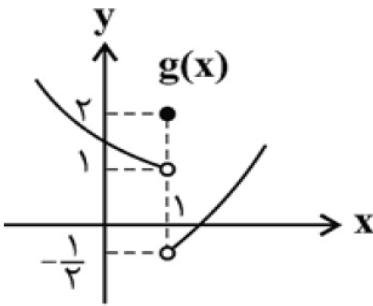


سوالات حد

هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + 1) = 5$ باشد، باتوجه به نمودار تابع g حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(f^3 - 2g)(x)}}{(f \cdot g)(x) + 3}$ کدام است؟



(۱) ۰/۵

(۲) ۱/۵

(۳) -۲

(۴) ۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 10}$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x + 8}}{x + 2}$ برابر با کدام است؟

(۲) $2\frac{1}{3}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۴) $2\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

مجموع حد چپ و راست تابع $y = [2x] + [-x]$ وقتی $x \rightarrow \frac{1}{4}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است)

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) -۲

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{([x])^2 + [x]}{x + 1}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

(۲) صفر

(۱) حد وجود ندارد.

(۴) -۱

(۳) ۱

حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{3}{\cos x}]$ و $\lim_{x \rightarrow 0} [3 \sin x]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([]، [] نماد جزء صحیح است)

(۲) ۲ و صفر

(۱) ۳ و صفر

(۴) هیچ کدام حد ندارند.

(۳) ۳ و حد ندارد.

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x}$ کدام است؟ ([]، [] نماد جزء صحیح است)

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۴) حد وجود ندارد.

(۳) -۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^3(\pi - x)}$ کدام است؟

(۲) $-\frac{1}{2}$

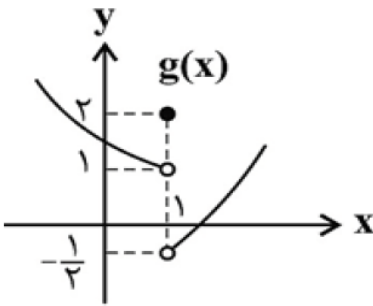
(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

سوالات حد

هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + 1) = 5$ باشد، باتوجه به نمودار تابع g حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(f^3 - 2g)(x)}}{(f.g)(x) + 3}$ کدام است؟



۰/۵ (۱)

۱/۵ (۲)

-۲ (۳)

۲ (۴)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2f(x) + 1 = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} 2f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$\text{باتوجه به نمودار} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \frac{-1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{(f^3 - 2g)(x)}}{(f.g)(x) + 3} = \frac{\sqrt{(\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x))^3 - 2(\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x))}}{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) + 3}$$

$$= \frac{\sqrt{(2)^3 - 2(\frac{-1}{2})}}{2(\frac{-1}{2}) + 3} = \frac{\sqrt{8 + 1}}{-1 + 3} = \frac{3}{2} = 1/5$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 10}$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2 + 3x - 6}{3x^2 - x - 10} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2(x-2) + 3(x-2)}{(x-2)(3x+5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x^2 + 3)(x-2)}{(x-2)(3x+5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3}{3x+5} = \frac{11}{11} = 1 \end{aligned}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$ برابر با کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$
 (۲) $-\frac{2}{3}$
 (۳) $-\frac{2}{2}$
 (۴) $-\frac{3}{2}$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$ (حد ابهام $\frac{0}{0}$ دارد)

صورت و مخرج را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{(x+2)(x + \sqrt{2x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+4)(x-2)}{(x+2)(x + \sqrt{2x+8})} = \frac{-6}{-2-2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

مجموع حد چپ و راست تابع $y = [2x] + [-x]$ وقتی $x \rightarrow \frac{1}{2}$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است)

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) -۲

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} ([2x] + [-x]) = [1^+] + \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^- \right] = +1 + (-1) = 0$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} ([2x] + [-x]) = [1^-] + \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^+ \right] = 0 + (-1) = -1$$

$$\text{مجموع حد چپ و راست} = 0 + (-1) = -1$$

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{([x])^2 + [x]}{x+1}$ کدام است؟ $([])$ نماد جزء صحیح است)

(۲) صفر

(۱) حد وجود ندارد.

(۴) -۱

(۳) ۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{([x])^2 + [x]}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]([x]+1)}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]([x]+1)}{x+1} = \frac{0 \times 1}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]([x]+1)}{x+1} = \frac{-1 \times (-1+1)}{1} = \frac{-1 \times 0}{1} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{([x])^2 + [x]}{x+1} = 0$$

حاصل حدهای $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos x} \right]$ و $\lim_{x \rightarrow 0} [3 \sin x]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۳ و صفر
 (۲) ۲ و صفر
 (۳) ۳ و حد ندارد.
 (۴) هیچ کدام حد ندارند.

در همسایگی $x = 0$ ، $\cos x \leq 1$ است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos x} \right] = \left[\frac{3}{1^-} \right] = [3^+] = 3$$

از طرفی در همسایگی راست $x = 0$ ، $\sin x > 0$ و در همسایگی چپ آن، $\sin x < 0$ است و داریم:

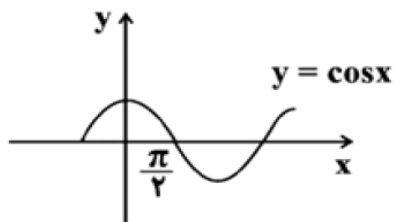
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} [3 \sin x] = [0^+] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} [3 \sin x] = [0^-] = -1 \end{cases}$$

یعنی $[3 \sin x]$ در $x = 0$ حد ندارد.

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

- (۱) $-\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) -1
 (۴) حد وجود ندارد.

باتوجه به شکل وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$ میل می کند، مقادیر تابع $y = \cos x$ از مقادیر کمتر از صفر به عدد صفر نزدیک می شود.



$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x + [\cos x]}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x + [0^-]}{\cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x - 1}{1 - \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x - 1}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{-1}{1 + \sin x} = \frac{-1}{1 + 1} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^3(\pi - x)}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$
$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$
$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

با استفاده از اتحاد $\cos(\pi - x) = -\cos x$ حد را به صورت زیر می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^3 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos^3 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)} = \frac{1 + 1}{1 + 1 + 1} = \frac{2}{3}$$