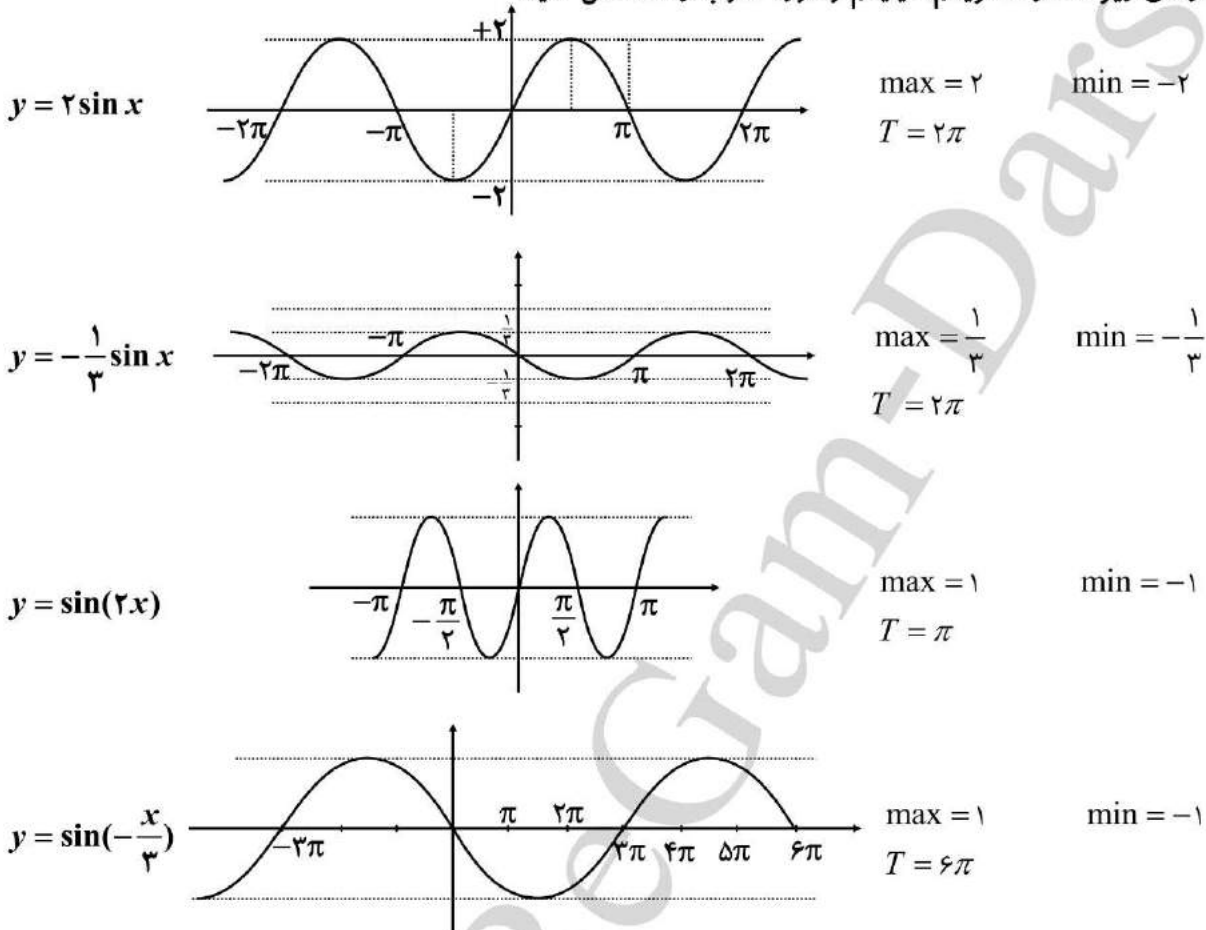




سوالات مربوط به دوره تناوب، ماکزیمم، مینیمم و تازانت

فصل دوم

۱- در نمودارهای زیر مقدار ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب را مشخص کنید:



۲- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را مشخص کنید:

الف) $y = 3 \sin(2x) - 2$

$\max = |3| - 2 = 1$

$\min = -|3| - 2 = -5$

$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

ب) $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$

$\max = |-\frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$

$\min = -|-\frac{1}{4}| = -\frac{1}{4}$

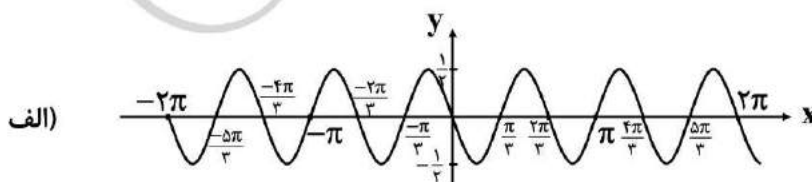
$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

پ) $y = \pi \sin(-x) + 1$

$\max = |\pi| + 1 = \pi + 1$

$\min = -|\pi| + 1 = 1 - \pi$

$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

۳- هر یک از نمودارهای داده شده در زیر مربوط به تابعی با ضابطه‌ای $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ است. مقدار ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب و ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید.

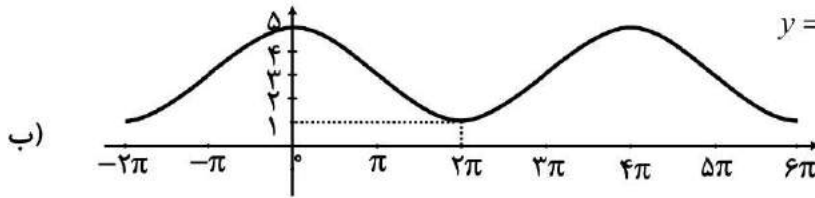


با توجه به نمودار ضابطه‌ی تابع به صورت زیر است:

$$y = a \sin bx + c$$

و با توجه به مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب از روی نمودار، $c = 0$ و $|a| = \frac{1}{2}$ و $|b| = 3$ بدست می‌آید که در آن علامت a منفی و

$$\text{علامت } b \text{ مثبت است. بنابراین داریم: } y = -\frac{1}{2} \sin 3x$$



با توجه به نمودار، ضابطه‌ی تابع مورد نظر می‌تواند به صورت $y = a \cos bx + c$ باشد و ماکزیمم و مینیمم آن برابر 5 و 1 و طول دوره‌ی

تناوب برابر 4π است. بنابراین $c = 3$ و $|b| = \frac{1}{2}$ و $|a| = 2$. لذا $a = 2$ و $b = \frac{1}{2}$ و بنابراین داریم: $y = 2 \cos(\frac{x}{2}) + 3$.

۴- دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را بدست آورید:

الف) $y = 1 + 2 \sin 7x$

$$\frac{y = a \sin bx + c \quad T = \frac{2\pi}{|b|}}{\max = |a| + c, \min = -|a| + c} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|7|} = \frac{2\pi}{7} \quad \max = |2| + 1 = 3 \quad \min = -|2| + 1 = -1$$

ب) $\sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$

$$\frac{y = a \cos bx + c \quad T = \frac{2\pi}{|b|}}{\max = |a| + c, \min = -|a| + c} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4 \quad \max = |-1| + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3} \quad \min = -|-1| + \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$$

ب) $-\pi \sin(\frac{x}{2}) - 2$

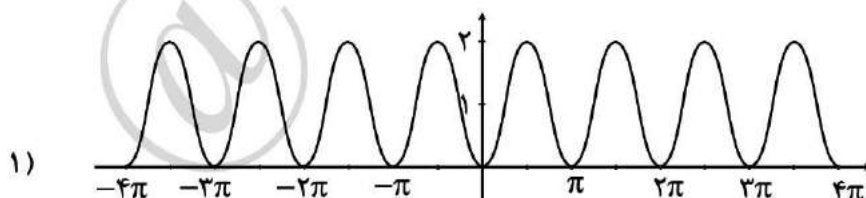
$$\frac{y = a \sin bx + c \quad T = \frac{2\pi}{|b|}}{\max = |a| + c, \min = -|a| + c} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi \quad \max = |-\pi| - 2 = \pi - 2 \quad \min = -|-\pi| - 2 = -\pi - 2$$

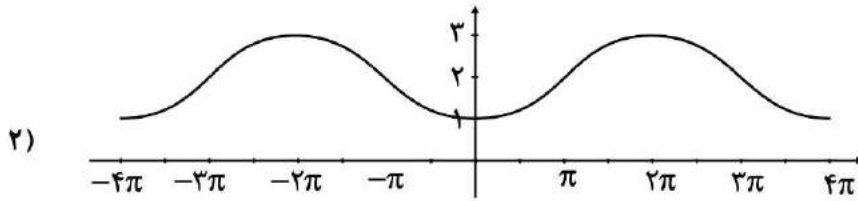
ت) $-\frac{3}{4} \cos 3x$

$$\frac{y = a \cos bx + c \quad T = \frac{2\pi}{|b|}}{\max = |a| + c, \min = -|a| + c} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2}{3}\pi \quad \max = |-\frac{3}{4}| = \frac{3}{4} \quad \min = -|-\frac{3}{4}| = -\frac{3}{4}$$

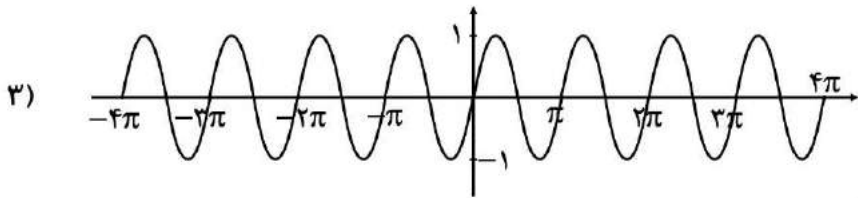
۵- هر یک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

الف) $y = \sin \pi x$ ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2} x$ پ) $y = \sin 2x$ ت) $y = 1 - \cos 2x$

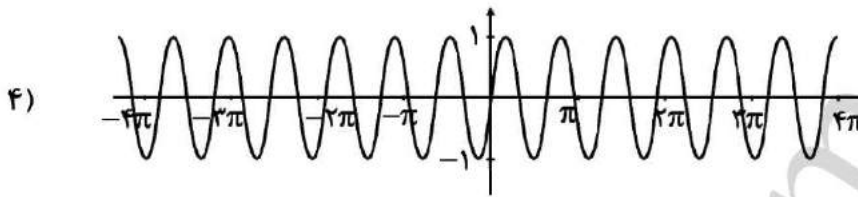




ب



الف



ث

۶- در هر مورد ضابطه‌ی تابع مثلثاتی با دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید:

الف) $T = \pi, \max = 3, \min = -3$

$$y = a \sin bx + c, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

$$a = \frac{3 - (-3)}{2} = 3 \quad c = \frac{3 + (-3)}{2} = 0 \quad \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow y = 3 \sin 2x$$

ب) $T = 3, \max = 9, \min = 3$

$$y = a \sin bx + c, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

$$a = \frac{9 - 3}{2} = 3 \quad c = \frac{9 + 3}{2} = 6 \quad 3 = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow y = 3 \sin \frac{2\pi}{3}x + 6$$

پ) $T = 4\pi, \max = -1, \min = -7$

$$y = a \sin bx + c, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

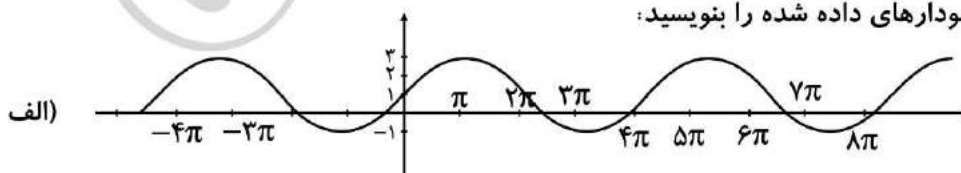
$$a = \frac{-1 - (-7)}{2} = 3 \quad c = \frac{-1 + (-7)}{2} = -4 \quad 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 \sin \left(\frac{1}{2}x\right) - 4$$

ت) $T = \frac{\pi}{2}, \max = 1, \min = -1$

$$y = a \sin bx + c, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

$$a = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad c = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \quad \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow b = 4 \Rightarrow y = \sin(4x)$$

۷- ضابطه‌ی مربوط به هر یک از نمودارهای داده شده را بنویسید:

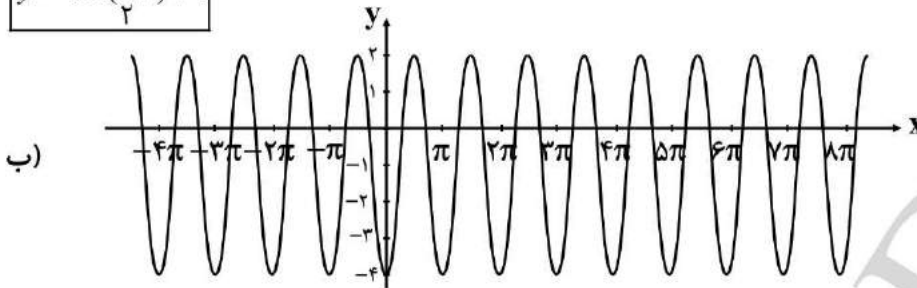




$$\max = 3, \min = -1, T = 4\pi$$

$$C = \frac{3+(-1)}{2} = 1, a = \frac{3-(-1)}{2} = 2, |b| = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

$$y = \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

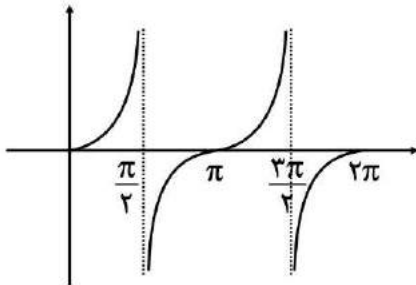


$$\max = 2, \min = -4, T = \pi$$

$$C = \frac{2+(-4)}{2} = -1, a = \frac{2-(-4)}{2} = 3, |b| = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$y = 3\cos(2x) - 1$$

۸- صعودی یا نزولی بودن تابع $y = \tan x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ بررسی کنید.



تابع در دامنه‌ی خود همواره صعودی است.

۹- کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است. نادرست

ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد. نادرست

پ) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن غیر صعودی باشد. نادرست

ت) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. درست

۱۰- با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را باهم مقایسه کنید.

$$\text{الف) } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

در ربع اول هم سینوس و هم تانژانت صعودی است.

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$+\infty$



$$\text{ب) } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$$

در ربع چهارم هم سینوس و هم تانژانت منفی است.

	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
sin	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
tan	ش.ت	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

سوالات مربوط به نسبت‌های مثلثاتی 2α

۱- مقدار $\sin 15^\circ, \cos 15^\circ$ را بیابید.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\cos 30^\circ = 1 - 2\sin^2 15^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2 15^\circ \rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{-2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin 30^\circ = 2\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ$$

$$\frac{1}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \times \cos \alpha \rightarrow \cos 15^\circ = \frac{1}{2\sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

۲- فرض کنید $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ای حاده باشد. حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

الف) $\cos 2\alpha$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 2 \times \left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = 2 \times \frac{25}{169} - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{50 - 169}{169} = \frac{-119}{169}$$

ب) $\sin 2\alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \text{ در نتیجه اول } \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \times \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

۳- نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5^\circ$ بدست آورید.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2(22/5^\circ) \Rightarrow \sin^2(22/5^\circ) = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2(22/5^\circ) = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin(22/5^\circ) = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos 45^\circ = 2\cos^2(22/5^\circ) - 1$$

$$\rightarrow \cos^2(22/5^\circ) = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \rightarrow \cos(22/5^\circ) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$



سوالات مربوط به معادلات مثلثاتی

تیپ اول سینوسی ها:

۱- معادله $\sin x = -\frac{1}{2}$ را حل کنید.

$$\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 2k\pi + \frac{7\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ب) $4\sin x + \sqrt{8} = 0$

$$4\sin x + \sqrt{8} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{8}}{4} = \frac{-2\sqrt{2}}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \left(\pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۳- معادله $\sin 2x = \sin 3x$ را حل کنید.

$$\sin 2x = \sin 3x$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + 3x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = (2k+1)\pi - 3x \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۴- معادله $2\sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.

$$2\sin 3x - \sqrt{2} = 0 \rightarrow \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z} \\ 3x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \end{cases}$$



۵- جواب معادله $\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را بدست آورید.

ابتدا طرفین معادله را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2 \sin x \cdot \cos x = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۶- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x$

$$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

ب) $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$

$$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = t} 2t^2 + t - 1 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{-\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

پ) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$$\xrightarrow{\sin x = t} 2t^2 + t - 1 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} t = -1 \\ t = +\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) \rightarrow x = 2k\pi + \frac{-\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \end{cases}$$

ت) $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\sin x = t}$$



$$t^2 + t - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)\left(-\frac{3}{4}\right) = 4 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} \\ t_2 = \frac{-1-2}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \text{ غیر ممکن} \end{cases}$$

ث) $\sin x - \cos 2x = 0$

$$\sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow (\sin x + 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x + 1 = 0 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ 2\sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{cases}$$

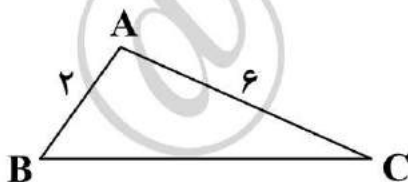
۷- یک بازیکن هندبال توپ را با سرعت $16 \frac{m}{s}$ برای هم تیمی خود که در $12/8$ متری او قرار دارد پرتاب می‌کند. اگر رابطه بین سرعت توپ V (برحسب ثانیه)، مسافت طی شده افقی d (برحسب متر) و زاویه پرتاب θ به صورت زیر باشد. آنگاه زاویه پرتاب توپ چقدر بوده است؟

$$d = \frac{V^2 \sin 2\theta}{10}$$

$$12/8 = \frac{(16)^2 \sin 2\theta}{10} \rightarrow \sin 2\theta = \frac{12/8 \times 10}{256} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2\theta = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2\theta = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ \theta = \frac{(2k+1)\pi}{2} - \frac{\pi}{12} \end{cases}$$

۸- مثلثی با مساحت ۳ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی‌متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟



$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$3 = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin \hat{A} \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \hat{A} = \sin \frac{\pi}{6}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & k \in \mathbb{Z} \\ \hat{A} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

فقط می توان $A = \frac{\pi}{2}$ و $\hat{A} = \frac{5\pi}{6}$ را در نظر گرفت پس دو مثلث می توان ساخت.

تیپ دوم کسینوس ها:

۱- معادله $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ را حل کنید:

$$\cos x(2\cos x - 9) = 5 \rightarrow 2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\cos x = t}$$

$$2t^2 - 9t - 5 = 0 \rightarrow (2t - 1)(t + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = -5 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۲- معادله $\sin x + \cos x = 1$ را در بازه $0 \leq x \leq 2\pi$ حل کنید. (ویژه ریاضی)

$$\sin x + \cos x = 1 \rightarrow \sin x = 1 - \cos x \xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 x = (1 - \cos x)^2$$

$$\rightarrow \sin^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x \xrightarrow{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x \rightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

$$\rightarrow 2\cos x(\cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2\cos x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 0, 2\pi \end{cases}$$

۳- معادلات زیر را حل کنید:

الف) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ب) $\cos x = \cos 2x$

$$\Rightarrow x = 2k\pi \pm 2x$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + 2x \rightarrow x = -2k\pi \\ x = 2k\pi - 2x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$



تیپ سوم تانژانت (ویژه رشته ریاضی)

۱- معادله $\tan x = \tan \Delta x$ را حل کنید:

$$x = k\pi + \Delta x \rightarrow x = \frac{k\pi}{\Delta} \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲- معادلات زیر را حل کنید:

الف) $\tan(2x - 1) = 0$

$$\tan(2x - 1) = \tan(0) \Rightarrow 2x - 1 = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi + 1}{2}$$

ب) $\tan 3x = \tan \pi x$

$$3x = k\pi + \pi x \Rightarrow 3x - \pi x = k\pi \rightarrow (3 - \pi)x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{3 - \pi}$$