سؤالات موضوعی تستی

((هندسه ۲))

پایه یازدهم رشته ی ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

آخرین نسخه: دی ۹۹

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

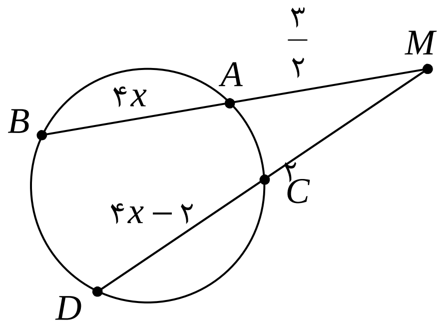
باسمه تعالی

نمونه سئوالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل۱ : دایره

***

۱ : در شکل مقابل اگر شعاع دایره برابر ۴ باشد. آنگاه کمترین فاصله‌ی نقطه‌ی M تا دایره کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

***

۲ : طول مماس مشترک خارجی دو دایره با شعاع های۱ و۴ برابر۴ می باشد. دورترین فاصله‌ی نقاط این دو دایره از یکدیگر کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۱ ۴) ۹

***

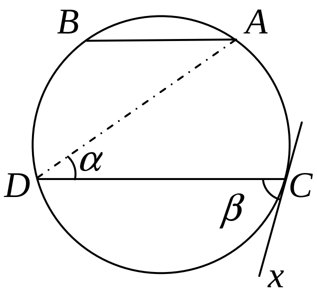
۳ : در دو دایره به شعاع های $R_۱$ و $R_۲$ و طول خط المرکزین d رابطه های $۴R_۱+۳R_۲=۴d$ و $۲R_۱+R_۲=\frac{۱۱}{۶}d$ برقرار است. وضعیت نسبی این دو دایره چگونه است؟

۱) مماس ۲) متداخل ۳) متقاطع ۴) متخارج

***

۴ : در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \| CD$ ، زاویه‌ی $\beta = ۲\alpha$ و CX مماس بر دایره است.

کمان BD چند درجه است؟ (کنکور ۹۸ ریاضی)



۱) ۵۰ ۲) ۶۰

۳) ۷۰ ۴) ۷۵

***

۵ : یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟ (کنکور۹۸ ریاضی)

۱) دو قطر عمود بر هم

۲) یکی از قاعده های ذوزنقه، برابر یکی از ساق ها

۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرها

۴) طول پاره خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه‌ی یکی از ساق ها

***

۶ : اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره به شعاع $۶\sqrt{۳}$ باشد. آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{۳}$ است.(کنکور ۹۸ ریاضی)

۱) ۷/۲ ۲) ۷/۵ ۲) ۸ ۴) ۹

***

۷ : عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه‌ی مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی .... قطع می کنند.

۱) دایره‌ی محاطی مثلث ۲) روی میانه‌ی وارد بر ضلع مقابل این زاویه

۳) روی ارتفاع وارد بر ضلع مقابل زاویه ۴) دایره‌ی محیطی مثلث

***

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

۸ : کدام چند ضلعی هم محاطی و هم محیطی است؟

۱) هر مستطیل ۲) هر چند ضلعی منتظم ۳) هر لوزی ۴) هر ذوزنقه

***

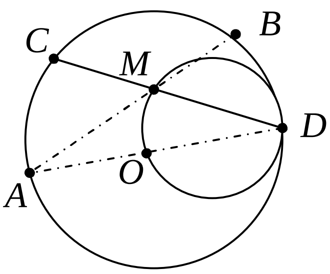
۹ : یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین با قاعده هایی به اندازه‌ی ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره ای محیط شده است. فاصله-ی نزدیکترین نقاط دایره ، تا یک رأس قاعده‌ی کوچک ذوزنقه ، کدام است؟ (کنکور ۹۹ ریاضی)

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

***

۱۰ : در شکل زیر، دو دایره به شعاع های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و طول کمان AC برابر $\frac{۴\pi}{۳}$ است. حاصل $MA \times MB$، کدام است؟

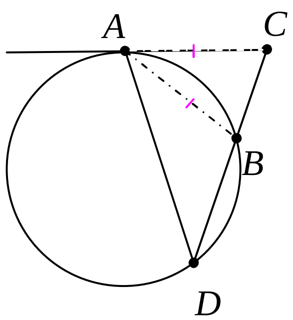
(O مرکز دایره‌ی بزرگ) (کنکور ۹۹ ریاضی)



۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۱۲

***

۱۱ : در شکل زیر، اندازه‌ی قطعه مماس AC برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟(کنکور ۹۹ ریاضی)



۱) $BC = BA$

۲) $BD = AC$

۳) $BC = BD$

۴) $DA = DC$

***

تهیه کننده : جابرعامری

www.Nomreyar.com - وبسایت آموزشی نمره یار

باسمه تعالی

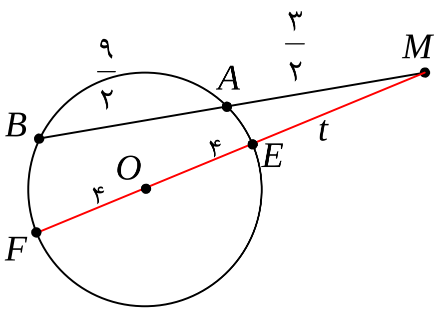
پاسخ نمونه سؤالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل۱ : دایره

***

۱ : ابتدا مقدار x را تعیین می کنیم.

$$MA\times MB = MC\times MD \to \frac{۳}{۲}(\frac{۳}{۲}+۴x)=۲(۲+۴x-۲)\to x=\frac{۹}{۸}$$



واضح است اگر از مرکز دایره تا نقطه‌ی M پاره خطی رسم کنیم. نقطه‌ی تقاطع این پاره خط با دایره (نقطه‌ی E) کمترین فاصله تا نقطه‌ی M را دارد.

اکنون طول این پاره خط را به صورت زیر به دست می آوریم.

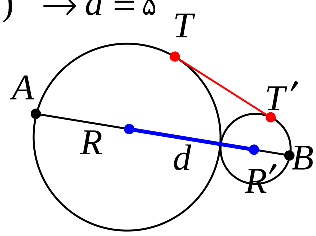
$$ME\times MF = MA\times MB \to t(t+۸)=\frac{۳}{۲}(\frac{۳}{۲}+\frac{۹}{۲})\to t(t+۸)=۹\to t=۱$$

***

۲ : گزینه‌ی ۱

$$TT'=\sqrt{d^{۲}-(R-R')^{۲}}\xrightarrow{TT'=۴}۴=\sqrt{d^{۲}-(۴-۱)^{۲}}\to d=۵$$

$$AB=d+R+R'=۵+۴+۱=۱۰$$



***

۳:

$$\begin{cases}4R_1+3R_2=4d\\ 2R_1+R_2=\frac{11}{6}d\end{cases}\xrightarrow[\times(-2)]{}\begin{cases}4R_1+3R_2=4d\\ -4R_1-2R_2=-\frac{11}{3}d\end{cases}\rightarrow R_2=\frac{1}{3}d$$

$$4R_1+3R_2=4d\xrightarrow{R_2=\frac{1}{3}d}4R_1+3(\frac{1}{3}d)=4d\rightarrow 4R_1+d=4d\rightarrow R_1=\frac{3}{4}d$$

$$R_1+R_2=\frac{3}{4}d+\frac{1}{3}d=\frac{13}{12}d$$

$$R_1-R_2=\frac{3}{4}d-\frac{1}{3}d=\frac{5}{12}d$$

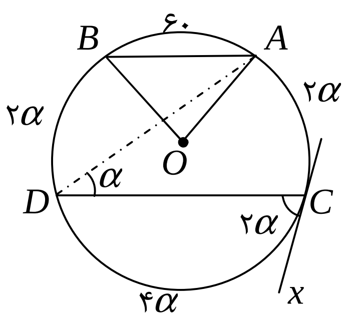
واضح است که

$$\frac{5}{12}<\frac{12}{12}<\frac{13}{12}\xrightarrow{\times d}\frac{5}{12}d<\frac{12}{12}d<\frac{13}{12}d\rightarrow R_1-R_2<d<R_1+R_2$$

پس دو دایره متقاطع هستند.

***

۴: گزینه‌ی ۴



اگر دو سر پاره خط AB را به مرکز دایره وصل کنیم، مثلث حاصل متساوی الاضلاع می شود. بنابراین کمان AB برابر ۶۰ درجه است. از طرفی کمان AC مقابل به زاویه‌ی محاطی D بوده و اندازه‌ی آن برابر 2α است. از موازی بودن AB و CD نتیجه می گیریم که کمان BD نیز برابر 2α است. طبق فرض، زاویه‌ی ظلّی C برابر 2α و کمان مقابل به آن 4α است. بنابراین :

$$4\alpha+2\alpha+60+2\alpha=360\rightarrow 8\alpha=300\xrightarrow{\div 4}2\alpha=75\rightarrow \overset{\frown}{AB}=75^\circ$$

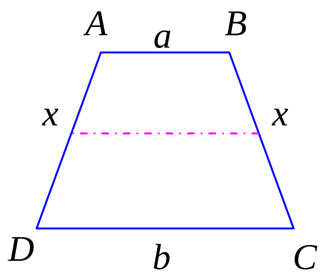
***

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

۵: می دانیم که شرط محیطی بودن چهارضلعی $ABCD$ این است که مجموع دو ضلع مقابل با هم برابر باشند. یعنی $AB+CD=AD+BC$

اندازه‌ی قاعده های ذوزنقه‌ی متساوی الساقین $ABCD$ را با a و b و طول ساق ها را با x نمایش دهیم،

طول پاره خط واصل وسط دو ساق برابر است با $\frac{a+b}{۲}$ و اگر این پاره خط با یک ساق هم اندازه باشد، داریم:



$$\frac{a+b}{۲}=x \to a+b=۲x \to AB+CD=AD+BC$$

***

۶: گزینه‌ی ۳

اگر یک nضلعی منتظم در یک دایره محاط و یک n ضلعی منتظم بر آن دایره محیط شوند. نسبت تشابه آنها برابر با $\cos\frac{\pi}{n}$ و نسبت مساحت های آنها برابر $\cos^۲\frac{\pi}{n}$ است. بنابراین:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=\cos^۲\frac{\pi}{n} \to \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=\cos^۲\frac{\pi}{۶}$$

$$\to \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ \to \frac{۶\sqrt{۳}}{S_۲}=\frac{۳}{۴} \to S_۲=۸\sqrt{۳}$$

***

۷: دایره‌ی محیطی مثلث

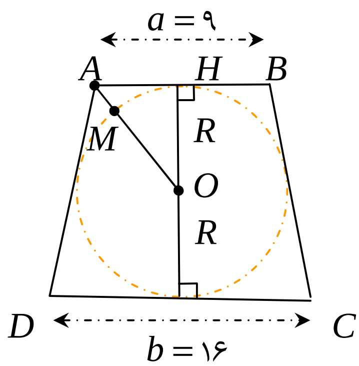
***

۸: هر چند ضلعی منتظم

***

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

۹: با توجه به اینکه مساحت ذوزنقه، برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی دو قاعده، پس داریم :



$$S=\frac{a+b}{۲}\times\sqrt{ab}=\frac{۹+۱۶}{۲}\times\sqrt{۹\times۱۶}=۱۵۰$$

از طرفی می دانیم :

$$S=\frac{a+b}{۲}\times h=\frac{۹+۱۶}{۲}\times h\xrightarrow{h=۲R}۱۵۰=\frac{۲۵}{۲}\times ۲R\to R=۶$$

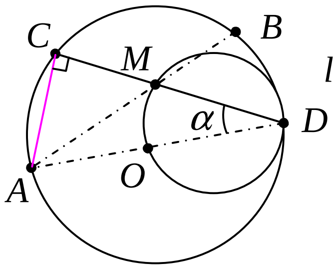
اکنون در مثلث قائم الزاویه‌ی OAH ، طبق قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$OA^{۲}=AH^{۲}+OH^{۲}=(\frac{۹}{۲})^{۲}+(۶)^{۲}=\frac{۸۱}{۴}+۳۶=\frac{۲۲۵}{۴}\to OA=\frac{۱۵}{۲}=۷/۵$$

$$AM=OA-OM\xrightarrow{OM=R}AM=۷/۵-۶=۱/۵$$

***

۱۰: ابتدا اندازه‌ی کمان AC را بدست می آوریم.



$$l=R\theta\to\frac{۴\pi}{۳}=۴\theta\to\theta=\frac{\pi}{۳}=۶۰^\circ$$

$$\to\alpha=۳۰^\circ$$

با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث CAD $(\angle C=۹۰^\circ)$ محاطی روبرو به قطر) داریم:

$$AC=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۱}{۲}(۸)=۴$$

$$CD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۸)=۴\sqrt{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

از طرفی اگر از نقطه‌ی O، مرکز دایره‌ی بزرگ را به نقطه‌ی M وصل کنیم، آنگاه مثلث OMD در رأس M قائمه است.(چرا؟). پس OM همان قطر عمود بر وتر CD است. در نتیجه آن را نصف می کند. پس :

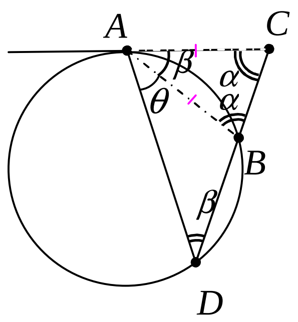
$$CM = MD = ۲\sqrt{۳}$$

اکنون طبق قضیه‌ی وتر های متقاطع درون دایره‌ی بزرگ ، داریم:

$$MA \times MB = MC \times MD = (۲\sqrt{۳})(۲\sqrt{۳}) = ۱۲$$

***

۱۱ : در مثلث ABC، چون $AB = AC$ است،



پس $\angle C = \angle(ABC) = \alpha$. از طرفی زاویه‌ی BAC یک زاویه‌ی ظلی مقابل کمان AB و زاویه‌ی D زاویه‌ی محاطی روبرو به همان کمان است.

پس : $\angle D = \angle BAC = \beta$

حال در مثلث BAD با توجه به زاویه‌ی خارجی α ، داریم:

$$\alpha = \beta + \theta \to \angle A = \angle C \to DA = DC$$

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

دی ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

باسمه تعالی

نمونه سئوالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل ۲ : تبدیل های هندسی و کاربرد ها

***

۱ : نقطه‌ی A در صفحه‌ی دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی الاضلاع به رأس A ، که دو رأس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشند. کدام تبدیل هندسی به کار می رود؟ (کنکور ۱۳۹۸ ریاضی)

۱) انتقال ۲) بازتاب ۳) تجانس ۴) دوران

***

۲ : ترکیب دو بازتاب محوری، با محور های موازی، یک .... است.

۱) دوران ۲) بازتاب مرکزی ۳) انتقال ۴) تجانس

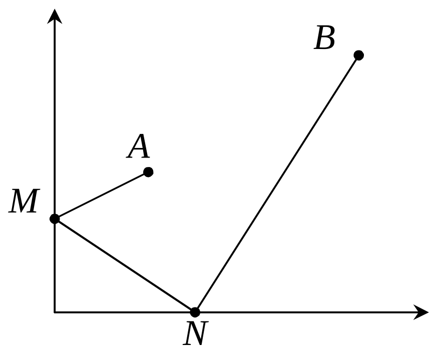
***

۳ : کدام تبدیل ، طولپا نیست؟

۱) انتقال ۲) تجانس ۳) بازتاب ۴ : دوران

***

۴ : نقاط $A(۳,۵)$ و $B(۹,۱۱)$ در صفحه‌ی محور های مختصات مفروض اند. دو نقطه‌ی M و N همواره روی دو محور می لغزند، کمترین اندازه‌ی خط شکسته‌ی $AMNB$ ، کدام است؟ (کنکور ۹۸ ریاضی)



۱) ۱۸ ۲) ۱۹

۳) ۲۰ ۴) ۲۱

***

۵ : چهار نقطه‌ی $A(۱,۱۰)$ و $B(۹,-۹)$ و $M(a,۴)$ و $N(a,۰)$ را در صفحه‌ی مختصات، در نظر بگیرید.

کمترین اندازه‌ی خط شکسته‌ی $AMNB$ ، کدام است؟ (کنکور ۹۹ ریاضی)

۱) ۲۱   ۲) ۲۰   ۳) ۱۹   ۴) ۱۸

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

دی ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

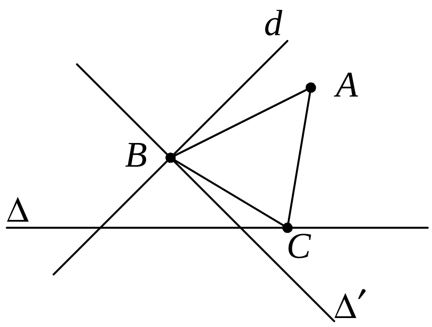
باسمه تعالی

پاسخ نمونه سئوالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل۲ : تبدیل های هندسی و کاربرد ها

***

۱ : گزینه‌ی ۴ : دوران یافته‌ی خط Δ حول نقطه‌ی A و با زاویه‌ی ۶۰ درجه را رسمی می کنیم و آن را Δ' می نامیم. نقطه‌ی تقاطع Δ' و d را B می نامیم را حول نقطه‌ی A به اندازه‌ی ۶۰ درجه و در خلاف جهت قبلی دوران می دهیم تا به نقطه‌ی C برسیم. نقطه‌ی C روی خط Δ قرار دارد، زیرا تمام نقاط خط Δ' دوران یافته‌ی نقاط خط Δ هستند. حال چون دوران یک تبدیل ایزومتری است، پس $AB=AC$ و مثلث ABC متساوی الاضلاع است.



***

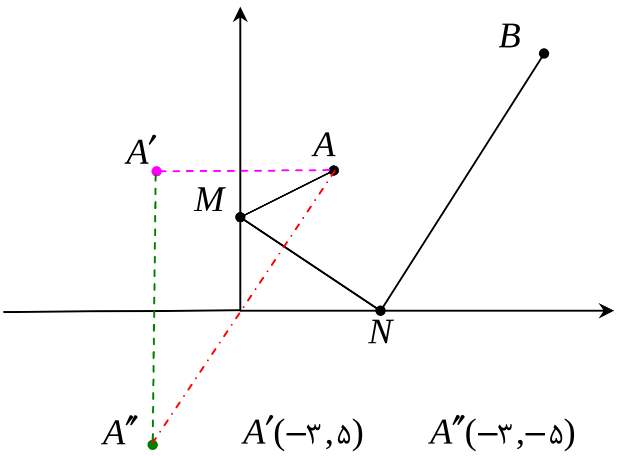
۲ : انتقال

***

۳ : تجانس

***

۴ : بازتاب نقطه‌ی A نسبت به محور عرض ها بدست می آوریم و آن را A' می نامیم. سپس باز تاب نقطه‌ی A' را نسبت به محور طول ها بدست آوریم.

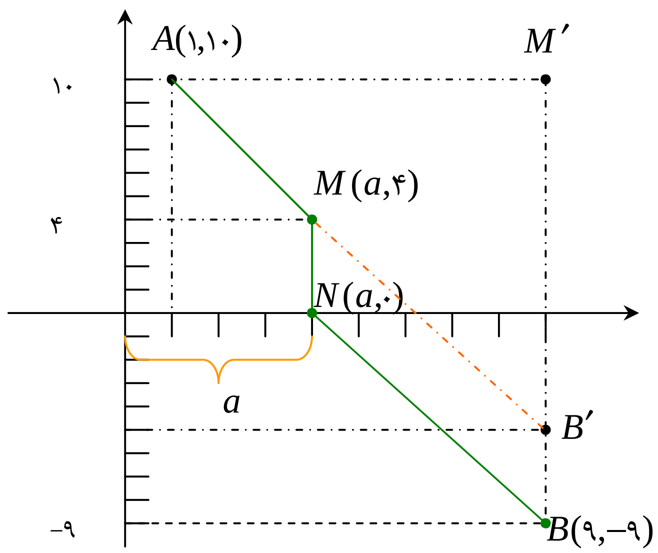


$A'(-۳,۵)$ $\quad$ $A''(-۳,-۵)$

$$A''B=\sqrt{(۹-(-۳))^{۲}+(۱۱-(-۵))^{۲}}=\sqrt{۱۴۴+۲۵۶}=\sqrt{۴۰۰}=۲۰$$

۵ : مطابق شکل زیر، مسیر $AMNB$ مورد نظر است.کافی است نقطه‌ی B را به اندازه‌ی ۴ واحد به بالا انتقال دهیم. اکنون در مثلث قائم الزاویه‌ی $AM'B'$ ، طبق قضیه‌ی فیثاغورس $AB'=۱۷$ به دست می آید. پس در متوازی الاضلاع $MNBB'$ ، $NB=NB'$. یعنی:

$$AMNB = AM + MN + \underbrace{NB}_{MB'} = \underbrace{AM + MB'}_{۱۷} + \underbrace{MN}_{۴} = ۲۱$$



***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

دی ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

باسمه تعالی

نمونه سئوالات چهارگزینه ای هندسه ۲

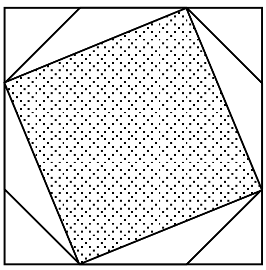
فصل ۳ : روابط طولی در مثلث

***

۱ : مساحت مثلثی با طول اضلاع ۸ و ۶ و ۴ واحد، کدام است؟ (کنکور ۹۷ تجربی)

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۱۵}$ ۳) $۶\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۱۵}$

***

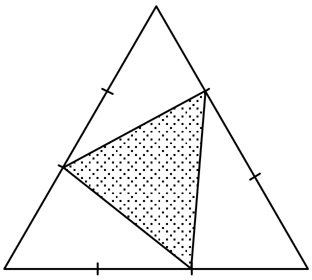


۲ : در شکل مقابل اندازه های طول اضلاع هشت ضلعی منتظم ۲ واحد است. مساحت مربع کوچک چند واحد مربع است؟ (کنکور ریاضی ۱۳۸۷)

۱) $۴(۱+\sqrt{۲})$ ۲) $۴(۲+\sqrt{۲})$

۳) $۸(۱+\sqrt{۲})$ ۴) $۸(۲+\sqrt{۲})$

***



۲ : هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت های ۱ و ۲ تقسیم شده اند. مساحت مثلث سایه زده ، چند برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است. (کنکور ۱۳۸۸ ریاضی)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

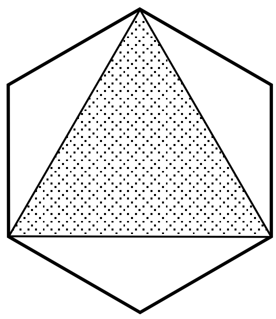
***

۵ : مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\sqrt{۶}$ واحد را به سه مثلث همنهشت تقسیم کرده ایم. اندازه‌ی ضلع نـابزرگتر از یک مثلث همنهشت چقدر است؟ (کنکور ۱۳۸۶ ریاضی)

۱) ۱ ‏ ‏ ‏ ۲) $\sqrt{۲}$ ‏ ‏ ‏ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ‏ ‏ ‏ ۴) $\sqrt{۳}$

***

۶ : اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم مقابل ۴ واحد باشد. مـساحت مثلـث سایه زده چند واحد مربع است ؟(کنکور ۱۳۸۱ ریاضی)



۱) $۱۲\sqrt{۳}$ ‏ ‏ ‏ ۲) $۱۶\sqrt{۲}$ ‏ ‏ ‏ ۳) $۱۶\sqrt{۳}$

۴) $۱۸\sqrt{۲}$

***

۷ : قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم ، ضلع یک شش ضلعی منتظم جدید است. مساحت شش ضلعی جدیـد چند برابر مساحت شش ضلعی اولیه است ؟ (کنکور ۱۳۹۱ ریاضی)

۱) $\sqrt{۳}$ ‏ ‏ ‏ ۲) ۲ ‏ ‏ ‏ ۳) ۳ ‏ ‏ ‏ ۴) ۴

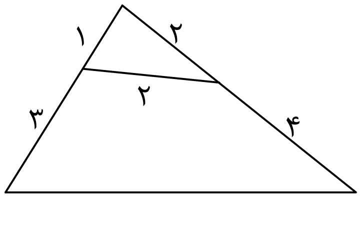
***

۸ : در مثلث ABC، $۳AC=\sqrt{۲}AB$ می باشد. اگر $\angle C=۴۵^\circ$ باشد. مقدار $\sin B$ کدام است؟

الف) $\frac{۱}{۲}$ ‏ ‏ ‏ ب) $\frac{۲}{۳}$ ‏ ‏ ‏ ج) $\frac{۱}{۳}$ ‏ ‏ ‏ د) $\frac{۱}{۶}$

***

۹ : در شکل روبرو ، اندازه‌ی ضلع بزرگتر چهارضعلی کدام است؟ (کنکور ۹۸ ریاضی)

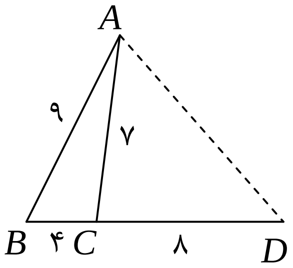


۱) $۲\sqrt{۱۰}$ ‏ ‏ ‏ ۲) $۲\sqrt{۱۱}$

۳) $۴\sqrt{۳}$ ‏ ‏ ‏ ۴) $۵\sqrt{۲}$

***

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com



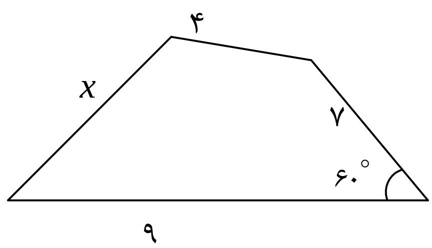
۱۰ : در شکل روبرو، اندازه‌ی پاره خط AD ، کدام است؟ (کنکور ۹۹ ریاضی)

۱) ۹   ۲) $3\sqrt{10}$

۳) ۱۰   ۴) $6\sqrt{3}$

***

۱۱ : چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. مقدار $x+2$ کدام است؟ (کنکور ۹۹ ریاضی)



۱) $\sqrt{51}$

۲) $\sqrt{55}$

۳) $\sqrt{57}$

۴) $\sqrt{59}$

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

دی ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

باسمه تعالی

پاسخ نمونه سؤالات چهارگزینه ای هندسه ۲

فصل ۳ : روابط طولی در مثلث

***

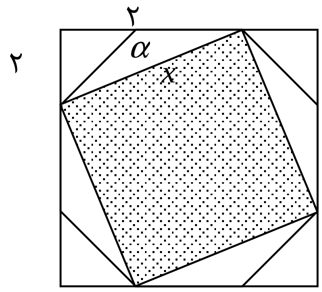
۱:

$$p=\frac{۴+۶+۸}{۲}=\frac{۱۸}{۲}=۹$$

$$S=\sqrt{۹(۹-۴)(۹-۶)(۹-۸)}=۳\times\sqrt{۵}\times\sqrt{۳}\times۱=۳\sqrt{۱۵}$$

***

۲: طبق قضیه‌ی کسینوس ها



$$\alpha=\frac{(n-۲)\times۱۸۰}{n}=\frac{(۸-۲)\times۱۸۰}{۸}=۱۳۵^\circ$$

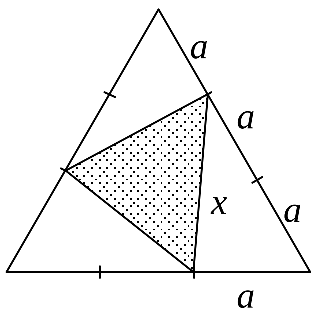
$$x^۲=۴+۴-۲(۲)(۲)\cos۱۳۵$$

$$\rightarrow x^۲=۸+۴\sqrt{۲}$$

توجه : $\cos۱۳۵=\cos(\pi-۴۵)=-\cos۴۵=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

***

۲: مثلث های کناری به حالت (ض ز ض) همنهشت هستند. لذا مثلث سایه زده متساوی الاضلاع است.



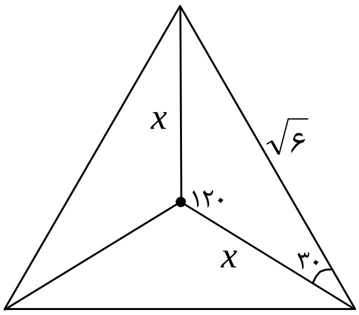
$$x^۲=(۲a)^۲+(a)^۲-۲(۲a)(a)\cos(۶۰)$$

$$\rightarrow x^۲=۴a^۲+a^۲-۴a^۲(\frac{۱}{۲})=۳a^۲$$

$$\frac{S'}{S}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}x^{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۳a)^{۲}}=\frac{x^{۲}}{۹a^{۲}}=\frac{۳a^{۲}}{۹a^{۲}}=\frac{۱}{۳}$$

***

۵ : تقسیم این مثلث لزوماً به شکل زیر باید باشد.



روش اول : قضیه‌ی کسینوس ها

$$(\sqrt{۶})^{۲}=x^{۲}+x^{۲}-۲(x)(x)\cos(۱۲۰)\rightarrow ۶=۳x^{۲}\rightarrow x=\sqrt{۲}$$

روش دوم : قضیه‌ی سینوس ها

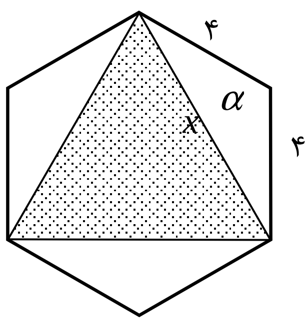
$$\frac{x}{\sin ۳۰}=\frac{\sqrt{۶}}{\sin ۱۲۰}\rightarrow \frac{x}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\rightarrow \frac{۲x}{۱}=\frac{۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}}\rightarrow x=\sqrt{۲}$$

روش سوم : ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع ، میانه است و محل تلاقی میانه ها به نسبت $\frac{۲}{۳}$ از رأس می باشد.

$$x=\frac{۲}{۳}h=\frac{۲}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}a=\frac{۲}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}(\sqrt{۶})=\sqrt{۲}$$

***

۶ : حل : مثلث سایه زده متساوی الاضلاع است.



$$\alpha=\frac{(۶+۲)(۱۸۰)}{۶}=۱۲۰^{\circ}$$

$$\cos(۱۲۰)=\cos(\pi-۶۰)=-\cos ۶۰=-\frac{۱}{۲}$$

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com

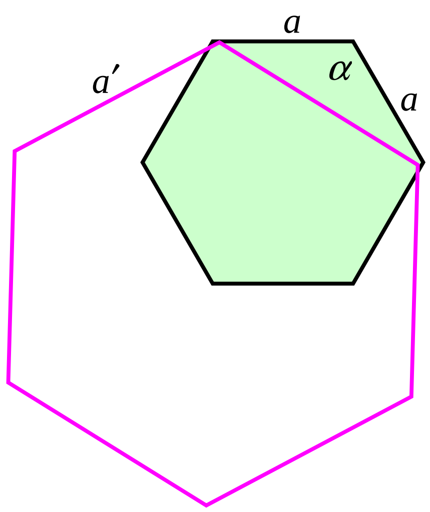
$$x^2 = 4^2 + 4^2 - 2(4)(4)\cos(120) = 16 + 16 - 32(-\frac{1}{2}) = 16 + 16 + 16$$

$$\rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{(\sqrt{3})(4\sqrt{3})^2}{4} = 4 \times 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

***

۷ : حل :



$$\alpha = \frac{(6+2)(180)}{6} = 120^\circ$$

$$\cos(120) = \cos(\pi - 60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$a'^2 = a^2 + a^2 - 2(a)(a)\cos(120) = a^2 + a^2 - 2a^2(-\frac{1}{2}) = 3a^2$$

***

۸ : بنابر قضیه‌ی سینوس ها می توان نوشت.

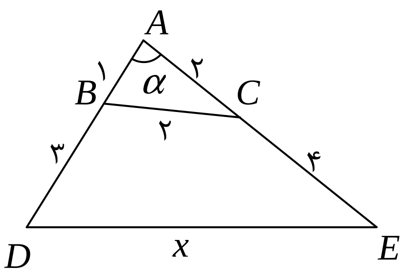
$$3AC = \sqrt{2}AB \rightarrow AC = \frac{\sqrt{2}}{3}AB$$

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \rightarrow \frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}AB}{\sin B} \rightarrow \frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}AB}{\sin B} \rightarrow \frac{2AB}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}AB}{3\sin B}$$

$$\rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sin B} \rightarrow \sin B = \frac{1}{3}$$

***

www.Nomreyar.com - وبسایت آموزشی نمره یار



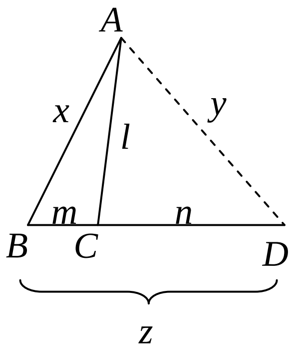
۹: قضیه‌ی کسینوس ها را در دو مثلث ABC و ADE

$$\Delta(ABC):(۲)^{۲}=(۱)^{۲}+(۲)^{۲}-۲(۱)(۲)\cos\alpha \to \cos\alpha=\frac{۱}{۴}$$

$$\Delta(ADE):(x)^{۲}=(۴)^{۲}+(۶)^{۲}-۲(۴)(۶)\cos\alpha \xrightarrow{\cos\alpha=\frac{۱}{۴}} x^{۲}=۴۰$$

$$\to x=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$$

***



۱۰: طبق قضیه‌ی استوارت در مثلث ABD داریم : $my^{۲}+nx^{۲}=mnz+zl^{۲}$

و با جایگزین کردن مقادیر می توان نوشت:

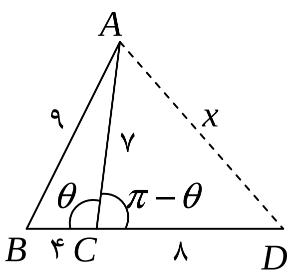
$$۴y^{۲}+۸(۹)^{۲}=(۴)(۸)(۱۲)+(۱۲)(۷)^{۲}$$

$$\xrightarrow{\div ۴} y^{۲}+۱۶۲=۹۶+۱۴۷ \to y^{۲}=۸۱ \to y=۹$$

روش دوم : طبق قضیه‌ی کسینوس ها در مثلث ABC داریم :

$$(۹)^{۲}=(۴)^{۲}+(۷)^{۲}-۲(۴)(۷)\cos\theta$$

$$\to \cos\theta=-\frac{۲}{۷} \to \cos(\pi-\theta)=\frac{۲}{۷}$$



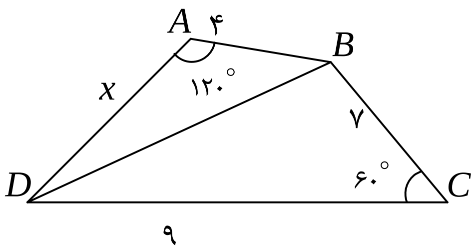
اکنون قضیه‌ی کسینوس ها را می توان در مثلث ACD می نویسیم :

$$x^{۲}=(۷)^{۲}+(۸)^{۲}-۲(۷)(۸)\cos(\pi-\theta)$$

$$\to x^{۲}=(۷)^{۲}+(۸)^{۲}-۲(۷)(۸)(\frac{۲}{۷}) \to x^{۲}=۸۱ \to x=۹$$

***

www.Nomreyar.com - وبسایت آموزشی نمره یار



۱۱ : با توجه به محاطی بودن چهارضلعی $ABCD$ ، در می یابیم که $\angle A=۱۲۰$ اکنون با رسم قطر BD، مطابق با قضیه‌ی کسینوس ها در دو مثلث BDC و ADB داریم:

$$\Delta(BDC): BD^۲=۷^۲+۹^۲-۲(۷)(۹)\cos(۶۰)$$

$$\to BD^۲=۴۹+۸۱-۶۳=۶۷$$

$$\Delta(ADB): BD^۲=x^۲+۴^۲-۲(x)(۴)\cos(۱۲۰)$$

$$\xrightarrow{BD^۲=۶۷} ۶۷=x^۲+۱۶-۲(x)(۴)(-\frac{۱}{۲}) \to ۶۷=x^۲+۱۶+۴x$$

$$\to x^۲+۴x-۵۱=۰ \to x=-۲\pm\sqrt{۵۵} \xrightarrow{x>۰} x=-۲+\sqrt{۵۵}$$

***

تهیه کننده : جابرعامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

دی ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار - www.Nomreyar.com