

((فصل پنجم : کاربرد مشتق))



درس ۱ : اکسترمم های تابع

۲ نمره	دی ۹۷	<p>الف : جدول تغییرات تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.</p> <p>ب : نقاط بحرانی تابع f و اکسترمم مطلق این تابع را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.</p>	۱
۱ نمره	خرداد ۹۸	<p>اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد. مقادیر a و b را به دست آورید.</p>	۲
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۸	<p>اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ به دست آورید.</p>	۳
۲/۵ نمره	تیر ۹۸	<p>الف) جدول تغییرات تابع $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13$ را رسم و نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را مشخص کنید.</p> <p>ب) اکسترمم های مطلق تابع f در بازه $[-1, 2]$ را تعیین کنید.</p>	۴
۱ نمره	شهریور ۹۸	<p>جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.</p>	۵
۱ نمره	شهریور ۹۸	<p>اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.</p>	۶
۲ نمره	دی ۹۸	<p>در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی را به دست آورده و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p style="text-align: center;">$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$</p>	۷

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید. الف : با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب : مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه‌ی $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.	۸
۲ نمره	خرداد ۹۹	اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.	۹
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹	الف : نقطه‌ی بحرانی را تعریف کنید. ب : اگر نقطه‌ی $(2, 1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر d و b را به دست آورید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۹	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه‌ی $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آید.	۱۱
۰/۲۵ نمره	شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.	۱۲
۱/۵ نمره	شهریور ۹۹	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 7$ در بازه‌ی $[-1, 3]$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱۳
۱ نمره	شهریور ۹۹	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر -3 باشد، مقادیر a و b را بیابید.	۱۴
۲ نمره	دی ۹۹	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	۱۵
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع ، یک نقطه‌ی بحرانی آن است.	۱۶

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

۱۷	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است برابر است.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۰/۲۵
۱۸	اگر نقطه‌ی $(2,1)$ ، نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۱/۵
۱۹	تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ در چه بازه هایی اکیداً صعودی و در کدام بازه اکیداً نزولی است؟	۱۴۰۰ شهریور نمره ۱/۵
۲۰	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه‌ی $[-1, 3]$ مشخص کنید.	۱۴۰۰ دی نمره ۲
۲۱	اگر نقطه‌ی $(2,1)$ نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را به دست آورید.	۱۴۰۰ دی نمره ۱

درس ۲: بهینه سازی

۱	اگر محیط مستطیلی ۲۴ سانتی متر باشد. طول و عرض مستطیل را طوری حساب کنید که مساحت آن ماکزیمم شود.	دی ۹۷ نمره ۱
۲	ورق فلزی مربع شکل به طول یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه‌ی آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه‌ی جعبه را به اندازه‌ی x بر می گردانیم تا یک جعبه‌ی در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.	۱۴۰۰ خرداد نمره ۱/۲۵
۳	اگر بین دو عدد حقیقی y و x رابطه‌ی $10x - y = 5$ باشد. مقادیر y و x را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد.	۹۸ تیر نمره ۱
۴	دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد.	۹۸ شهریور نمره ۱

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

۵	دی ۹۸	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱ نمره
۶	خرداد ۹۹	هر صفحه‌ی مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل متن با مساحت ۳۲ سانتی متر مربع خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه ۲ سانتی متر و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.	۱/۵ نمره
۷	خرداد ۹۹ خ	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۲۵ نمره
۸	خرداد ۹۹ خ	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی به معادله‌ی $y = 12 - x^2$ باشند.	۱/۵ نمره
۹	شهریور ۹۹	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱/۲۵ نمره
۱۰	دی ۹۹	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱ نمره
۱۱	خرداد ۱۴۰۰	در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر، طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را بیابید.	۱/۵ نمره
۱۲	شهریور ۱۴۰۰	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱/۵ نمره

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سئوالات موضوعی نهایی

فصل پنجم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۵: کاربرد مشتق

درس ۱: اکسترمم های تابع

الف:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1, x = -2$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	20	-7	$+\infty$	
		max	min		

ب:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

$$\rightarrow \begin{cases} \min : (1, -7) \\ \max : (3, 45) \end{cases}$$

نقطه‌ی بحرانی $(1, -7)$

$$f(x) = ax^2 + bx \xrightarrow{f(1)=7} a + b = 7$$

$$f'(x) = 2ax + b \xrightarrow{f'(1)=0} 2a + b = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = -7, b = 14$$

۲

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \rightarrow f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3], x = -2 \notin [-1, 3]$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 12(-1) = -2 + 3 + 12 = 13$$

$$f(3) = 2(3)^3 + 3(3)^2 - 12(3) = 54 + 27 - 36 = 45$$

نقطه‌ی $(1, -7)$ می نیمم مطلق و نقطه‌ی $(3, 45)$ ماکزیمم مطلق است.

۳

الف :

$$f(x) = -2x^3 + 9x^2 - 13 \rightarrow f'(x) = -6x^2 + 18x \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 18x = 0$$

$$\xrightarrow{\div 6} -x^2 + 3x = 0 \rightarrow x = 0, x = 3$$

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-13 min	24 max	$+\infty$

ب :

$$f(-1) = -2(-1)^3 + 9(-1)^2 - 13 = -2$$

$$f(0) = -2(0)^3 + 9(0)^2 - 13 = -13$$

$$f(2) = -2(2)^3 + 9(2)^2 - 13 = 7$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{min} : (0, -13) \\ \text{max} : (2, 7) \end{cases}$$

۴

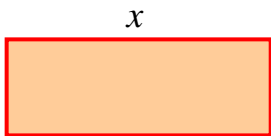
<p> $f(x) = x^3 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 - 3 = 0$ $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ </p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">6 max</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">2 min</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقطه‌ی (۱,۲) مینیمم نسبی و نقطه‌ی (-۱,۶) ماکزیمم نسبی است.</p>	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	y'		+	o	-	o	+	y	$-\infty$	↗	6 max	↘	2 min	↗	$+\infty$	۵
x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$																	
y'		+	o	-	o	+																
y	$-\infty$	↗	6 max	↘	2 min	↗	$+\infty$															
<p> $g(x) = x^3 + 2x - 5 \rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$ $g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17 \text{ min}$ $g(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2 \text{ max}$ </p>	۶																					
<p> $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \rightarrow x = 1, x = -3$ </p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">17 max</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">-15 min</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> </tr> </table>	x		-3		1		f'	+	o	-	o	+	f	↗	17 max	↘	-15 min	↗	۷			
x		-3		1																		
f'	+	o	-	o	+																	
f	↗	17 max	↘	-15 min	↗																	

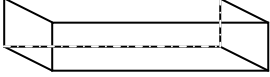
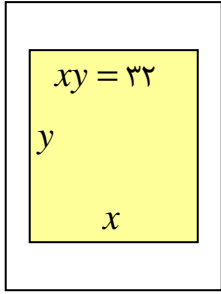
$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 \xrightarrow{f'(x)=0} -6x^2 + 6x + 12 = 0$ $\xrightarrow{\div(-6)} x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = -1, \quad x = 2$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">o</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-16</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> \min \max </p> <p> $f(0) = -2(0)^3 + 3(0)^2 + 12(0) - 9 = -9$ می نیمم مطلق </p> <p> $f(2) = -2(2)^3 + 3(2)^2 + 12(2) - 9 = 11$ ماکزیمم مطلق </p> <p> $f(3) = -2(3)^3 + 3(3)^2 + 12(3) - 9 = 0$ </p>	x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	o	+	o	-	$f(x)$	$+\infty$	-16	11	$-\infty$	۸
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$													
$f'(x)$	-	o	+	o	-												
$f(x)$	$+\infty$	-16	11	$-\infty$													
$f(x) = x^3 + bx^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$ $4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$	۹																
<p>الف : هر نقطه از دامنه‌ی تابع را یک نقطه‌ی بحرانی می نامند هرگاه در این نقطه یا تابع مشتق پذیر نباشد و یا اینکه مشتق آن صفر باشد.</p> <p>ب :</p> $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ $\xrightarrow{f(2)=1} f(2) = (2)^3 + b(2)^2 + d \rightarrow 8 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx$ $\xrightarrow{f'(2)=0} f'(2) = 3(2)^2 + 2b(2) \rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow 4b = -12 \rightarrow b = -3$ $\xrightarrow{4b+d=-7} 4(-3) + d = -7 \rightarrow d = 5$	۱۰																

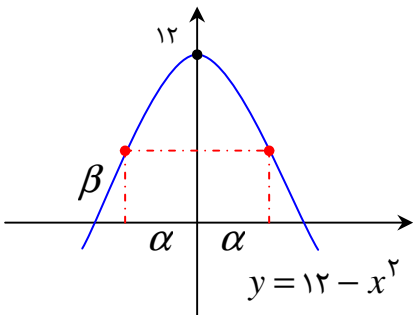
$f'(x) = 3x^2 + 2 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow 3x^2 = -2$ معادله جواب ندارد. $f(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -8 - 4 - 5 = -17$ مقدار می نیمم مطلق $f(1) = (1)^3 + 2(1) - 5 = 1 + 2 - 5 = -2$ مقدار ماکزیمم مطلق	۱۱															
درست	۱۲															
$f'(x) = 3x^2 - 3 \xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 3x^2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$ $x = 1 \rightarrow f(1) = (1)^3 - 3(1) + 7 = 5$ $x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 7 = 9$ $x = 3 \rightarrow f(3) = (3)^3 - 3(3) + 7 = 25$ $\Rightarrow \max(3, 25) \quad , \quad \min(1, 5)$	۱۳															
$f(x) = ax^2 + bx \rightarrow f'(x) = 2ax + b$ $f(1) = 3 \xrightarrow{f(x)=ax^2+bx} f(1) = a(1)^2 + b(1) = a + b = 3$ $f'(1) = 0 \xrightarrow{f'(x)=2ax+b} f'(1) = 2a + b = 0$ $\rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -3 \end{cases} \rightarrow a = 3 \quad , \quad b = -6$	۱۴															
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$ $\xrightarrow{f'(x)=0} 3x^2 + 6x - 9 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -3$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">○</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">○</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">↗ 17 max</td> <td style="padding: 5px;">↘ 15 min</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">↗</td> </tr> </table>	x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	$f'(x)$	+	○	-	○	$f(x)$		↗ 17 max	↘ 15 min	↗	۱۵
x	$+\infty$	-3	1	$-\infty$												
$f'(x)$	+	○	-	○												
$f(x)$		↗ 17 max	↘ 15 min	↗												
درست	۱۶															
	۱۷															
	$(-1, 1)$ یا $[-1, 1]$															

$f(x) = x^3 + bx^2 + d \rightarrow f(2) = (2)^3 + b(2)^2 + d \xrightarrow{f(2)=1} 8 + 4b + d = 1$ $\rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} f'(2) = 3(2)^2 + 2b(2) = 0$ $\rightarrow 12 + 4b = 0 \rightarrow b = -3$ $4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} -12 + d = -7 \rightarrow d = 5$	۱۸									
$f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow x = \pm 1$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+1$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+ 0 -</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">- 0 +</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">تابع در بازه های $(-\infty, 1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی و در بازه $(-1, 1)$ اکیداً نزولی است.</p>	x	-1	$+1$	$f'(x)$	+ 0 -	- 0 +	$f(x)$	↗	↘	۱۹
x	-1	$+1$								
$f'(x)$	+ 0 -	- 0 +								
$f(x)$	↗	↘								
$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-1) = 13 \\ f(1) = -7 \\ f(3) = 45 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \min = (1, -7) \\ \max = (3, 45) \end{cases}$	۲۰									
$f'(x) = 3x^2 + 2bx \xrightarrow{f'(2)=0} 3(2)^2 + 2b(2) = 0 \rightarrow b = -3$ $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ $f(2) = 1 \rightarrow 4b + d = -7 \xrightarrow{b=-3} d = 5$	۲۱									

درس ۲: بهینه سازی

$2x + 2y = 24 \xrightarrow{\div 2} x + y = 12 \rightarrow y = 12 - x$ $S = xy \rightarrow S(x) = x(12 - x) = 12x - x^2$ $S'(x) = 12 - 2x \xrightarrow{S'(x)=0} 12 - 2x = 0 \rightarrow x = 6, y = 6$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	۱
--	---

$V(x) = (1 - 2x)^2 x = x - 4x^2 - 4x^3$  $V'(x) = 1 - 8x + 12x^2 \xrightarrow{V'(x)=0} 1 - 8x + 12x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{6}$ <p style="text-align: right;">پاسخ $x = \frac{1}{6}$ قابل قبول است.</p>	۲
$P = xy \rightarrow P(x) = x(10x - 5) = 10x^2 - 5x$ $\rightarrow P'(x) = 20x - 5 \xrightarrow{P'(x)=0} 20x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$ $y = 10x - 5 \xrightarrow{x=\frac{1}{4}} y = 10 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - 5 = -\frac{5}{2}$	۳
$2a + b = 60 \rightarrow b = 60 - 2a$ $p = ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$ $p' = 60 - 4a \xrightarrow{p'=0} 60 - 4a = 0 \rightarrow a = 15$ $b = 60 - 2a = 60 - 2(15) = 30$	۴
$P = xy \xrightarrow{y=x+10} P = x(x+10) = x^2 + 10x \rightarrow f'(x) = 2x + 10$ $\xrightarrow{f'(x)=0} 2x + 10 = 0 \rightarrow x = -5 \xrightarrow{y=x+10} y = -5 + 10 = 5$	۵
<p>مساحت صفحه‌ی کتاب $S = (x + 2)(y + 4)$</p> $\rightarrow S = xy + 4x + 2y + 8 \xrightarrow{y=\frac{32}{x}} S = x\left(\frac{32}{x}\right) + 4x + 2\left(\frac{32}{x}\right) + 8 = \frac{64}{x} + 4x + 4$ $\rightarrow S' = -\frac{64}{x^2} + 4 \xrightarrow{S'=0} \frac{16}{x^2} = 1 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = 4$ $\rightarrow x = 4, y = \frac{32}{x} = 8$ <p style="text-align: center;">ابعاد صفحه‌ی کتاب 12×6</p> 	۶

$P = 2x + 2y = 14 \xrightarrow{\div 2} x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$ $S = xy \xrightarrow{y=7-x} S = x(7-x) \rightarrow S = 7x - x^2$ $f'(x) = 7 - 2x \xrightarrow{f'(x)=0} 7 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$ $y = 7 - x \xrightarrow{x=\frac{7}{2}} y = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	۷
$y = 0 \rightarrow 12 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 12 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$ $S = 2\alpha \times \beta \xrightarrow{\beta=12-\alpha^2} S = 2\alpha(12 - \alpha^2) = -2\alpha^3 + 24\alpha, \alpha \in (0, 2\sqrt{3})$ <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">$y = 12 - x^2$</p> </div> $S' = -6\alpha^2 + 24 \xrightarrow{S'=0} -6\alpha^2 + 24 = 0 \rightarrow -6\alpha^2 = -24 \rightarrow \alpha^2 = 4$ $\rightarrow \alpha = \pm 2$ <p style="text-align: center;">که چون $(0, 2\sqrt{3})$ ، $-2 \notin (0, 2\sqrt{3})$ ، پس تنها $\alpha = 2$ قابل قبول است. لذا:</p> <p>طول مستطیل $2\alpha = 4$</p> <p>عرض مستطیل $\beta = 12 - \alpha^2 = 12 - 4 = 8$</p>	۸
$y - x = 20 \rightarrow y = x + 20$ $P = xy \rightarrow P = x(x + 20) = x^2 + 20x$ $\rightarrow P' = 2x + 20 \xrightarrow{P'=0} 2x + 20 = 0 \rightarrow x = -10 \xrightarrow{y=x+20} y = -10 + 20 = 10$	۹
$f(x) = xy \rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x \rightarrow f'(x) = -2x + 7$	۱۰

$\frac{f'(x)=0}{\rightarrow -2x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2}}$ $y = 7 - x = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$	
$x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$ $\rightarrow s = x \times y \rightarrow s(x) = x(7 - x) = 7x - x^2$ $s'(x) = 7 - 2x \xrightarrow{s'=0} 7 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2} \xrightarrow{x+y=7} y = \frac{7}{2}$	۱۱
$P = xy \xrightarrow{y=10+x} P = x(10 + x) \rightarrow P = 10x + x^2$ $P'(x) = 10 + 2x \xrightarrow{P'(x)=0} 10 + 2x = 0 \rightarrow x = -5$ $y = 10 + x = 10 + (-5) = 5$	۱۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان