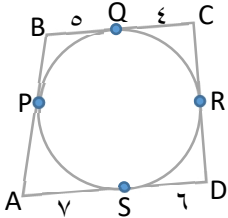
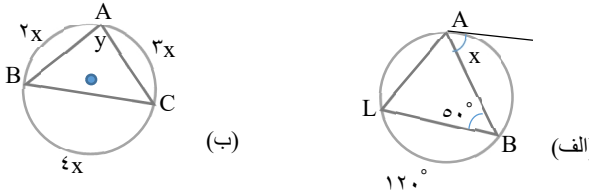
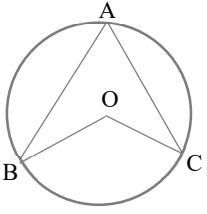
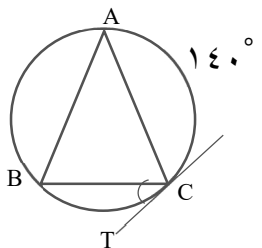
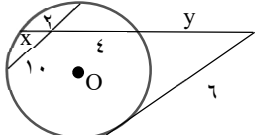


محل مهر دبیرستان

اداره کل آموزش و پرورش شهر ...
مدیریت آموزش و پرورش منطقه ...
دبیرستان

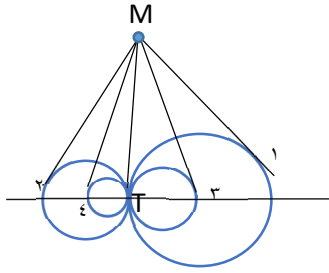
شماره صدلی:

نام و نام خانوادگی: پایه: رشته: نام دبیر: نام درس:
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۱/۳۰ مدت امتحان: دقیقه ساعت شروع: تعداد صفحه:

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>اگر P, Q, R, S نقطه‌های تماس ضلع‌های چهارضلعی $ABCD$ با دایره باشند، آنگاه محیط این چهار ضلعی را به دست آورید.</p> 	
۲	<p>اندازه x, y را در هر یک از شکل‌های زیر تعیین کنید.</p> 	
۳	<p>در دایره به مرکز O، اگر $\widehat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ و $\widehat{ABC} = (\alpha + 16)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه‌های AOC و محاطی ABC را تعیین کنید.</p> 	
۴	<p>در شکل روبه‌رو $A = A$ و C مماس بر دایره در نقطه C و $\widehat{AC} = 140^\circ$ است. اندازه زاویه BCT را بیابید.</p> 	
۵	<p>در شکل زیر مقدار x و y را به دست آورید.</p> 	

مطابق شکل مقابل تمام دایره‌ها در نقطه T بر هم مماس‌اند و از نقطه‌ی M روی مماس آنها بر دایره‌ها مماس رسم کرده‌ایم.

ثابت کنید: $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = \dots$

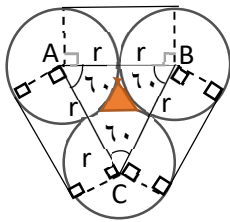


۶

طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزین آنها مساوی ۸ واحد است.

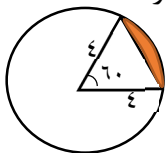
۷

سه دایره به شعاع‌های برابر r دو به دو بر هم مماس‌اند. مطابق شکل مقابل این سه دایره به وسیله نخ بسته شده‌اند. نشان دهید طول این نخ برابر $6r + 2\pi r$ ، همچنین نشان دهید مساحت ناحیه به سه دایره برابر $r^2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$ محدود است.



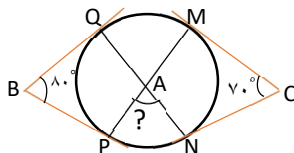
۸

مطابق شکل دایره به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید. یک قطعه دایره نام دارد.



۹

در شکل اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه A چند درجه است؟

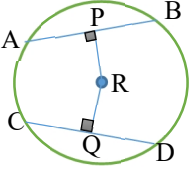
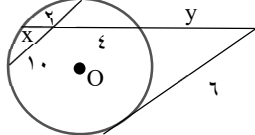


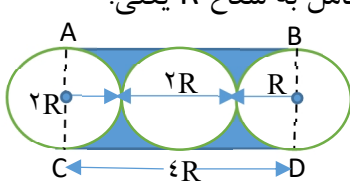
۱۰

سه دایره مساوی به شعاع R مطابق شکل به هم مماس‌اند و مراکز آنها روی یک خط راست، سطح رنگ شده چقدر است؟



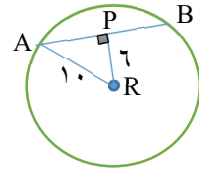
۱۱

	<p>دو دایره به شعاع‌های ۹ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر، مماس برون هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.</p>	۱۲
	<p>با توجه به شکل روبه‌رو: الف) اگر طول شعاع ۱۰ و $P = 6$، آنگاه طول A را به دست آورید. ب) اگر $R = \sqrt{2}$، $C = R$، آنگاه طول پاره‌خط‌های C، D، C را به دست آورید.</p>	۱۳
پاسخنامه تشریحی		
	<p>از هر یک از نقاط A، B، C، D دو مماس بر دایره رسم شده پس طول آنها برابر است. بنابراین:</p> $B = B = 5, C = C = 4, D = R = 6, A = A = 7$ <p>بنابراین محیط چهارضلعی از رابطه زیر به دست می‌آید:</p> $A + B + C + A = 12 + 9 + 10 + 13 = 44$	۱
	<p>الف)</p> $\hat{A} = x \rightarrow \widehat{AB} = 2x$ $\hat{B} = 50 \rightarrow \widehat{AL} = 100$ $2x + 120 + 100 = 360 \rightarrow 2x = 140 \rightarrow x = 70^\circ$ <p>ب)</p> $2x + 4x + 3x = 360 \rightarrow x = 40$ $\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \rightarrow y = \frac{4x}{2} = 2x = 80^\circ$	۲
	$A\hat{O}C = \widehat{AC} \rightarrow \widehat{AC} = 3\alpha + 12$ $A\hat{B}C = \frac{\widehat{AC}}{2} \rightarrow \widehat{AC} = 2 \times (\alpha + 16) = 2\alpha + 32$ $3\alpha + 12 = 2\alpha + 32 \rightarrow \alpha = 20$ $A\hat{O}C = 3 \times 20 + 12 = 72$ $A\hat{B}C = 20 + 16 = 36$	۳
	$A = A \rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} = 140 \rightarrow \widehat{BC} = 360 - (140 + 140) = 80$ $B\hat{C}T = \frac{\widehat{BC}}{2} = 40$ زاویه ظلی ۴۰	۴
	$4 \times x = 2 \times 10 \rightarrow x = 5 \rightarrow 6^2 = y(y + 9) \rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0$ $\rightarrow (y - 3)(y + 12) = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -12 \text{ ق ق غ} \end{cases}$ 	۵
	<p>می‌دانیم که مماس‌های رسم شده بر از نقطه M برابرند. داریم:</p> $M = M_3, M = M_4, M_2 = M, M_1 = M$ $\rightarrow M = M_1 = M_2 = M_3 = M_4$	۶

	$\begin{cases} \text{مماس مشترک داخلی} = \sqrt{15} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{64 - (R + R')^2} \\ \text{مماس مشترک داخلی} = 3\sqrt{7} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{64 - (R - R')^2} \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} (R + R')^2 = 7 \\ (R - R')^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 3 \end{cases}$	۷
	$2r \text{ متساوی الاضلاع به ضلع } 2r \text{ مثلث } \rightarrow S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\pi)^2 = \sqrt{3}r^2$ $(S') \text{ مساحت قسمت هاشور زده} = S_{\Delta} - 3 \times S_{\text{قطاع}} = \sqrt{3}r^2 - 3 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ $S' = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$ <p>طول هر مستطیل \rightarrow چهار ضلعی‌ها مستطیل هستند</p> <p>طول هر کمان $= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r = \frac{2\pi r}{3}$</p> $\text{طول نخ} = 3 \times 2r + 3 \times \frac{2\pi r}{3} = 6r + 2\pi = 2r(3 + \pi)$	۸
	$S' = 60^\circ \text{ قطاع } S - \text{مثلث } S = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 4^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = \frac{4}{3}\pi - 4\sqrt{3}$	۹
	$\hat{B} \text{ خارجی} = \frac{\widehat{QM} + \widehat{MN} + \widehat{PN} - \widehat{PQ}}{2} = 80^\circ$ $\hat{C} \text{ خارجی} = \frac{\widehat{QM} + \widehat{PQ} + \widehat{PN} - \widehat{MN}}{2} = 70^\circ$ $\hat{B} + \hat{C} = 150^\circ = \frac{2\widehat{QM} + 2\widehat{PN}}{2} \rightarrow \widehat{PN} + \widehat{MQ} = 300^\circ$ $\hat{A} = \frac{\widehat{MQ} + \widehat{PN}}{2} = \frac{300^\circ}{2} = 150^\circ$	۱۰
	<p>سطح رنگی برابر است با مساحت مستطیل ABCD منهای مساحت دو دایره کامل به شعاع R یعنی:</p>  $S_{\text{رنگی}} = (2R)(4R) - 2(\pi R^2) = 8R^2 - 2(\pi R^2) = 2R^2 - (4 - \pi)$	۱۱
	$T' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}$ $= \sqrt{4RR'} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$	۱۲

$$a) A^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow A = 8$$

$$A = 2A = 16$$



$$b) R = C = x$$

$$b) x^2 + x^2 = 2 \rightarrow 2x^2 = 2 \rightarrow x = 1$$

$$C = Q = 1 \rightarrow C = 2$$

