علیرضا فیضیان

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: جمعبندی تشریحی توابع نمایی و لگاریتمی یازدهم تجربی

۱ نمودارهای دو تابع $f(x)=2^{ax+b}$ و $g(x)=(\frac{1}{4})^x$ در نقطه‌ای به طول $x=-1$ متقاطع هستند، اگر $f(2)=\frac{1}{8}$ باشد، ضابطه‌ی $f(x)$ را بیابید.

۲ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_2^x+\log_x^2=\frac{17}{4}$ ب) $25^{\log x}=5+4\times 5^{\log x}$

۳ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_2^x\times\log_4^x\times\log_8^x\times\log_{16}^x=\frac{2}{3}$

ب) $\frac{1}{1-4\log x}+\frac{4}{2+\log x}=3$

۴ نامعادله‌ی زیر را حل کنید.

$\log_3(\frac{x+1}{x-1})\geq -1$

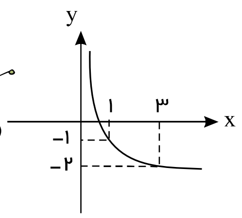
۵ دستگاه مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases}(\sqrt{3})^{x-1}=9^{y+1}\\ \log(x+1)-\log y=1\end{cases}$$

۶ اگر $f(x)=1-3^{-x}$ باشد، دامنه‌ی تابع‌های زیر را بیابید.

الف) $y=\sqrt{f(x)}$ ب) $y=\sqrt{xf(x)}$

۷ اگر نمودار تابع $y=a+\log_b^x$ بصورت مقابل باشد، ضابطه‌ی تابع را بیابید.



۸ دامنه‌ی توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x)=\log_4(\frac{2-x}{x^2-16})$ ب) $f(x)=\log_{(x-2)}(100-x^2)$

۹ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$A=\log_{\sqrt[4]{125}}25\sqrt{5}-\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{27}$

۱۰ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log(x^2+3x-4)=\log(5x-1)$

ب) $\log_2(x+3)+2\log_2^3=\log_2(x+4)+\log_2^8$

۱۱ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_{16}^x+\log_4^x+\log_2^x=7$ ب) $\log_4(\log_3(\log_2 x))=0$

۱۲ معادله‌ی زیر را حل کنید.

$9^x-7\times 3^x=18$

۱۳ دامنه‌ی تابع زیر را بیابید.

$f(x)=\sqrt{\log(\frac{5x-x^2}{4})}$

۱۴ اگر $\log_{16} 2\sqrt{2} = x$ باشد، حاصل $\log_{8} (x - \frac{1}{8})$ را بیابید.

۱۵ مقدار انرژی آزاد شده در یک زلزله‌ی ۷٫۲ ریشتری چند ارگ است؟

۱۶ اگر $4a^2 + 9b^2 = 13ab$، ثابت کنید:

$$\log(\frac{2a+3b}{5}) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$$

۱۷ حاصل عبارت زیر را بیابید. ([ ] جزء صحیح است)

$$A = [\log_3 100] - 2[\log 0{,}04]$$

۱۸ دستگاه مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$$

۱۹ اگر $\log_3 \sqrt{x} + \log_{\frac{1}{3}} x = -1$ باشد، آن‌گاه لگاریتم $x\sqrt{x}$ در پایه‌ی ۹ را بیابید.

۲۰ تابع معکوس تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 2}$$

۲۱ تابع معکوس تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = \log_2 (\frac{x-1}{x+3})$$

۲۲ اگر $\log_{12}^{27} = a$ باشد، $\log_{6}^{16}$ را برحسب a بیابید.

پاسخنامه تشریحی

۱

$x = -۱ \to g(-۱) = (\frac{۱}{۴})^{-۱} = ۴ \to$ نقطه‌ی برخورد $(-۱,۴)$

$$(-۱,۴) \to f(x) = ۲^{ax+b} \Rightarrow f(-۱) = ۴ \to ۲^{-a+b} = ۴ = ۲^{۲} \Rightarrow -a+b = ۲$$

$$f(۲) = \frac{۱}{۸} \to ۲^{۲a+b} = ۲^{-۳} \to ۲a+b = -۳$$

$$\begin{cases} -a+b = ۲ \\ ۲a+b = -۳ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۱)} \begin{cases} a-b = -۲ \\ ۲a+b = -۳ \end{cases} \Rightarrow ۳a = -۵ \to \boxed{a = -\frac{۵}{۳}}$$

$$b = a+۲ = -\frac{۵}{۳} + ۲ = \frac{۱}{۳} \boxed{b = \frac{۱}{۳}} \to f(x) = ۲^{-\frac{۵}{۳}x + \frac{۱}{۳}}$$

۲

با فرض $۵^{\log x} = t$ داریم:

الف) $(۵^{۲})^{\log x} = ۵ + ۴ \times ۵^{\log x} \Rightarrow (۵^{\log x})^{۲} - ۴ \times ۵^{\log x} - ۵ = ۰$

$$t^{۲} - ۴t - ۵ = ۰ \to (t-۵)(t+۱) = ۰ \to t = -۱ \,,\, t = ۵$$

$t = -۱ \to ۵^{\log x} = -۱$ غ ق ق, $t = ۵ \to ۵^{\log x} = ۵ \to \log x = ۱ \to \boxed{x = ۱۰}$ جواب

ب) $\log_۲^x + \frac{۱}{\log_۲^x} = \frac{۱۷}{۴} \Rightarrow \log_۲^x = a \to a + \frac{۱}{a} = \frac{۱۷}{۴} \xrightarrow{\times ۴a}$

$$۴a^{۲} + ۴ = ۱۷a \to ۴a^{۲} - ۱۷a + ۴ = ۰ \to \Delta = ۲۸۹ - ۶۴ = ۲۲۵$$

$a = \frac{۱۷ \pm ۱۵}{۸} \Rightarrow a = \frac{۱}{۴} \,,\, a = ۴ \Rightarrow \log_۲^x = \frac{۱}{۴} \to x = ۲^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۲}$ جواب

$\log_۲^x = ۴ \to x = ۲^{۴} = ۱۶$ جواب

۳

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

الف) $\log_۲^x \times \log_{۲^۲}^x \times \log_{۲^۳}^x \times \log_{۲^۴}^x = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \log_۲^x \times \frac{۱}{۲}\log_۲^x \times \frac{۱}{۳}\log_۲^x \times \frac{۱}{۴}\log_۲^x = \frac{۲}{۳}$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۴}(\log_۲^x)^{۴} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow (\log_۲^x)^{۴} = \frac{۲}{۳} \times ۲۴ = ۱۶ = ۲^{۴}$$

$\log_۲^x = ۲ \to x = ۲^{۲} = ۴$ جواب

$\log_۲^x = \pm ۲$ $\nearrow$ $\searrow$

$\log_۲^x = -۲ \to x = ۲^{-۲} = \frac{۱}{۴}$ جواب

ب) $\log x = t \to \frac{۱}{۱-۴t} + \frac{۴}{۲+t} = ۳ \Rightarrow \frac{۲+t+۴-۱۶t}{(۱-۴t)(۲+t)} = ۳$

$$۳(۲+t-۸t-۴t^{۲}) = ۶ - ۱۵t \Rightarrow ۶ + ۳t - ۲۴t - ۱۲t^{۲} = ۶ - ۱۵t$$

$۱۲t^{۲} + ۶t = ۰ \Rightarrow t = ۰ \,,\, t = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \log x = ۰ \to \boxed{x = ۱}$ جواب , $\log x = -\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow x = ۱۰^{-\frac{۱}{۲}} \to \boxed{x = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}}$ جواب

۴

$$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b > ۱ & a \geq c \\ ۰ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$$

$$\log_۳(\frac{x+۱}{x-۱}) \geq \log_۳ ۳^{-۱} \Rightarrow \frac{x+۱}{x-۱} \geq \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{x+۱}{x-۱} - \frac{۱}{۳} \geq ۰$$

$$\frac{۳x+۳-x+۱}{۳(x-۱)} \geq ۰ \to \frac{۲x+۴}{۳(x-۱)} \geq ۰ \Rightarrow$$

x		۲−		۱	
	+ (ج)	● (ج)	−	ت ن	+ (ج)

$x \leq -۲$ یا $x > ۱$ $\quad (۱)$

$$\frac{x+۱}{x-۱} > ۰ \Rightarrow$$: شرط لگاریتم

x		۱−		۱	
	+ (ج)	●	−	○ ن	+ (ج)

$x < -۱$ یا $x > ۱$ $\quad (۲)$

$(۱) \cap (۲)$ $x \leq -۲$ یا $x > ۱ \Rightarrow$ جواب $= (-\infty, -۲] \cup (۱, +\infty)$

۵

$$\log_b^{(\frac{a}{c})} = \log_b^a - \log_b^c$$

$$(۳^{\frac{۱}{۲}})^{x-۱} = (۳^۲)^{y+۱} \Rightarrow ۳^{\frac{x-۱}{۲}} = ۳^{۲y+۲} \Rightarrow \frac{x-۱}{۲} = ۲y+۲$$

$$\Rightarrow x-۱ = ۴y+۴ \to x = ۴y+۵ \quad (۱)$$

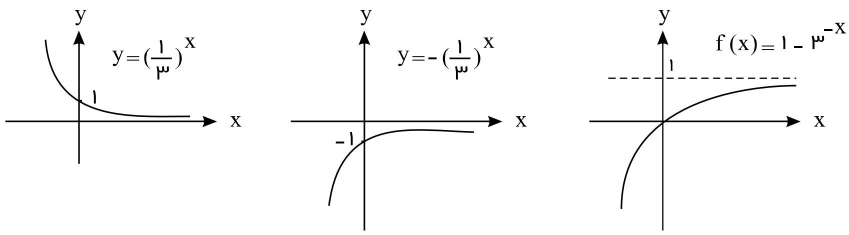
$$\log(x+۱) - \log y = ۱ \Rightarrow \log(\frac{x+۱}{y}) = ۱ \Rightarrow \frac{x+۱}{y} = ۱۰ \xrightarrow{(۱)} \frac{۴y+۵+۱}{y} = ۱۰$$

$$\Rightarrow ۱۰y = ۴y+۶ \to y = ۱ \xrightarrow{(۱)} x = ۹$$

۶

ابتدا نمودار تابع $f(x) = ۱ - ۳^{-x}$ را رسم می‌کنیم.

$$f(x) = ۱ - ۳^{-x} = ۱ - (\frac{۱}{۳})^x$$



الف) $y = \sqrt{f(x)} \to f(x) \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۰ \to D_y = [۰, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq ۰ \quad \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} x \geq ۰ \\ f(x) \geq ۰ \end{cases}}_{\downarrow}$ یا $\underbrace{\begin{cases} x \leq ۰ \\ f(x) \leq ۰ \end{cases}}_{\downarrow}$

$x \geq ۰$ یا $x \leq ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ دامنه $= \mathbb{R}$

۷

$$(۱, -۱) \to y = a + \log_b^x \Rightarrow -۱ = a + \log_b^۱ \Rightarrow -۱ = a + ۰ \to \boxed{a = -۱}$$

$$(۳, -۲) \to y = -۱ + \log_b^x \Rightarrow -۲ = -۱ + \log_b^۳ \Rightarrow \log_b^۳ = -۱ \Rightarrow b^{-۱} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{b} = ۳ \to b = \frac{۱}{۳} \to y = -۱ + \log_{\frac{۱}{۳}}^x$$

۸

الف) $f(x) = \log_۴(\frac{۲-x}{x^۲-۱۶}) \to \frac{۲-x}{x^۲-۱۶} > ۰ \Rightarrow x = ۲, ۴, -۴$ ریشه‌ها

x	$-\infty$	-۴		۲		۴	$+\infty$
$۲-x$	$+$		$+$	●	$-$		$-$
$x^۲-۱۶$	$+$	●	$-$		$-$	●	$+$
$\frac{۲-x}{x^۲-۱۶}$	$\oplus$ ج	ت ن	$-$	●	$\oplus$ ج	ت ن	$-$

$D_f = (-\infty, -۴) \cup (۲, ۴)$

ب) $f(x) = \log_{(x-۲)}(۱۰۰ - x^۲) \Rightarrow ۱۰۰ - x^۲ > ۰ \to x^۲ < ۱۰۰ \to |x| < ۱۰$

$\Rightarrow \boxed{-۱۰ < x < ۱۰}\ (۱) \qquad x - ۲ > ۰ \Rightarrow \boxed{x > ۲}\ (۲) \qquad x - ۲ \neq ۱ \to x \neq ۳\ (۳)$

$(۱) \cap (۲) \cap (۳) \Rightarrow ۲ < x < ۱۰,\ x \neq ۳ \to D_f = (۲, ۱۰) - \{۳\}$

۹

$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$

$A = \log_{\sqrt[۴]{۵^۳}}^{۵^۲ \times ۵^{\frac{۱}{۲}}} - \log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^{-۳}} = \log_{۵^{\frac{۳}{۴}}}^{۵^{\frac{۵}{۲}}} - (-۳) \times \frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\log_۳^۳$

$= \frac{۵}{۲} \times \frac{۴}{۳}\log_۵^۵ + ۶ = \frac{۱۰}{۳} + ۶ = \frac{۲۸}{۳}$

۱۰

$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \ , \ \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$

الف) $\log(x^۲ + ۳x - ۴) = \log(۵x - ۱) \to x^۲ + ۳x - ۴ = ۵x - ۱$

$\Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \to (x + ۱)(x - ۳) = ۰ \to x = -۱ \ , \ x = ۳$

$x = -۱ \Rightarrow \log(-۶) = \log(-۶) \to$ غیر قابل قبول

$x = ۳ \Rightarrow \log ۱۴ = \log ۱۴ \to$ قابل قبول $\to \boxed{x = ۳}$ جواب

ب) $\log_۲(x + ۳) + \log_۲^{۳^۲} = \log_۲ ۸(x + ۴) \Rightarrow \log_۲ ۹(x + ۳) = \log_۲ ۸(x + ۴)$

$\Rightarrow ۹x + ۲۷ = ۸x + ۳۲ \to log_۲^{۷۲} \to$ قابل قبول $\Rightarrow \boxed{x = ۵}$ جواب

۱۱

$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$

الف) $\log_{۲^۲}^x + \log_{۲^۴}^x + \log_۲^x = ۷ \Rightarrow \frac{۱}{۴}\log_۲^x + \frac{۱}{۲}\log_۲^x + \log_۲^x = ۷$

$= (\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} + ۱)\log_۲^x = ۷ \Rightarrow \frac{۷}{۴}\log_۲^x = ۷ \Rightarrow \log_۲^x = ۴$

$\Rightarrow x = ۲^۴ = ۱۶$ جواب

ب) $\log_۴(\log_۳(\log_۲^x)) = ۰ \Rightarrow \log_۳(\log_۲^x) = ۴^۰ = ۱ \Rightarrow \log_۲^x = ۳$

$\Rightarrow x = ۲^۳ = ۸$ جواب

۱۲

$۹^x - ۷ \times ۳^x - ۱۸ = ۰ \to (۳^x)^۲ - ۷ \times ۳^x - ۱۸ = ۰$

با فرض $۳^x = t$ داریم:

$t^۲ - ۷t - ۱۸ = ۰ \Rightarrow (t - ۹)(t + ۲) = ۰ \to t = ۹ \ , \ t = -۲$

$۳^x = -۲$ غ ق ق , $۳^x = ۹ = ۳^۲ \to \boxed{x = ۲}$

۱۳

$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b > ۱ & a \geq c \\ ۰ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$

$f(x) = \sqrt{\log(\frac{۵x - x^۲}{۴})}$ شرط لگاریتم : $\frac{۵x - x^۲}{۴} > ۰ \Rightarrow ۵x - x^۲ > ۰ \to x(۵ - x) > ۰$

x		۰		۵	
x(۵−x)	−	○	+	○	−
			ج		

$\rightarrow ۰ < x < ۵ \quad (۱)$

شرط رادیکال : $\log(\frac{۵x - x^{۲}}{۴}) \geq ۰ \Rightarrow \log(\frac{۵x - x^{۲}}{۴}) \geq \log ۱ \xrightarrow{۱۰>۱} \frac{۵x - x^{۲}}{۴} \geq ۱$

$\Rightarrow ۵x - x^{۲} \geq ۴ \Rightarrow x^{۲} - ۵x + ۴ \leq ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۴) \leq ۰$

x		۱		۴	
x²−۵x+۴	+	○	−	○	+
		ج	ج	ج	

$\Rightarrow ۱ \leq x \leq ۴ \ (۲) \Rightarrow (۱) \cap (۲) \Rightarrow ۱ \leq x \leq ۴$

$\Rightarrow D_f = [۱,۴]$

۱۴

$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$

$\log_{۱۶}۲\sqrt{۲} = \log_{۲^۴} ۲ \times ۲^{\frac{۱}{۲}} = \log_{۲^۴} ۲^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۱}{۴}\log_۲^۲ = \frac{۳}{۸} = x$

$\log_۸(x - \frac{۱}{۸}) = \log_۸(\frac{۳}{۸} - \frac{۱}{۸}) = \log_۸ \frac{۱}{۴} = \log_{۲^۳} ۲^{-۲} = -۲ \times \frac{۱}{۳}\log_۲^۲ = -\frac{۲}{۳}$

۱۵

$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۷/۲ = ۲۲/۶$

$E = ۱۰^{۲۲/۶}$ ارگ

۱۶

$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \ , \ \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$

$۴a^{۲} + ۹b^{۲} = ۱۳ab \xrightarrow{+۱۲ab} ۴a^{۲} + ۹b^{۲} + ۱۲ab = ۱۳ab + ۱۲ab$

$\Rightarrow (۲a + ۳b)^{۲} = ۲۵ab \Rightarrow \frac{(۲a+۳b)^{۲}}{۲۵} = ab$

$\Rightarrow (\frac{۲a+۳b}{۵})^{۲} = ab \rightarrow \log(\frac{۲a+۳b}{۵})^{۲} = \log(ab)$

$\Rightarrow ۲\log(\frac{۲a+۳b}{۵}) = \log a + \log b \Rightarrow \log(\frac{۲a+۳b}{۵}) = \frac{۱}{۲}(\log a + \log b)$

۱۷

$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b > ۱ & a \geq c \\ ۰ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$

$۳^۴ < ۱۰۰ < ۳^۵ \Rightarrow \log_۳ ۳^۴ < \log_۳ ۱۰۰ < \log_۳ ۳^۵ \rightarrow ۴ < \log_۳ ۱۰۰ < ۵$

$\Rightarrow [\log_۳ ۱۰۰] = ۴$

$۰/۰۱ < ۰/۰۴ < ۰/۱ \Rightarrow ۱۰^{-۲} < ۰/۰۴ < ۱۰^{-۱} \Rightarrow \log ۱۰^{-۲} < \log ۰/۰۴ < \log ۱۰^{-۱}$

$\Rightarrow -۲ < \log ۰/۰۴ < -۱ \Rightarrow [\log ۰/۰۴] = -۲$

$A = [\log_۳ ۱۰۰] - ۲[\log ۰/۰۴] = ۴ - ۲(-۲) = ۸$

۱۸

$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c$

$\log x + \log y = ۱ \rightarrow \log(xy) = ۱ \Rightarrow xy = ۱۰ \Rightarrow \boxed{y = \frac{۱۰}{x}}$

$x^{۲} + y^{۲} = ۲۹ \Rightarrow x^{۲} + \frac{۱۰۰}{x^{۲}} = ۲۹ \Rightarrow x^{۴} + ۱۰۰ = ۲۹x^{۲}$

$\Rightarrow x^{۴} - ۲۹x^{۲} + ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow (x^{۲} - ۴)(x^{۲} - ۲۵) = ۰$

$x^{۲} - ۴ = ۰ \rightarrow x = \pm ۲ \xrightarrow{x>۰} x = ۲ \rightarrow y = \frac{۱۰}{x} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$

$x^{۲} - ۲۵ = ۰ \rightarrow x = \pm ۵ \xrightarrow{x>۰} x = ۵ \rightarrow y = \frac{۱۰}{x} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$

۱۹

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$\log_{۳}\sqrt{x} + \log_{۳^{-۱}} x = -۱ \Rightarrow \log_{۳} x^{\frac{۱}{۲}} - \log_{۳} x = -۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\log_{۳}^{x} - \log_{۳}^{x} = -۱$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\log_{۳}^{x} = -۱ \Rightarrow \log_{۳}^{x} = ۲ \rightarrow x = ۳^{۲} = ۹$$

$$\log_{۹} x\sqrt{x} = \log_{۹} ۹\sqrt{۹} = \log_{۹} ۹ \times ۹^{\frac{۱}{۲}} = \log_{۹} ۹^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲}\log_{۹} ۹ = \frac{۳}{۲}$$

۲۰

الف) $f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow \dfrac{۳^{x_۱} - ۱}{۳^{x_۱} + ۲} = \dfrac{۳^{x_۲} - ۱}{۳^{x_۲} + ۲}$

$$\Rightarrow ۳^{x_۱ + x_۲} + ۲ \times ۳^{x_۱} - ۳^{x_۲} - ۲ = ۳^{x_۱ + x_۲} + ۲ \times ۳^{x_۲} - ۳^{x_۱} - ۲$$

$\Rightarrow ۳ \times ۳^{x_۱} = ۳ \times ۳^{x_۲} \Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow$ تابع یک به یک است.

$$y = \frac{۳^{x} - ۱}{۳^{x} + ۲} \Rightarrow ۳^{x} - ۱ = y \times ۳^{x} + ۲y \Rightarrow ۳^{x} - y \times ۳^{x} = ۲y + ۱$$

$$(۱ - y) \times ۳^{x} = ۲y + ۱ \Rightarrow ۳^{x} = \frac{۲y + ۱}{۱ - y} \Rightarrow x = \log_{۳}(\frac{۲y + ۱}{۱ - y})$$

$$y = f^{-۱}(x) = \log_{۳}(\frac{۲x + ۱}{۱ - x})$$

۲۱

$$f(x_۱) = f(x_۲) \Rightarrow \log_۲(\frac{x_۱ - ۱}{x_۱ + ۳}) = \log_۲(\frac{x_۲ - ۱}{x_۲ + ۳}) \Rightarrow \frac{x_۱ - ۱}{x_۱ + ۳} = \frac{x_۲ - ۱}{x_۲ + ۳}$$

$$\Rightarrow \cancel{x_۱ x_۲} + ۳x_۱ - x_۲ - \cancel{۳} = \cancel{x_۱ x_۲} - x_۱ + ۳x_۲ - \cancel{۳} \Rightarrow ۴x_۱ = ۴x_۲$$

$\Rightarrow x_۱ = x_۲ \Rightarrow$ تابع یک به یک است.

$$y = \log_۲(\frac{x - ۱}{x + ۳}) \Rightarrow \frac{x - ۱}{x + ۳} = ۲^{y} \Rightarrow \frac{x + ۳ - ۴}{x + ۳} = ۲^{y}$$

$$\Rightarrow ۱ - \frac{۴}{x + ۳} = ۲^{y} \Rightarrow ۱ - ۲^{y} = \frac{۴}{x + ۳} \Rightarrow x + ۳ = \frac{۴}{۱ - ۲^{y}}$$

$$x = \frac{۴}{۱ - ۲^{y}} - ۳ = \frac{۴ - ۳ + ۳ \times ۲^{y}}{۱ - ۲^{y}} = \frac{۱ + ۳ \times ۲^{y}}{۱ - ۲^{y}} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱ + ۳ \times ۲^{x}}{۱ - ۲^{x}}$$

۲۲

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a \quad , \quad \log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \quad , \quad \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$\log_{۱۲}^{۲۷} = a \Rightarrow \frac{\log ۳^{۳}}{\log(۳ \times ۲^{۲})} = a \Rightarrow \frac{۳\log ۳}{\log ۳ + ۲\log ۲} = a$$

$$۳\log ۳ = a\log ۳ + ۲a\log ۲ \Rightarrow (۳ - a)\log ۳ = ۲a\log ۲ \Rightarrow \log ۳ = (\frac{۲a}{۳ - a})\log ۲$$

$$\log_{۶}^{۱۶} = \frac{\log ۲^{۴}}{\log ۲ \times ۳} = \frac{۴\log ۲}{\log ۲ + \log ۳} = \frac{۴\log ۲}{\log ۲ + (\frac{۲a}{۳ - a})\log ۲} = \frac{۴\log ۲}{(۱ + \frac{۲a}{۳ - a})\log ۲}$$

$$= \frac{۴}{\frac{۳ - a + ۲a}{۳ - a}} = \frac{۴(۳ - a)}{a + ۳} = \frac{۱۲ - ۴a}{a + ۳}$$