: $g(x) = \sin^2(2x+1)$	۱۳۷
	۱/۲۵	نمودار تابع زیر را رسم کرده و مشتق پذیری f را روی بازه $[0, -2]$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & x < -1 \\ x+1 & -1 \leq x < 2 \end{cases}$	۱۳۸
خرداد ۹۸	۱/۷۵	نشان دهید، نقطه y به طول $x = -1$ ، نقطه y و شش ای برای تابع $f(x) = x^2 + x $ می باشد.	۱۳۹
	۱/۲۵	قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در $x = a$ پیوسته است.	۱۴۰

درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

تاریخ	بارم	سوال	ردیف	درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی
۹۸ خرداد	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $y = \frac{x^2-1}{x^3-2x+1}$ ب : $y = \cos^3(2x)$	۱۴۱	
۹۷ دی	۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = x-2 $ را در $x=2$ بررسی کنید.	۱۴۲	
	۱/۲۵	اگر توابع g و f مشتق پذیر باشند و $g(2) = -3$, $g'(2) = 2$, $f(2) = 3$, $f'(2) = 1$ مقادیر $(f+g)'(2)$ و $(fg)'(2)$ را به دست آورید.	۱۴۳	
	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف : $y = \frac{x^2+1}{x^3+2x-5}$ ب : $y = \cos^3(-3x+1)$	۱۴۴	

درس سوم : آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر

تاریخ	بارم	سوال	ردیف	درس سوم : آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر
۹۹ دی	۱	جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است ، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت $f(t) = -2t^2 + 10t$ می باشد ، سرعت لحظه ای این جسم را در $t = 2$ به دست آورید.	۱۴۵	
۹۹ شهریور	۰/۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. سرعت لحظه ای در $t = 9$ برای متحرک با معادله ی حرکت $f(t) = \sqrt{t}$ برابر است.	۱۴۶	
۹۹ خرداد خارج	۱/۲۵	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. الف: جرم این توده باکتری در بازه ی زمانی $3 \leq t \leq 4$ به چه سرعتی افزایش می یابد ؟ ب : آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = 9$ چقدر است؟	۱۴۷	
	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. آهنگ متوسط تغییر با شیب قاطع و آهنگ لحظه ای تغییر با شیب خط مماس در آن نقطه برابرند.	۱۴۸	
	۰/۲۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. آهنگ لحظه ای تغییر تابع $g(x) = 2 \sin 2x$ نسبت به x در $x = \frac{\pi}{4}$ برابر است.	۱۴۹	
۹۹ خرداد	۱/۵	معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه ی زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است . در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه ی زمانی $[0, 5]$ برابر است؟	۱۵۰	

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱۵۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. سرعت لحظه ای در $t = ۲$ برای متحرکی با معادله ی حرکت $f(t) = t^۲ + ۳t$ برابر ۷ است.	۰/۵	دی ۹۸
۱۵۲	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x) = ۲x^۲ + ۵x + ۱$ در نقطه ی $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = -۱$ است؟	۱	شهریور ۹۸
۱۵۳	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + ۳t^۲$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۴$ چقدر است؟	۰/۷۵	تیر ۹۸
۱۵۴	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^۳ - ۲x$ را در بازه ی $[۰, ۲]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع f را در $x = ۱$ محاسبه کنید.	۱	خرداد ۹۸
۱۵۵	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^۲$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۹$ چقدر است؟	۰/۷۵	دی ۹۷

درس سوم: آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر

تهیه کننده :

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور - میکائیل صدقی

فروردین ۱۴۰۰

فصل چهارم : مشتق

بارم	پاسخ	ردیف										
۱	$m_A < m_{AB} = 0 < m_B$	۹۵										
۱/۲۵	$\dot{f}(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x) - (-2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = -1$	۹۶										
۱/۵	$f(3) = \sqrt{3-2} = 1$ $\dot{f}(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1} =$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2) - 1}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \frac{1}{2}$ <p>$m = \frac{1}{2}$ شیب خط مماس</p> <p>معادله خط مماس $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$</p>	۹۷										
۱	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>x</td><td>$f(x)$</td></tr> <tr><td>d</td><td>0</td></tr> <tr><td>b</td><td>0.5</td></tr> <tr><td>c</td><td>2</td></tr> <tr><td>a</td><td>-0.5</td></tr> </table>	x	$f(x)$	d	0	b	0.5	c	2	a	-0.5	۹۸
x	$f(x)$											
d	0											
b	0.5											
c	2											
a	-0.5											
۱	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>شیب</td><td>-۲</td><td>-۱</td><td>۰/۵</td><td>۲</td></tr> <tr><td>نقطه</td><td>D</td><td>B</td><td>A</td><td>C</td></tr> </table>	شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲	نقطه	D	B	A	C	۹۹
شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲								
نقطه	D	B	A	C								
۱/۵	$f(2) = 16, f(x) = -2x + 10 \Rightarrow \dot{f}(2) = 6$ <p>معادله خط مماس $y - 16 = 6(x - 2) \Rightarrow y = 6x + 4$</p>	۱۰۰										
۱	<p>الف : $A(2,3) \quad B(0,1) \Rightarrow m = \dot{f}(2) = \frac{3-1}{2-0} = 1$</p> <p>ب : $y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$</p>	۱۰۱										

بارم	پاسخ	ردیف										
۰/۷۵	(i) ب (ii) الف (iii) ب	۱۰۲										
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td>A</td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰	D	۲	C	۰/۵	B	-۰/۵	A	۱۰۳
شیب	نقطه											
۰	D											
۲	C											
۰/۵	B											
-۰/۵	A											
۰/۲۵	-۳	۱۰۴										
۱	$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x + 2) - (\cdot)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x - 2 = -1$	۱۰۵										
۰/۲۵	نادرست	۱۰۶										
۰/۲۵	A	۱۰۷										
۰/۷۵	نمودار (ب)، سهمی نمودار داده شده رو به پایین است. پس ضریب x^2 منفی است. پس در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است.	۱۰۸										
۰/۲۵	۱	۱۰۹										
۰/۷۵	الف: a ب: d پ: b	۱۱۰										

تهیه کننده :

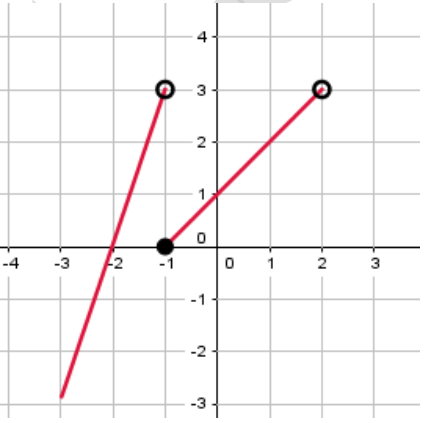
گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور - میکائیل صدقی

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۵		نادرست ۱۱۱
۱/۵	<p>تابع پیوسته است $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2 = f(1)$</p> <p>$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2$, $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2}{x - 1} = 2$</p> <p>تابع در این نقطه مشتق پذیر است $f'_+(1) = f'_-(1)$</p>	۱۱۲
۲	<p>الف : $f(x) = (12x^2)(2x - 1)^2 + 4(2x - 1)^2(2)(4x^3 - 7)$</p> <p>ب : $g(x) = \frac{-\cos x(\cos x) - (-\sin x)(1 - \sin x)}{\cos^2 x}$</p>	۱۱۳
۰/۲۵		نادرست ۱۱۴
۳	<p>الف : $f(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^2 + 1) + (3x^2)(\sqrt{3x+2})$</p> <p>ب : $g(x) = 7(2x + 3)(x^2 + 3x + 1)^6$</p> <p>پ : $h(x) = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2-5x+7)}{(-2x+9)^2}$</p>	۱۱۵
۱	<p>$f(x) = 2\sin x \cos x + 2\sin 2x = \sin 2x + 2\sin 2x = 3\sin 2x$</p> <p>$f'(x) = 6\cos 2x$, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6\cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 \times \frac{1}{2} = 3$</p>	۱۱۶
۱/۵	<p>$f(3) = \sqrt{3-2} = 1$</p> <p>$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x - 3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2) - 1}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - 3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1} = \frac{1}{2}$</p> <p>$m = \frac{1}{2}$ شیب خط مماس</p> <p>معادله خط مماس $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$</p>	۱۱۷

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۲۵		۱۱۸ درست
۰/۲۵		۱۱۹ مماس قائم
۱/۵	$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^r}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} 1 = 1$ <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۲۰
۰/۲۵		۱۲۱ نادرست
۱	$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^r - 2x & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} a & x > 1 \\ 3x^r - 2 & x \leq 1 \end{cases}$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = a, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^r - 2) = 1$ $f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow a = 1, \quad a + b = -1 \Rightarrow b = -2$	۱۲۲
۱	$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 3 \times 3 + 2 \times 5 = 19$	۱۲۳
۲/۲۵	<p>الف: $f'(x) = 3(2x)(x^r + 1)^r(\Delta x - 1) + \Delta(x^r + 1)^r$</p> <p>ب: $f'(x) = \frac{-\Delta \sin x(1 - \sin x) - \cos x(\Delta \cos x)}{(1 - \sin x)^r}$</p>	۱۲۴
۲	<p>الف: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\Delta x^r - 3x) + 2\sqrt{x}(1 \cdot x - 3)$</p> <p>ب: $g'(x) = 3 \cos 3x - 2(12x^r) \sin(4x^r - 2) \cos(4x^r - 2)$</p>	۱۲۵
۰/۲۵		۱۲۶ درست
۲	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^r - 1 - \cdot}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^r - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^r - 1 - \cdot}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^r - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2$ <p>چون مشتق چپ با مشتق راست برابر نیست پس مشتق پذیر نمی باشد.</p>	۱۲۷

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۲۵		۱۹
۳	<p>الف: $f'(x) = \frac{(2x-2)(-2x+2)-(-2)(x^2-2x+1)}{(-2x+2)^2}$</p> <p>ب: $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x^2 + 5) + (2x)\sqrt{x}$</p> <p>پ: $h'(x) = 2\cos^2 x - 2\sin x \cos x$</p>	۱۲۹
۱/۲۵	<p>$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + 3) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$</p> <p>$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x + 1) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x - 1)}{x - 1} = 2$</p> <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۳۰
۰/۵		۷
۱	<p>$A(2, 4), B(0, 0) \quad m = f'(1) = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2$</p> <p>$C(0, 4), D(4, 0) \quad m = g'(1) = \frac{4 - 0}{0 - 4} = -1$</p> <p>$h'(1) = \frac{f(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)} = \frac{2 \times 3 - 2(-1)}{9} = \frac{8}{9}$</p>	۱۳۲
۱/۷۵	<p>الف: $y' = \frac{2(x^2 - 2x^2) - (2x^2 - 4x)(2x + 3)}{(x^2 - 2x^2)^2}$</p> <p>ب: $y' = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^2(2x + 1)$</p>	۱۳۳
۲	<p>$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4$</p> <p>$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = -4$</p> <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۳۴

بارم	پاسخ	ردیف
۲/۲۵	الف: $f(x) = 4 \left(6x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) (2x^2 + \sqrt{x} - 1)^3$ ب: $f'(x) = -\frac{1 \times (x^2+1) - 2x(x)}{(x+1)^2} \times \sin\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$	۱۳۵
۰/۷۵	$f(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x^2}} = +\infty$	۱۳۶
۲	الف: $y' = \frac{2x(\Delta x^2 - 3x + 1) - x^2(15x^2 - 3)}{(\Delta x^2 - 3x + 1)^2}$ ب: $g(x) = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^2(2x + 1)$	۱۳۷
۱/۲۵	تابع f در $x = -1$ پیوسته نیست، پس در این نقطه مشتق پذیر نیست. در نتیجه در بازه $[-2, 0]$ مشتق پذیر نیست. 	۱۳۸
۱/۷۵	تابع f در $x = -1$ پیوسته است. $f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0$ $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{ x^2 + x - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x(x + 1)}{x + 1} = 1$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{ x^2 - x - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x + 1)}{x + 1} = -1$ چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.	۱۳۹

بارم	پاسخ	ردیف
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ <p>کافی است نشان دهیم:</p> $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) =$ $= 0 \times f'(a) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$	۱۴۰
۱/۷۵	<p>الف: $y' = \frac{2x(x^r + 2x + 1) - (x^r - 1)(2x^r + 2)}{(x^r + 2x + 1)^2}$</p> <p>ب: $y' = -6 \sin 2x \cos^2 2x$</p>	۱۴۱
۱	$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x - 2 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)}{x - 2} = 1$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x - 2 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1$ <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۴۲
۱/۲۵	$(f + g)'(2) = f'(2) + g'(2) = 1 + 2 = 3$ $(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 1 \times (-3) + 3 \times 2 = -3 + 6 = 3$	۱۴۳
۲	<p>الف: $y' = \frac{2x(x^r + 2x - 5) - (x^r - 1)(2x^r + 2)}{(x^r + 2x - 5)^2}$</p> <p>ب: $y' = -3 \times 2 \cos(-3x + 1)(-\sin(-3x + 1))$</p>	۱۴۴

تهیه کننده :

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پیله ور - میکائیل صدقی

فروردین ۱۴۰۰

درس سوم : آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر

بارم	پاسخ	ردیف
۱	$f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$	۱۴۵
۰/۵		$\frac{1}{6}$ ۱۴۶
۱/۲۵	الف: $m(t) = \sqrt{t} + t^2 \Rightarrow \begin{cases} m(3) = \sqrt{3} + 3^2 = 9 + \sqrt{3} \\ m(4) = \sqrt{4} + 4^2 = 2 + 16 = 18 \end{cases}$ $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = 18 - (9 + \sqrt{3}) = 9 - \sqrt{3}$ ب: $\dot{m}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow \dot{m}(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2 \times 9 = \frac{109}{6}$	۱۴۷
۰/۲۵		درست ۱۴۸
۰/۲۵		-۴ ۱۴۹
۱/۵	$f(5) = 5^2 - 5 + 10 = 30$, $f(0) = 0^2 - 0 + 10 = 10$ سرعت متوسط $= \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ سرعت لحظه ای $= f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$	۱۵۰
۰/۵		درست ۱۵۱
۱	$f'(t) = 4x + 5 \Rightarrow f'(-1) = 1$, $f'(2) = 13$ برابر ۱۳	۱۵۲
۰/۷۵	$\dot{m}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \Rightarrow \dot{m}(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4 \times 4 = \frac{65}{4}$	۱۵۳
۱	$f(x) = x^2 - 2x$, $f(x2) = 2^2 - 2 \times 2 = 0$, $f(0) = 0^2 - 2 \times 0 = 0$ آهنگ تغییر متوسط $= \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{0 - 0}{2} = 0$ $f(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f(1) = 3 \times 1^2 - 2 = 1$	۱۵۴
۰/۷۵	$\dot{m}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow \dot{m}(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2 \times 9 = \frac{109}{6}$	۱۵۵