

تمرین:

۱- اگر بازه $(x-2, 3x-1)$ یک همسایگی محذوف عدد a باشد. حدود x را بیابید.

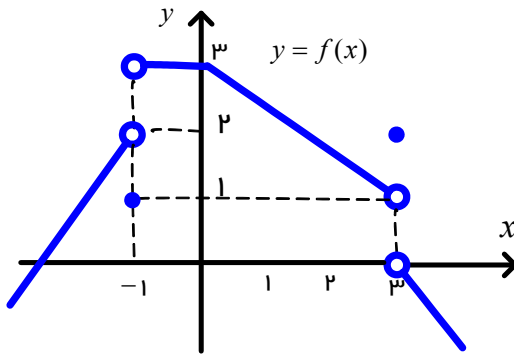
۲- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع را به دست آورید.

ب) دامنه تابع شامل همسایگی محذوف کدام نقطه است؟

ج) آیا تابع در همسایگی $0/9$ تعریف شده است؟ در همسایگی 1 - چطور؟ در همسایگی 1 چطور؟

۳- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ پاسخ دهید.



الف) $f(-1) =$

ب) $f(3) =$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ه) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$

و) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ز) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ح) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - 1)$

ک) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(f(x)))$

ط) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(f(x))$

ق) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

ث) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$

ن) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f([x])$

ش) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)]$

ف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)]$

خ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$

۵- فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5$ باشد. حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4g(x) - f(x) + x}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3f(x) - g(x)}{g(x) - 3} \right)$

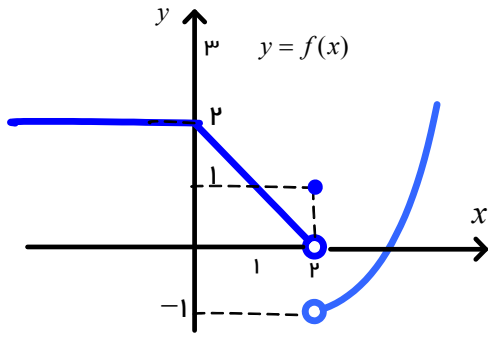
۶- اگر $f(2x - 3) = \frac{4x - 1}{2x + 5}$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ را حساب کنید.

۷- اگر $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ باشد. مقدار $f(2)$ و حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را حساب کنید.

۸- اگر $xf(x) + f(-x) = 2x - x^3$ باشد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ را به دست آورید.

۹- اگر تابع f در $x = 2$ حد داشته و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 1}{f(x) - 2} = 5$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 6}{\sqrt{f(x) + 1}}$ را حساب کنید.

۱۰- اگر $f(5 - 3x) = \begin{cases} x^2 + 3 & , x > 1 \\ 1 - x & , x < 1 \end{cases}$ باشد. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} f(2 - x^2)$ را حساب کنید.



۱۱- نمودار تابع $y = f(x)$ داده شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x))$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(f(x))$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x^2 - 2x + 3)$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} f(2 - x^2)$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in \mathbb{Z} \\ 2, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ را در فاصله $[-4, 4]$ رسم کرده و سپس حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x)$

۱۳- به ازای چه مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 3, & x > 1 \\ x^3 - 3x + 2a, & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ دارای حد است؟

۱۴- حاصل حدهای زیر را در صورت وجود دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x} - 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^3 - 3x + 2}$

د) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1) \left[\frac{1}{x+1} \right]$

ه) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 3x + 1}$

و) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{3x^2 - x - 1}$

ح) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2 + 3(x-2)}{x^2 - 4}$

ط) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x^2}{x+1} \right]$

ی) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$

ک) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3x-4}{x^2-2x} \right)$

ل) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{\sqrt[3]{x} - 1}$

م) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$

ق) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1}$

د) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x}$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + ax - b} = 2$ باشد. مقدار a و b را بیابید.

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b} - 2}{x^2 + 3x - 4} = \frac{3}{2}$ باشد. مقدار a و b را بیابید.

۱۷- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & , [x] > 2 \\ x & , [x] \leq 2 \end{cases}$ در R دارای حد باشد. مقدار a را بیابید.

۱۸- پیوستگی تابع $f(x) = (-1)^{[x]} \sin x \pi$ را در نقاط صحیح بررسی کنید.

۱۹- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-3} & , x < 3 \\ a \log_p^{(x+1)} & , x \geq 3 \end{cases}$ در $x = 3$ پیوسته است. مقدار $f(2)$ را بیابید.

۲۰- در تابع $f(x) = \frac{4x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ مقدار $f(1)$ را طوری تعریف کنید که تابع در $x = 1$ پیوسته باشد.

۲۱- تابع $y = [x^2]$ در چه نقاطی از بازه $(-1, 3)$ ناپیوسته است؟