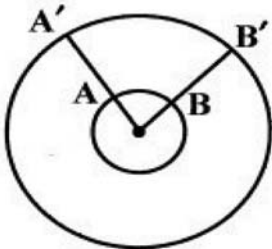


۱- اگر  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\text{tg} x}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 x}} \left( \frac{1}{\text{Sin} x} - \text{Sin} x \right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\text{Cos}^2 x$       (۲)  $-\text{Cos} x$       (۳)  $\text{Cos}^2 x$       (۴)  $\text{Cos} x$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۲- یک ایستگاه فضایی در فاصله ۵۰۰ کیلومتری سطح زمین است. با یک ایستگاه زمینی از A تا B که با مرکز زمین زاویه ۳۰ درجه می‌سازند رصد می‌شود. این ایستگاه از A' تا B' چند کیلومتر را رصد می‌کند؟ (شعاع کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر)



- (۱) ۳۶۱۱  
(۲) ۳۸۱۹  
(۳) ۴۱۱۷  
(۴) ۴۲۱۵

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- اگر در مثلث متساوی‌الساقین  $AB = AC$ ، زاویه A برابر ۱ رادیان باشد، آنگاه کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $BC < AB$       (۲)  $BC \leq AB$       (۳)  $BC > AB$       (۴)  $BC \geq AB$

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- روی دایره‌ای به شعاع ۵ واحد، از یک نقطه دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، به طوری که اولی ۱۲۰ درجه و دومی  $\frac{5\pi}{6}$  طی کرده‌اند. فاصله این دو متحرک روی دایره چند واحد است؟

- (۱) ۶/۲۵      (۲) ۶/۴۵      (۳) ۷/۸۵      (۴) ۸/۷۵

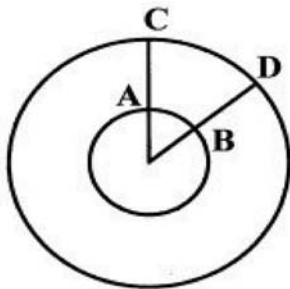
آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵- در دایره‌ای به شعاع ۱۰ واحد، اندازه زاویه مرکزی مقابل مقابل به کمانی به طول ۸ واحد چند درجه است؟

- (۱) ۴۰/۸      (۲) ۴۵/۶      (۳) ۵۱/۲      (۴) ۵۰/۸

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۶- در دو دایره هم مرکز به شعاع‌های ۲ و ۳ واحد، نسبت اندازه کمان‌های AB به CD برحسب رادیان کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲)  $\frac{2}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{4}{9}$

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷- طول قوسی از محیط دایره برابر شعاع آن است. اندازه این کمان تقریباً چند درجه است؟

- (۱) ۴۵      (۲) ۵۴      (۳) ۵۷      (۴) ۶۰

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- کره‌ای به قطر ۶ واحد با دو صفحه قطری که زاویه بین آن‌ها ۶۰ درجه است قطع شده است. سطح کل این قطعه کدام است؟

- (۱)  $12\pi$       (۲)  $13/5\pi$       (۳)  $15\pi$       (۴)  $18\pi$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹- روی دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر، طول کمان  $\widehat{AB}$  از این دایره برابر  $\frac{2\pi}{3}$  سانتی‌متر است. اندازه زاویه مرکزی نظیر این کمان در دایره برحسب درجه کدام است؟

- (۱)  $24^\circ$       (۲)  $12^\circ$       (۳)  $120^\circ$       (۴)  $60^\circ$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰- در دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان ۸ سانتی‌متر چند رادیان است؟

- (۱)  $0/8\pi$       (۲)  $0/4\pi$       (۳)  $0/8$       (۴)  $0/4$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۱-  $3/14$  رادیان تقریباً چند درجه است؟

- (۱) ۱۸۰      (۲) ۱۹۰      (۳) ۲۱۰      (۴) ۲۲۰

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۲- در دایره‌ای به شعاع ۱۰ واحد، اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۹ واحد، تقریباً چند درجه است؟

- (۱) ۵۰      (۲)  $51/5$       (۳)  $52/5$       (۴) ۵۳

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳- اگر زاویه‌های  $42^\circ$ ،  $\alpha$  و  $\frac{7\pi}{2}$ ، زاویه‌های مثلثی باشند،  $\alpha$  چند  $\pi$  رادیان است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$       (۲)  $\frac{5}{6}$       (۳)  $\frac{5}{12}$       (۴)  $\frac{7}{12}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۴- انتهای کمان  $\frac{13\pi}{5}$  رادیان در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۵- زاویه بین دو ساق مثلث متساوی‌الساقین ۱ رادیان است. نسبت طول ساق به قاعده آن کدام است؟

- (۱) کم‌تر از ۱      (۲) مساوی ۱      (۳) بیش‌تر از ۱      (۴) اظهارنظر نمی‌توان کرد

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۶- یک رادیان، تقریباً چند درجه است؟

- (۱)  $61/7$       (۲) ۶۰      (۳)  $57/3$       (۴) متناسب با شعاع دایره

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۷- در سه دایره هم مرکز به شعاع‌های ۱، ۲ و ۳، دو نیم‌خط با مبدأ مرکز دایره‌ها رسم شده‌اند. اندازه کمان‌های محدود

به این دو نیم‌خط با واحد رادیان بیش‌تر است؟

- (۱) دایره کوچک‌تر      (۲) دایره بزرگ‌تر      (۳) یکسان      (۴) دایره متوسط

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۸- محیط هر دایره چند برابر طول شعاع آن است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴) کمی بیش تر از ۶

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۹- دایره‌ای به شعاع ۲۰ سانتی‌متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان به طول  $2\pi$  سانتی‌متر از این دایره، چند رادیان است؟

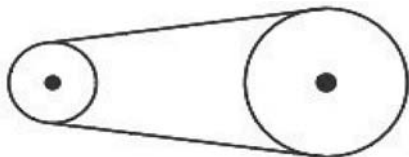
$\frac{10}{\pi}$  (۱)

$\frac{\pi}{10}$  (۲)

$\frac{20}{\pi}$  (۳)

$\frac{\pi}{20}$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۲۰- در شکل مقابل، یک تسمه دو قرقره به شعاع‌های  $R$  و  $\frac{R}{4}$  را به هم وصل کرده است.

اگر قرقره کوچک‌تر به اندازه  $\frac{\pi}{4}$  رادیان بچرخد، قرقره بزرگ‌تر چند درجه می‌چرخد؟

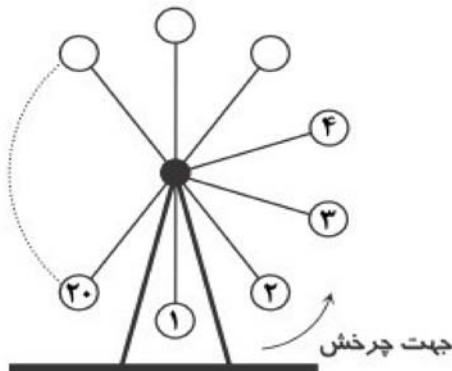
$15^\circ$  (۱)

$90^\circ$  (۲)

$22/5^\circ$  (۳)

$45^\circ$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۲۱- چرخ‌وفلکی مطابق شکل، ۲۰ کابین با فاصله‌های یکسان دارد که از شماره‌های ۱ تا ۲۰ شماره‌گذاری شده‌اند.

اگر چرخ‌وفلک  $\frac{21\pi}{5}$  بچرخد، کابین شماره ۲ به محل کدام کابین منتقل می‌شود؟

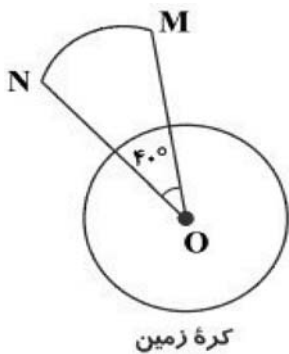
کابین ۱۲ (۱)

کابین ۱۰ (۲)

کابین ۶ (۳)

کابین ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۲۲- مطابق شکل، ماهواره‌ای در فاصله ۸۰۰ کیلومتری از سطح زمین در حال گردش روی یک مسیر دایره‌ای است.

اگر این ماهواره از نقطه M به نقطه N برسد، چند کیلومتر مسافت طی کرده است؟ (شعاع کره زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر در نظر بگیرید.)

$1600\pi$  (۱)

$2400\pi$  (۲)

$1800\pi$  (۳)

$2100\pi$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۳- کدام یک از اعداد زیر بزرگ‌تر است؟ (زاویه‌ها برحسب رادیان هستند.)

$\cos 2$  (۱)

$\cos 4$  (۲)

$\cos 6$  (۳)

$\cos 8$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۴- در مثلث ABC، زاویه A برابر  $\frac{2\pi}{3}$  رادیان و زاویه B برابر ۱۵ درجه است. زاویه C چند رادیان است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{8}$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۵- اگر  $\sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0$  و انتهای کمان زاویه  $\alpha$  در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۶- در دایره‌ای به شعاع ۱۰، طول کمان مقابل به زاویه مرکزی  $\alpha$  برابر ۲ است. زاویه  $\alpha$  چند رادیان است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۲۰ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۷- زاویه D برابر  $\frac{\pi}{4}$  رادیان است. این زاویه چند درجه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۹

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۸- انتهای کمان زاویه  $\frac{17\pi}{5}$  رادیان در کدام ربع دایره مثلثاتی واقع است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

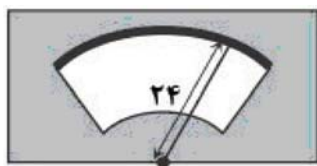
آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۹- انتهای کمان زوایای  $\alpha = -\frac{9\pi}{4}$  و  $\beta = \frac{7\pi}{3}$  به ترتیب در کدام نواحی دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

- (۱) چهارم - اول (۲) اول - چهارم (۳) اول - اول (۴) چهارم - چهارم

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۰- در شکل زیر، طول برف‌پاک‌کن ۲۴ سانتی‌متر است. اگر برف‌پاک‌کن کمانی به اندازه  $120^\circ$  طی کند، طول کمان طی شده توسط نوک برف‌پاک‌کن چند سانتی‌متر است؟



- (۱)  $6\pi$  (۲)  $8\pi$  (۳)  $12\pi$  (۴)  $16\pi$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۱- زاویه  $105^\circ$  برحسب رادیان کدام است؟

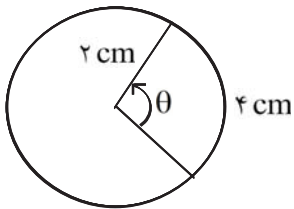
- (۱)  $\frac{5\pi}{12}$  (۲)  $\frac{7\pi}{12}$  (۳)  $\frac{3\pi}{4}$  (۴)  $\frac{11\pi}{12}$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۲- در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، توسط زاویه مرکزی  $\theta$  کمانی به طول ۶ سانتی‌متر بریده می‌شود. اندازه  $\theta$  برحسب درجه کدام است؟

- (۱)  $171/9$  (۲)  $114/6$  (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۰۸

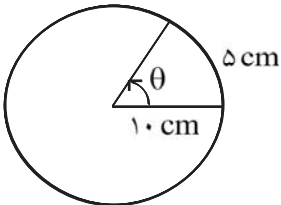
سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم



۳۳- در شکل زیر اندازه زاویه  $\theta$  برحسب رادیان چه قدر است؟

- ۱ (۱)
- $\frac{1}{2}$  (۲)
- ۲ (۳)
- $\frac{1}{4}$  (۴)

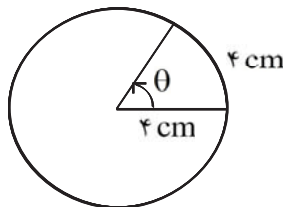
سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم



۳۴- در شکل زیر اندازه زاویه  $\theta$  برحسب رادیان چه قدر است؟

- ۱ (۱)
- $\frac{1}{2}$  (۲)
- ۲ (۳)
- $\frac{1}{4}$  (۴)

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم

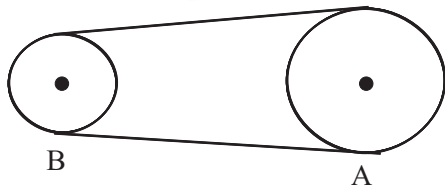


۳۵- در شکل زیر اندازه زاویه  $\theta$  برحسب رادیان چه قدر است؟

- ۱ (۱)
- $\frac{1}{2}$  (۲)
- ۲ (۳)
- $\frac{1}{6}$  (۴)

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم

۳۶- در شکل مقابل دو قرقره توسط تسمه‌ای به هم متصل‌اند، وقتی قرقره A به شعاع ۱۵ سانتی‌متر  $\frac{\pi}{3}$  رادیان بچرخد،

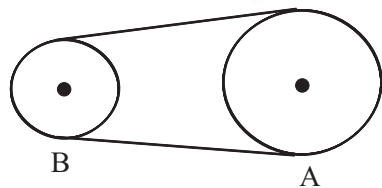


قرقره‌ی B به شعاع ۱۰ سانتی‌متر چند رادیان می‌چرخد؟

- $\frac{5\pi}{12}$  (۱)
- $\frac{\pi}{3}$  (۲)
- $\frac{\pi}{5}$  (۳)
- $\frac{\pi}{2}$  (۴)

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم

۳۷- در شکل مقابل دو قرقره توسط تسمه‌ای به هم متصل‌اند. وقتی قرقره A به شعاع ۲۰ سانتی‌متر  $\frac{\pi}{6}$  رادیان بچرخد، قرقره

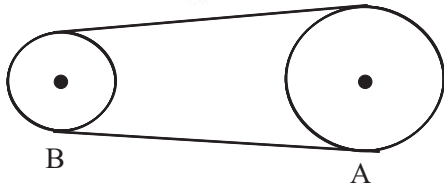


B به شعاع ۱۶ سانتی‌متر چند رادیان می‌چرخد؟

- $\frac{\pi}{4}$  (۱)
- $\frac{5\pi}{12}$  (۲)
- $\frac{5\pi}{24}$  (۳)
- $\frac{2\pi}{15}$  (۴)

سوالات و مطالب تالیفی => سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ => یازدهم

۳۸- در شکل مقابل دو قرقره توسط تسمه‌ای به هم متصل‌اند، وقتی قرقره A به شعاع ۱۲ سانتی‌متر  $\frac{\pi}{4}$  رادیان بچرخد،



قرقره‌ی B با شعاع ۴ سانتی‌متر چند رادیان می‌چرخد؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{2}$  (۳)  $12\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{12}$

سوالات و مطالب تالیفی = سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ = یازدهم

۳۹- اگر  $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$  باشد، آن‌گاه  $\operatorname{tg} \alpha$  برابر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴) -۱

سوالات گردآوری شده = سری ۴ - آزمونهای نشان برتر = آزمونهای ۹۷-۹۸

۴۰- اگر  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  و  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{m}{2m+3}$  با شرط  $m \neq -\frac{3}{2}$ ، حدود m کدام است؟

- (۱)  $-2 < m < 0$  (۲)  $-3 < m < -1$  (۳)  $0 < m < -3$  (۴)  $-2 < m < -1$

سوالات گردآوری شده = سری ۴ - آزمونهای نشان برتر = آزمونهای ۹۷-۹۸

۴۱- اگر  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{23}$  (۲)  $-\frac{0}{52}$  (۳)  $\frac{0}{27}$  (۴)  $\frac{0}{48}$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = تجربی

۴۲- حاصل عبارت ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

سراسری = تجربی = ۹۸

۴۳- اگر  $\tan 20^\circ = \frac{4}{15}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin 11^\circ + \cos 25^\circ - \sin 29^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 43^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{9}$  (۲)  $\frac{26}{11}$  (۳)  $\frac{24}{11}$  (۴)  $\frac{20}{9}$

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- حاصل  $\tan 12^\circ \sin 24^\circ + \cot 57^\circ \cos(-21^\circ)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) -۱

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- حاصل  $\tan\left(\frac{11\pi}{3}\right) \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \sin\frac{13\pi}{6}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{5}$  (۲)  $-\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{5}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- حاصل عبارت  $\sin 60^\circ \cos 15^\circ - 2 \sin 75^\circ$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۷- در دایره مثلثاتی، انتهای کمان  $1536^\circ$  درجه، در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۸- مقدار  $\sin 93^\circ + \operatorname{tg} 765^\circ$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۹- اگر  $\operatorname{Cotg} x = -2\sqrt{2}$  و انتهای  $x$  در ناحیه دوم مثلثاتی باشد،  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۰- اگر  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 2 \cos(11\pi - \alpha)}{\sin(\alpha - \pi) - 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $-\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $-\frac{5}{9}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۱- حاصل عبارت  $\sin\left(\frac{-250\pi}{8}\right) + 2 \cos\left(\frac{250\pi}{8}\right) + 3 \operatorname{tg}\left(\frac{-250\pi}{8}\right) + 4 \operatorname{Cotg}\left(\frac{250\pi}{8}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $1 - \sqrt{2}$  (۴)  $2 - \sqrt{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۲- اگر  $\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$  باشد، بیشترین مقدار عبارت  $\operatorname{Cotg} x - \frac{1 + \cos x}{\sin x}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴)  $-\frac{1}{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۳- اگر  $\operatorname{tg} x = \frac{m}{m-1}$  باشد، به ازای کدام مقادیر  $m$ ، انتهای کمان‌های  $x$  در بازه  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  هستند؟

- (۱)  $m \leq \frac{1}{2}$       (۲)  $m \geq \frac{1}{2}$       (۳)  $0 < m \leq \frac{1}{2}$       (۴)  $0 < m \leq 1$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۴- حاصل  $\frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \operatorname{Sin}\left(\frac{11\pi}{6}\right)}{\operatorname{Cotg}^2\left(\frac{9\pi}{4}\right) - \operatorname{Cos}\left(\frac{4\pi}{3}\right)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $-\frac{1}{9}$       (۴)  $-\frac{2}{9}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۵- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $\hat{A} = \frac{2\pi}{3}$  و  $\hat{B} \neq \hat{C}$  باشد، حاصل  $\operatorname{tg}^3 B + \operatorname{tg}^3 C$ ، کدام است؟

- (۱)  $-1$       (۲)  $\sqrt{3}$       (۳)  $-\sqrt{3}$       (۴) صفر

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۶- مجموع مربعات دو عبارت  $\operatorname{Sin} \theta + \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  و  $\operatorname{Cos} \theta - \operatorname{Cos}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) بستگی به  $\theta$  دارد.

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۷- در رابطه‌ی  $\operatorname{tg}^2 45^\circ - \operatorname{Cos}^2 120^\circ = (\operatorname{Sin} 135^\circ \operatorname{Cos} 45^\circ \operatorname{tg} 240^\circ) x$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $-\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۸- اگر انتهای دو کمان  $\alpha$ ،  $\beta$  در ناحیه سوم باشد، الزاماً کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $\operatorname{Cos}(\alpha - \beta) > 0$       (۲)  $\operatorname{Sin}(\alpha - \beta) < 0$       (۳)  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) > 0$       (۴)  $\operatorname{Cotg}(\alpha - \beta) < 0$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۵۹- کدام یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

- (۱)  $\operatorname{tg} \frac{20\pi}{3} = -\sqrt{3}$       (۲)  $2 \operatorname{Cos} \frac{20\pi}{3} = -1$       (۳)  $2 \operatorname{Sin} \frac{20\pi}{3} = -1$       (۴)  $3 \operatorname{Cotg} \frac{20\pi}{3} = -\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۰- اگر  $\operatorname{Cos}\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{3}$  باشد،  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$  کدام است؟  $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $-\sqrt{2}$       (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴)  $-2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۶۱- مجموع دو زاویه  $\alpha$  ,  $\beta$  برابر  $\frac{3\pi}{4}$  است.  $\sin\alpha + \cos\beta$  برابر کدام است؟

- (۱) -۱      (۲)  $2\sin\alpha$       (۳)  $2\sin\beta$       (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۲- حاصل کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳) -۴      (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۳- مجموع ۲۸ جمله اول دنباله با جمله عمومی  $a_n = \sin(90 \cdot n)^\circ + \cos(90 \cdot n)^\circ$  کدام است؟

- (۱) ۱۴      (۲) -۱۴      (۳) صفر      (۴) ۲۸

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۴- اگر  $\sin\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\cos(180^\circ + \alpha)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       (۴)  $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۵- معکوس عبارت  $\sin 135^\circ \cos 180^\circ + 4 \left( 20 + 14\sqrt{2} \right)^{\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- (۱)  $2 + \sqrt{2}$       (۲)  $2 - \sqrt{2}$       (۳)  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۶- اگر  $\operatorname{tg} 25^\circ = 2a + 1$  باشد، حاصل  $\frac{\operatorname{tg} 20.5^\circ}{\sin^2 155^\circ + \cos^2 385^\circ}$ ، کدام است؟

- (۱)  $a$       (۲)  $2a$       (۳)  $2a - 1$       (۴)  $2a + 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۷- حاصل عبارت  $\cos 22/5^\circ + \cos 45^\circ + \cos 67/5^\circ + \dots + \cos 157/5^\circ$ ، کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴) -۱

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۸- حاصل عبارت  $\frac{\sin 250^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ}$ ، با فرض  $\tan 20^\circ = 0/4$ ، کدام است؟

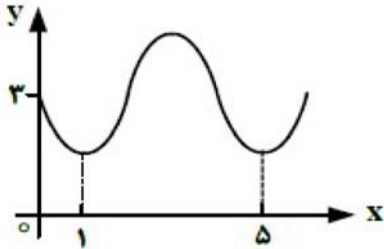
- (۱)  $-\frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{7}{3}$       (۴)  $\frac{5}{8}$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۶۹- حاصل عبارت  $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$  ، با فرض  $\tan 15^\circ = 0/28$  ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{9}$       (۲)  $-\frac{9}{16}$       (۳)  $\frac{9}{16}$       (۴)  $\frac{16}{9}$

سراسری => تجربی => ۹۴



۷۰- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در

نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $2/5$       (۳) ۳      (۴)  $3/5$

سراسری => تجربی => ۹۳ (سراسری - آزاد)

۷۱- اگر دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  مکمل یکدیگر باشند، حاصل  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\cos \alpha$       (۲)  $-\cos \alpha$       (۳)  $\sin \alpha$       (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۲- اگر  $\sin(20^\circ + \alpha) = \frac{3}{5}$ ، حاصل  $\cos(\alpha - 70^\circ)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$       (۲)  $\frac{4}{5}$       (۳)  $-\frac{3}{5}$       (۴)  $-\frac{4}{5}$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

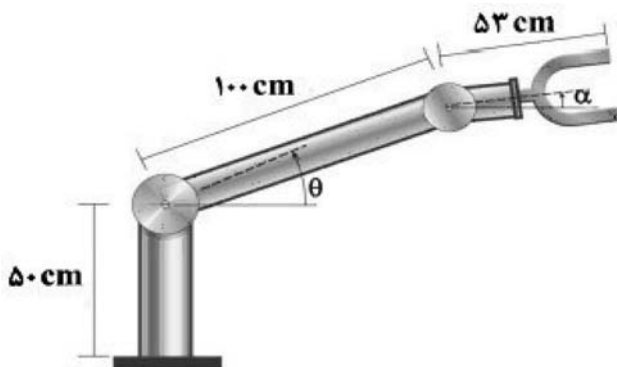
۷۳- برای دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  داریم  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ . اگر  $\alpha$  در ربع سوم باشد و  $\sin \alpha = \frac{-24}{25}$ ، حاصل  $\sin \beta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{25}$       (۲)  $-\frac{8}{25}$       (۳)  $-\frac{7}{25}$       (۴)  $\frac{7}{25}$

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۴- اگر ربات شکل روبه‌رو برای گرفتن یک شیء در ارتفاع  $23/5 \text{ cm}$ ، مفصل دوم خود را در حالت  $\alpha = -30^\circ$  قرار داده باشد، زاویه  $\theta$  در این وضعیت چند درجه است؟

$$\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$$



(۱) صفر

(۲) ۳۰

(۳) ۶۰

(۴) ۹۰

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۵- به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای  $x$ ، رابطه  $\sin x = \cos(20^\circ + x)$  برقرار است؟

- ۷۵° (۱)      ۹۰° (۲)      ۲۰° (۳)      ۳۵° (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۶- محمود برای محاسبه مقدار  $\cot(-120^\circ)$  به صورت زیر عمل کرده است. در کدام مرحله او مرتکب اشتباه شده است؟

$$\cot(-120^\circ) \stackrel{(۱)}{=} -\cot(120^\circ) \stackrel{(۲)}{=} -\cot(180^\circ - 60^\circ) \stackrel{(۳)}{=} -\cot 60^\circ \stackrel{(۴)}{=} -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۷- اگر  $x$  و  $y$  دو زاویه حاده باشند و  $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، حاصل عبارت  $A = \tan(\Delta x + 4y) \times \tan(3x + 2y)$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $-\tan^2 x$  (۲)       $\tan^2 x$  (۳)       $-1$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۸- حاصل عبارت  $A = \frac{\cos^2(25^\circ + x) + \cos^2(65^\circ - x)}{\cot(25^\circ + x) \cdot \cot(x + 115^\circ)}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)       $-1$  (۳)      صفر (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۹- اگر  $\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = 2$ ، مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

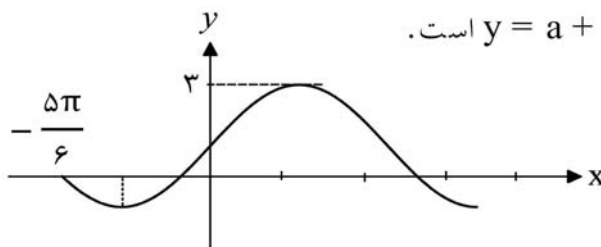
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۰- حاصل عبارت  $A = (\sin 40.5^\circ) \left( \cos \frac{-7\pi}{3} \right)$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)       $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)       $\frac{\sqrt{6}}{4}$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۱- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  است.

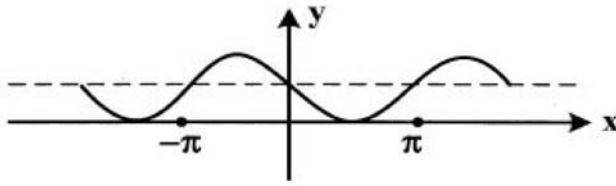


مقدار تابع در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

- ۱/۵ (۱)      ۲ (۲)      ۲/۵ (۳)       $1 + \sqrt{3}$  (۴)

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۸۲- شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



(۱)  $y = \sin x + 1$

(۲)  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

(۳)  $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

(۴)  $y = -\sin x + 1$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۳- برد تابع  $y = -1 + 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$  کدام است؟

(۴)  $[-3, 3]$

(۳)  $[-4, 2]$

(۲)  $[-2, 4]$

(۱)  $[-3, 2]$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

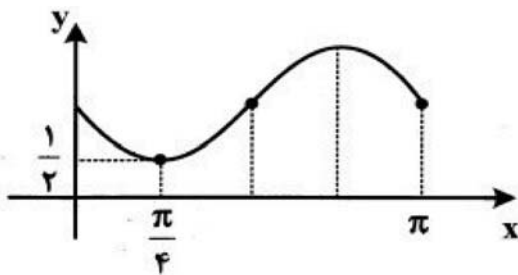
۸۴- شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 + a \sin bx$  است.  $a + b$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴)  $\frac{3}{2}$



آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

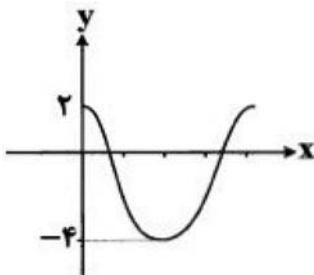
۸۵- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  است.  $a$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

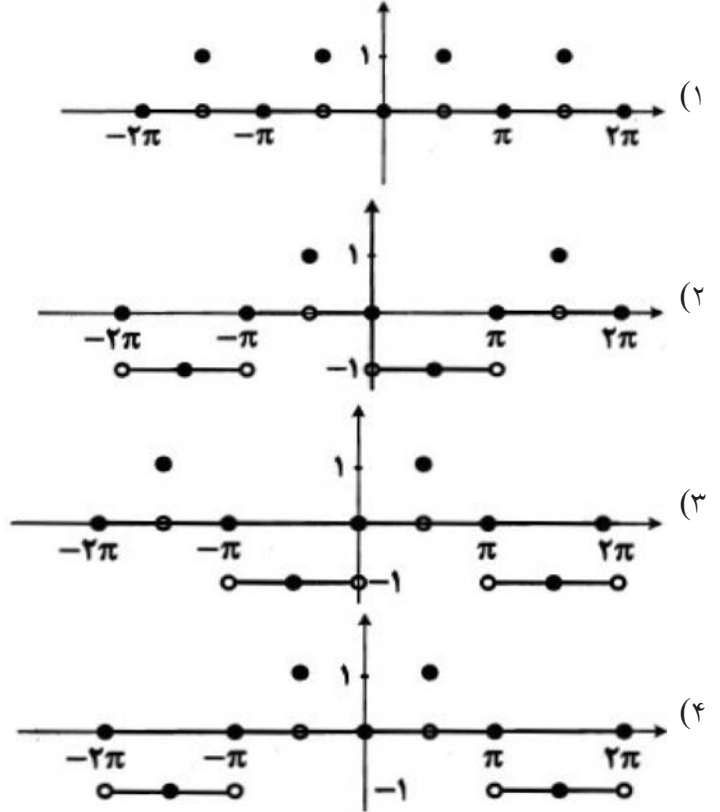
(۳) ۲

(۴) -۲

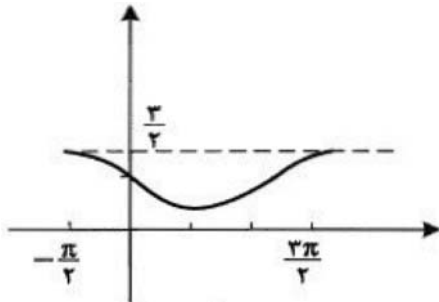


آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۶- نمودار تابع  $[\text{Sin}|x|]$  روی بازه  $[-2\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟



آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

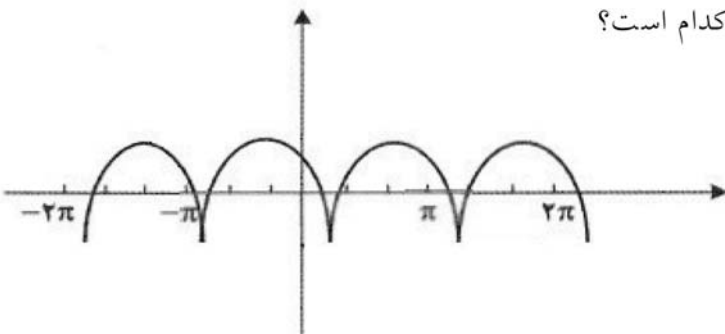


۸۷- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \text{Cos}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

است  $f\left(\frac{17\pi}{6}\right)$ ، کدام است؟

- $\frac{3}{4}$  (۲)
- $\frac{1}{2}$  (۱)
- $\frac{3}{2}$  (۴)
- ۱ (۳)

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۸۸- ضابطه‌ی تابعی که نمودار آن در زیر رسم شده است، کدام است؟

- $f(x) = 2 \left| \text{Sin}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right| - 1$  (۱)
- $f(x) = 2 \left| \text{Cos}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right| - 1$  (۲)
- $f(x) = 2 \left| \text{Sin}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right| - 1$  (۳)
- $f(x) = -2 \left| \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right| - 1$  (۴)

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۹- نمودارهای دو تابع  $y = \text{Cos } x$  و  $y = \text{Sin } x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  در یک دستگاه رسم شده‌اند. طول نقطه تلاقی آنها کدام است؟

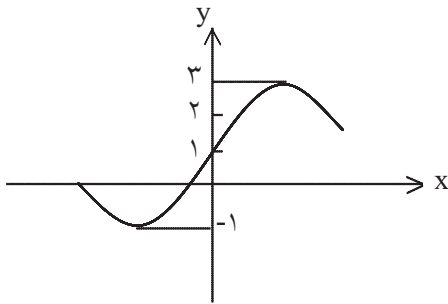
- (۱)  $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$  (۳)  $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$  (۴)  $\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۰- منحنی شکل می‌شود؟ ، حداقل با انتقال کدام طول در امتداد محور X ها نمودار یکسان حاصل

- (۱)  $\pi$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $2\pi$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷



آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۱- شکل مقابل قسمتی از نمودار کدام تابع است؟

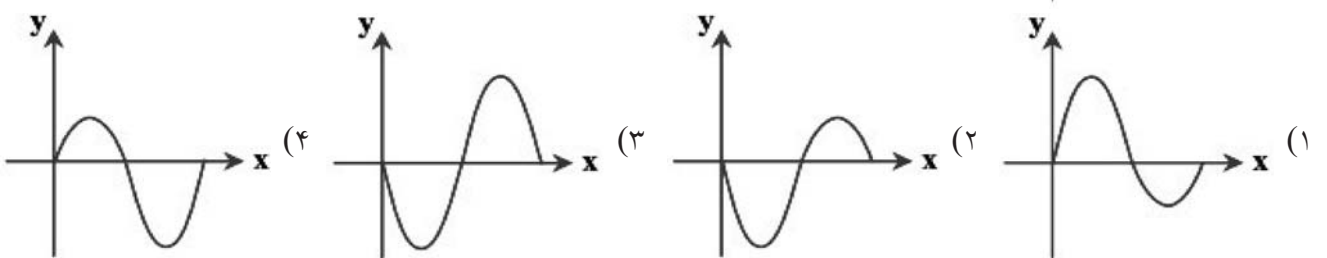
- (۱)  $y = 2 \text{Cos } x + 1$   
 (۲)  $y = 2 \text{Sin } x + 1$   
 (۳)  $y = 2 \text{Sin} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) + 1$   
 (۴)  $y = 2 \text{Cos} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) + 1$

۹۲- برد تابع  $y = -\frac{1}{2} \text{Sin } x + 1$  در کدام بازه است؟

- (۱)  $\left[ \frac{1}{2}, 1 \right]$  (۲)  $\left[ 1, \frac{3}{2} \right]$  (۳)  $\left[ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$  (۴)  $\left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$

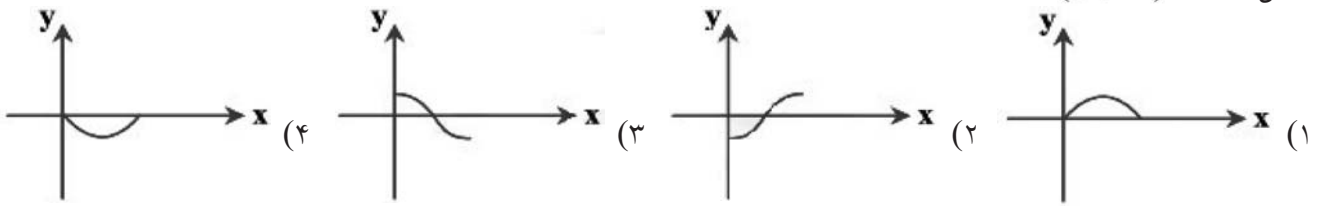
آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۳- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2 \text{Sin } x + |\text{Sin } x|}{2}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به کدام شکل است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۴- نمودار تابع  $f(x) = a + b \cos x$  از نقطه  $(\pi, 0)$  می‌گذرد. نمودار تابع  $g(x) = \frac{a}{b} \cos x$  در بازه  $[0, \pi]$  به کدام شکل است؟ ( $b \neq 0$ )



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۵- برد تابع  $y = -2 \sin x + 1$  بازه  $[a, b]$  است. حاصل  $b^2 - a^3$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۱۱

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۶- نمودار دو تابع  $y = \cos x$  و  $y = 3 \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $3\pi$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{5\pi}{2}$

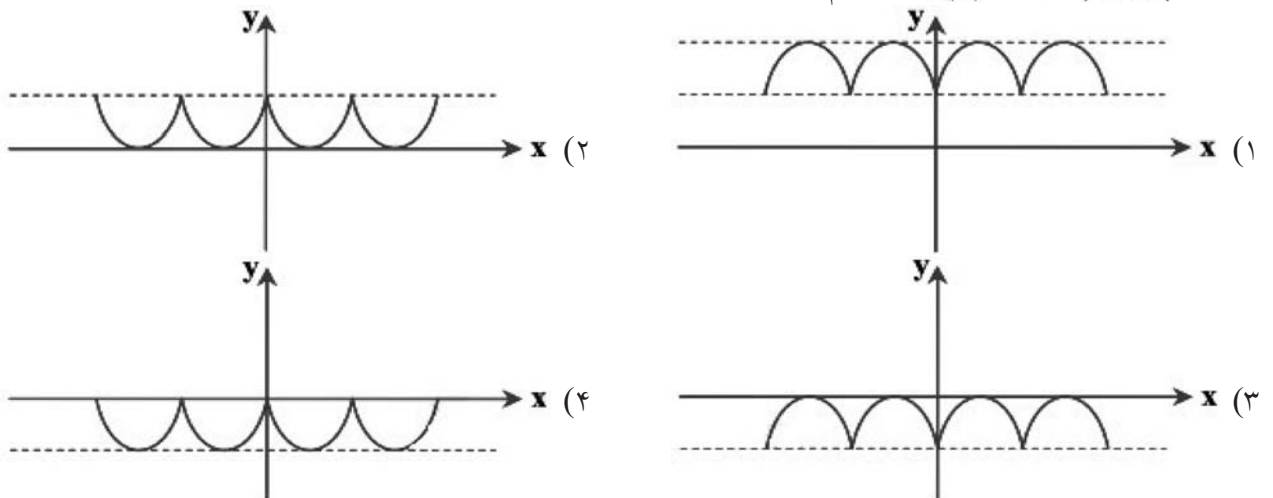
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۷- نمودار توابع  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  و  $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. در بازه  $(-\pi, \pi)$  این دو تابع چند نقطه برخورد دارند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

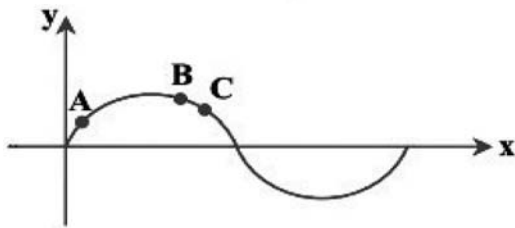
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۸- نمودار  $f(x) = 1 - |\sin x|$  در کدام گزینه آمده است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۹۹- شکل مقابل نمودار تابع  $y = \sin x$  است. به ترتیب مقادیر  $\sin 2^\circ$ ،  $\sin 2^{\text{rad}}$  و  $\sin \frac{3\pi}{4}$  عرض کدام نقاط



است؟

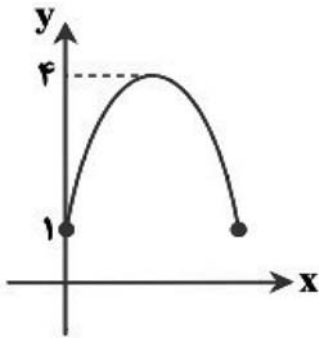
- (۱) A، A و C
- (۲) A، B و C
- (۳) A، C و B
- (۴) B، B و C

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۰- نمودار تابع  $f(x) = a \sin x + b$  در بازه  $[0, \pi]$  به شکل مقابل است.

مقدار  $a^2 + b^2$  کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲
- (۳) ۵
- (۴) ۱۳



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۱- نمودار دو تابع  $g(x) = -2$  و  $h(x) = 2$  در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$ ، در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۲- نمودار تابع  $y = \sin x$  بر نمودار کدام یک از توابع زیر منطبق است؟

- (۱)  $y = \sin(x - \pi)$
- (۲)  $y = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
- (۳)  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
- (۴)  $y = \cos(\pi - x)$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

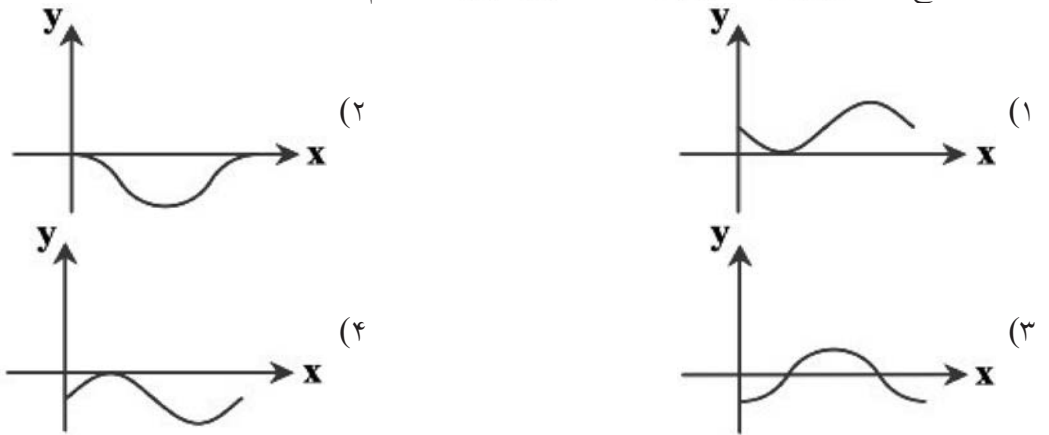
۱۰۳- حداقل مقدار تابع  $y = \sin x$  در نقاطی به طول .....  $x = \dots$  به دست می آید.  $(k \in \mathbb{Z})$

- (۱)  $2k\pi$
- (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$
- (۳)  $2k\pi + \pi$
- (۴)  $2k\pi + \frac{3\pi}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

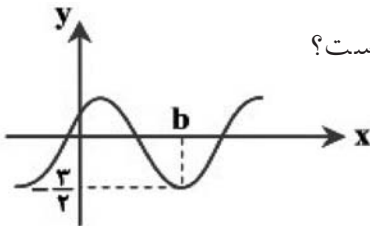


۱۰۴- نمودار تابع  $f(x) = \cos x - 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به کدام شکل است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۵- اگر نمودار تابع  $y = a + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  به صورت مقابل باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{7\pi}{6}$       (۲)  $-\frac{7\pi}{12}$   
 (۳)  $\frac{7\pi}{6}$       (۴)  $\frac{7\pi}{12}$

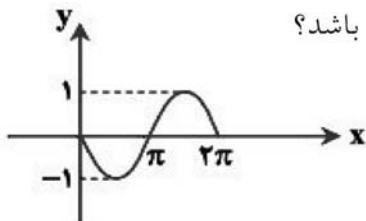
آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۶- اگر نمودار تابع  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  بر نمودار  $y = \sin(x + \alpha)$  منطبق باشد، کدام می توان باشد؟

- (۱)  $\frac{5\pi}{6}$       (۲)  $\frac{2\pi}{3}$       (۳)  $\frac{3\pi}{4}$       (۴)  $\frac{4\pi}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

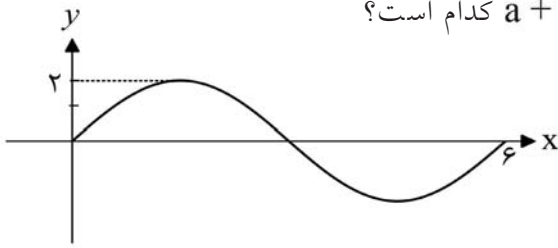
۱۰۷- نمودار تابع  $f(x)$  مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه می تواند نمایش جبری این تابع باشد؟



- (۱)  $y = \cos(\pi + x)$       (۲)  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$   
 (۳)  $y = \sin(\pi + x)$       (۴)  $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۰۸- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{4}{3}$   
 (۲)  $\frac{5}{3}$   
 (۳)  $\frac{7}{3}$   
 (۴)  $\frac{8}{3}$

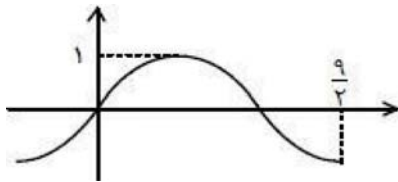
کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

۱۰۹- نمودار تابع  $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه  $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  در چند نقطه محور  $x$ ها را قطع می‌کند؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۳  
 (۳) ۴  
 (۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= تجربی

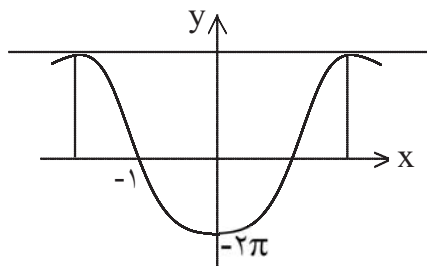
۱۱۰- نمودار تابع  $y = \sin \pi a x$  به صورت مقابل است.  $a$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{2}{3}$   
 (۳)  $\frac{1}{9}$   
 (۴)  $\frac{2}{9}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۴ - آزمونهای نشان برتر <= آزمونهای ۹۶-۹۷

۱۱۱- نمودار تابع به معادله  $y = A \cos(Bx)$  به صورت زیر است، با فرض این که

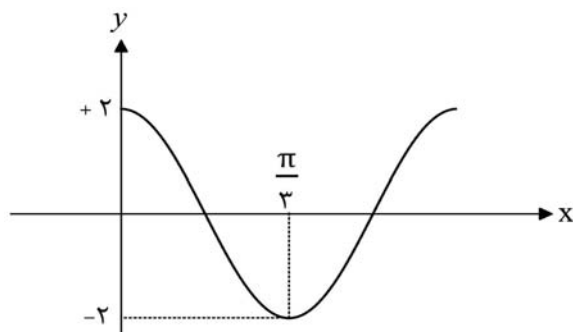


$B$  عددی مثبت است، حاصل  $A + B$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\pi}{2}$   
 (۲)  $\frac{-3\pi}{2}$   
 (۳)  $\frac{5}{2}$   
 (۴)  $\frac{-3}{2}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۰ - ۹۱

۱۱۲- اگر نمودار تابع  $y = a \cos bx$  در یک دوره تناوب آن به



صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه حاصل  $a.b$  کدام است؟ ( $b > 0$ )

- (۱) ۶  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۸

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۳- نمودار دو تابع  $y = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  و  $y = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  در بازه  $(0, 2\pi)$  همدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟  
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

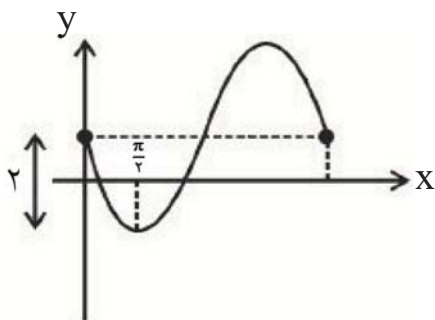
سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱۴- مجموع چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی  $a_n = [\sin n]$  چه قدر است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)  
 (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱۵- مجموع ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = -2 \cos x + 1$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

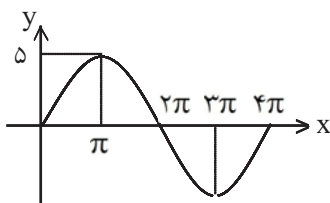


۱۱۶- شکل مقابل بخشی از نمودار تابع  $f(x) = 1 - b \sin x$  است.

مقدار  $f\left(\frac{94\pi}{3}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $1 - \sqrt{3}$  (۲)  $2 - \sqrt{3}$   
 (۳)  $1 + \sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{3} - 1$

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۱۱۷- نمودار  $y = a \sin bx$  به صورت مقابل داده شده است.  $a + 2b$  کدام است؟

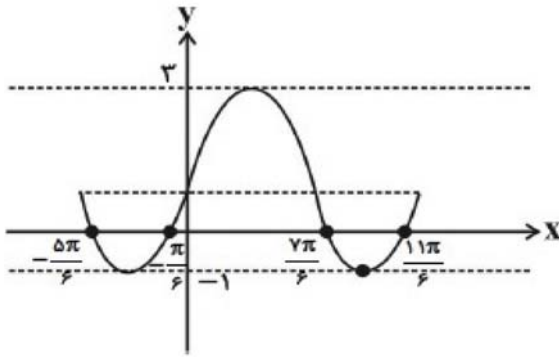
- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

سوالات گردآوری شده <= سری ۳ <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۱۸- در تابع مثلثاتی  $y = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$  در فاصله  $\left[\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$  کمترین مقدار تابع کدام است؟  
 (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۱۹- شکل زیر بخشی از نمودار چند تابع زیر می‌تواند باشد؟



الف)  $y = -2 \left( \sin(x - \pi) - \frac{1}{2} \right)$

ب)  $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

پ)  $y = 2 \sin x + 1$

ت)  $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1$

۱) صفر (۲) ۲) ۱ (۳) ۳) ۲ (۴) ۴) ۳

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۲۰- اگر  $f(x) = \sin x$  با دامنه  $D_f = \left[ \pi, \frac{3\pi}{2} \right]$  باشد، آنگاه حاصل  $f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟

۱)  $\frac{\pi}{6}$  ۲)  $\frac{4\pi}{3}$  ۳)  $\frac{7\pi}{6}$  ۴)  $-\frac{\pi}{6}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} \left( \frac{1}{\operatorname{Sin} x} - \operatorname{Sin} x \right) = \frac{\frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Cos} x}}{\sqrt{\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}}} \left( \frac{1 - \operatorname{Sin}^2 x}{\operatorname{Sin} x} \right)$$

$$= \frac{\operatorname{Sin} x}{\operatorname{Cos} x} \times |\operatorname{Cos} x| \left( \frac{\operatorname{Cos}^2 x}{\operatorname{Sin} x} \right) = -\operatorname{Cos}^2 x$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\hat{A} = 1 \text{ رادیان} \Rightarrow \hat{B} = \frac{\pi - 1}{2} = \frac{2/14}{2} = 1/0.7 \Rightarrow BC < AB$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{5 \times 180}{6} = 150^\circ, 150^\circ + 120^\circ = 270^\circ$$

کمان روی دایره ۹۰ - ۲۷۰ = ۳۶۰ - ۲۷۰ درجه است یعنی  $\frac{1}{4}$  محیط دایره یا  $l = \frac{2\pi R}{4} = \frac{5}{2}\pi$

$$l = \frac{5}{2}(3/14) = 5 \times 1/57 = 7/85$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

رادیان

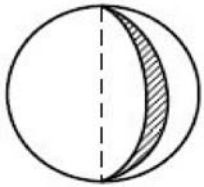
هر یک رادیان برابر ۵۷ درجه است پس اندازه کمان بر حسب درجه  $0.8 \times 57 = 45/6$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زاویه مرکزی هر دو کمان یکی است. اندازه کمان برابر اندازه زاویه مرکزی است پس نسبت اندازه کمانها، برابر ۱ است.

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول قوس مورد نظر برابر ۱ رادیان و  $\pi$  رادیان برابر ۱۸۰ درجه است.

$$\frac{180^\circ}{3/14} = 57^\circ \text{ پس یک رادیان برابر } 57^\circ$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سطح کل برابر با مجموع مساحت‌های دو نیم‌دایره به شعاع کره و  $\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$  سطح کره است.



$$S = \frac{1}{6}(\pi R^2) + \pi R^2 = \frac{7}{6}\pi R^2 = \frac{7}{6}\pi(9) = 10.5\pi$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{3}{5} = \frac{2\pi}{15} \text{ رادیان}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{2\pi}{15} \Rightarrow D = \frac{2\pi \times 180^\circ}{15} = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول یک رادیان برابر شعاع دایره است پس طول قوس یک رادیان ۱۰ سانتی‌متر است در نتیجه طول قوس ۸ سانتی‌متر برابر  $0.8$  رادیان است.

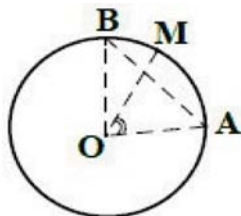
۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر رادیان برابر  $\frac{180}{3.14}$  درجه است پس  $180 \times \frac{180}{3.14} = 10125.8$  درجه است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کمان به طول  $R = 10$  واحد برابر ۱ رادیان است. پس کمان به طول ۹ واحد برابر  $0.9$  رادیان است. هر رادیان برابر  $\frac{180}{3.14} \approx 57.3$  درجه است. پس  $0.9 \times 57.3 = 51.57$  تقریباً  $51.5$  درجه است.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\frac{7\pi}{20} = \frac{7 \times 180}{20} = 63^\circ$  مجموع هر سه زاویه  $180^\circ$  درجه است.

$$75^\circ = 75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5}{12}\pi \text{ می‌دانیم } \alpha = 180 - (63 + 42) = 75^\circ$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کمان  $2\pi$  یک دور کامل است و  $\frac{3\pi}{5} = \frac{3 \times 180}{5} = 108^\circ$  و  $\frac{13\pi}{5} = 2\pi + \frac{3\pi}{5}$  پس انتهای کمان در ناحیه دوم مثلثاتی است.



۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اندازه کمان  $AM$  برابر ۱ رادیان  $\widehat{AM} = R$  در مثلث متساوی‌الاضلاع  $OAB$  وتر

$$\frac{AB}{AM} > 1 \text{ یا } AM < AB \text{ پس } AB = R$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر  $\pi$  رادیان  $180^\circ$  درجه است پس هر رادیان برابر  $\frac{180}{3.14} = 57.3$  درجه است.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اندازه کمان دایره برابر اندازه زاویه مرکزی آن با واحد رادیان است. سه دایره با زاویه مرکزی یکسان موجود است پس اندازه کمانها برحسب رادیان یکسان است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. محیط دایره  $2\pi R$  یعنی  $\frac{6}{28}$  برابر شعاع آن است کمی بیش تر از ۶

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در دایره‌ای به شعاع  $R$ ، طول کمان روبه‌روی زاویه مرکزی  $\theta$  رادیان، برابر  $L = R\theta$  است. با توجه به نکته بالا می‌توان نوشت:

$$L = R\theta \Rightarrow 2\pi = 20\theta \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته ۱: همواره بین اندازه یک زاویه مانند  $\theta$  برحسب رادیان و طول کمان روبه‌رو به آن  $\theta = \frac{l}{r}$  (۱) در یک دایره به شعاع  $r$ ، رابطه زیر برقرار است:

نکته ۲: برای تبدیل اندازه یک زاویه از رادیان به درجه، کافی است اندازه زاویه را در  $\frac{180}{\pi}$  ضرب کنیم.

با توجه به نکته ۱، ابتدا بررسی می‌کنیم چه طولی از تسمه حرکت کرده است:

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = r\theta \Rightarrow l = \frac{R}{4} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi R}{8}$$

چون دو قرقره با یک تسمه به هم وصل می‌شوند و تسمه به اندازه  $\frac{\pi R}{8}$  حرکت کرده است، پس قرقره بزرگ‌تر هم به اندازه  $\frac{\pi R}{8}$  می‌چرخد.

حال به کمک نکته ۱، اندازه زاویه‌ای که دایره بزرگ‌تر حرکت کرده را به دست می‌آوریم:

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \theta = \frac{\frac{\pi R}{8}}{R} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{8}$$

$$\theta = \frac{\pi}{8} \times \frac{180}{\pi} = \frac{180}{8} = 22.5$$

به کمک نکته ۲، اندازه زاویه را برحسب درجه به دست می‌آوریم:

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد کابین‌ها ۲۰ عدد است، پس زاویه بین دو کابین متوالی برابر  $\frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$  است.

از طرفی داریم:

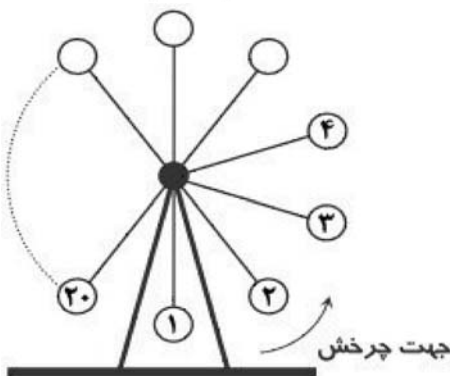
$$\frac{21\pi}{5} = 4\pi + \frac{\pi}{5} = 4\pi + \frac{2\pi}{10}$$

$$\frac{2\pi}{10} = 2 \times \frac{\pi}{10}$$

پس هر کابین، دو دور کامل چرخیده و سپس به اندازه  $\frac{\pi}{10}$

نسبت به وضعیت قبلی خود جلو رفته است، یعنی هر کابین به اندازه دو

کابین جلو رفته است، پس کابین ۲ به محل کابین ۴ منتقل شده است.



۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در دایره‌ای به شعاع  $r$ ، طول کمان روبه‌روی زاویه مرکزی  $\alpha$  رادیان برابر است با:  $l = r\alpha$

نکته: زاویه  $\beta$  درجه، برابر  $\frac{\pi}{180} \times \beta$  رادیان است.

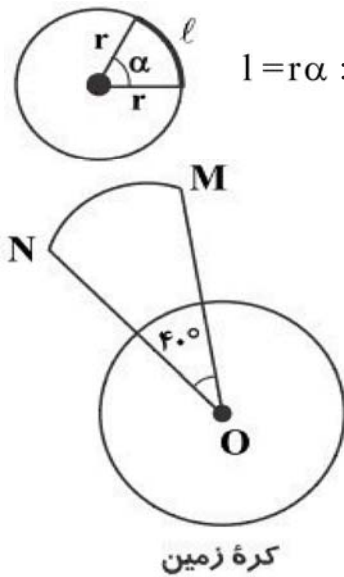
با توجه به شکل، شعاع مدار گردش این ماهواره به دور زمین برابر است با:

$$R = 6400 + 800 = 7200$$

از طرفی  $40^\circ$  برحسب رادیان برابر است با:

$$40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{9}$$

پس طول کمان MN برابر است با:



کره زمین



۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

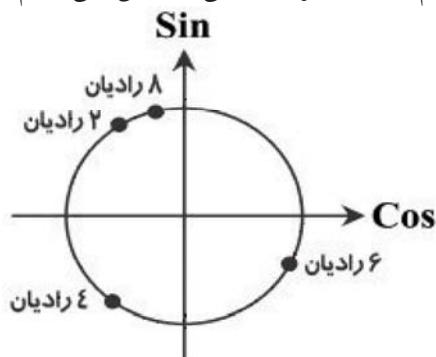
نکته: علامت نسبت‌های مثلثاتی در هر ربع به صورت زیر است:

نسبت مثلثاتی \ ربع	اول	دوم	سوم	چهارم
$\text{Sin}\alpha$	+	+	-	-
$\text{Cos}\alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\text{Cot}\alpha$	+	-	+	-

راه حل اول:

نکته: هر یک رادیان تقریباً معادل ۵۷ درجه است.

هریک از زاویه‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ رادیان را به صورت تقریبی به درجه تبدیل می‌کنیم و در دایره مثلثاتی نمایش می‌دهیم:



$$2^{\text{rad}} \approx 2 \times 57^\circ = 114^\circ \qquad 4^{\text{rad}} \approx 4 \times 57^\circ = 228^\circ$$

$$6^{\text{rad}} \approx 6 \times 57^\circ = 342^\circ \qquad 8^{\text{rad}} \approx 8 \times 57^\circ = 456^\circ$$

با توجه به شکل مقابل، مقادیر  $\text{Cos } 2$ ،  $\text{Cos } 4$ ،  $\text{Cos } 6$  و  $\text{Cos } 8$  منفی هستند و فقط مقدار  $\text{Cos } 6$  مثبت است. پس مقدار  $\text{Cos } 6$  از بقیه اعداد بزرگ‌تر است.

راه حل دوم:

$$\frac{\pi}{2} < 2 < \pi \Rightarrow \text{Cos } 2 \text{ منفی است.} \Rightarrow 2^{\text{rad}} \text{ در ربع دوم است.}$$

$$\pi < 4 < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \text{Cos } 4 \text{ منفی است.} \Rightarrow 4^{\text{rad}} \text{ در ربع سوم است.}$$

$$\frac{3\pi}{2} < 6 < 2\pi \Rightarrow \text{Cos } 6 \text{ مثبت است.} \Rightarrow 6^{\text{rad}} \text{ در ربع چهارم است.}$$

$$\frac{5\pi}{2} < 8 < 3\pi \Rightarrow \text{Cos } 8 \text{ منفی است.} \Rightarrow 8^{\text{rad}} \text{ در ربع دوم است.}$$

بنابراین  $\text{Cos } 6$  از بقیه بزرگ‌تر است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: زاویه  $\alpha$  رادیان، برابر  $\frac{180}{\pi} \times \alpha$  درجه است.

نکته: زاویه  $\beta$  درجه، برابر  $\frac{\pi}{180} \times \beta$  رادیان است.

نکته: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر  $180^\circ$  درجه است.

$$\hat{A} = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)} \Rightarrow \hat{A} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 120^\circ$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 45^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$$

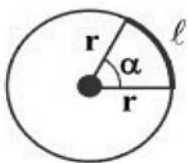
۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: علامت نسبت‌های مثلثاتی در هر ربع به صورت زیر است:

ربع \n نسبت مثلثاتی	اول	دوم	سوم	چهارم
<b>Sin<math>\alpha</math></b>	+	+	-	-
<b>Cos<math>\alpha</math></b>	+	-	-	+
<b>tan<math>\alpha</math></b>	+	-	+	-
<b>Cot<math>\alpha</math></b>	+	-	+	-

$$\text{Sin } \alpha \cdot \text{tan } \alpha = \text{Sin } \alpha \cdot \frac{\text{Sin } \alpha}{\text{Cos } \alpha} = \frac{\text{Sin}^2 \alpha}{\text{Cos } \alpha} < 0, \quad \text{Sin}^2 \alpha \geq 0 \rightarrow \text{Cos } \alpha < 0, \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\text{Cos } \alpha \cdot \text{cot } \alpha = \text{Cos } \alpha \cdot \frac{\text{Cos } \alpha}{\text{Sin } \alpha} = \frac{\text{Cos}^2 \alpha}{\text{Sin } \alpha} > 0, \quad \text{Cos}^2 \alpha \geq 0 \rightarrow \text{Sin } \alpha > 0,$$

بنابراین  $\text{Sin } \alpha$  منفی و  $\text{Cos } \alpha$  مثبت است، پس از نکته بالا نتیجه می‌گیریم که انتهای کمان زاویه  $\alpha$  در ربع دوم قرار دارد.



۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در دایره‌ای به شعاع  $r$ ، طول کمان روبه‌روی زاویه مرکزی  $\alpha$  رادیان، برابر است با:  $l = r\alpha$

با استفاده از نکته بالا داریم:

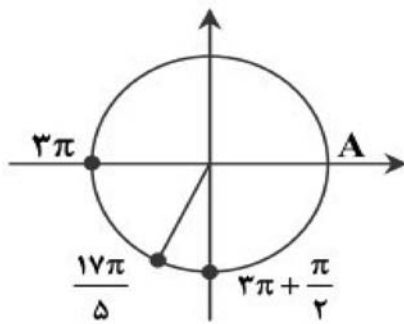
$$2 = 10 \times \alpha \Rightarrow \alpha = 0.2 \text{ (rad)}$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: زاویه  $\alpha$  رادیان برابر  $\frac{180}{\pi} \times \alpha$  درجه است.

با توجه به نکته بالا، زاویه  $\frac{\pi}{20}$  رادیان برحسب درجه برابر است با:  $\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{20} = 9$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
نکته: هر دور دایره مثلثاتی برابر  $2\pi$  رادیان است.



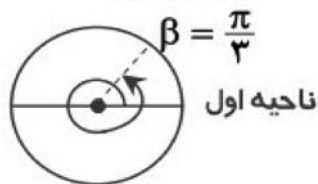
$$\frac{17\pi}{5} = 3\pi + \frac{2\pi}{5} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{نیم دور}}}{2\pi} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{یک دور}}}{\pi} + \frac{2\pi}{5}$$

بنابراین از مبدأ (نقطه A) به اندازه یک و نیم دور به علاوه  $\frac{2\pi}{5}$  رادیان حرکت کرده‌ایم. با توجه به اینکه  $0 < \frac{2\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$  پس  $3\pi < 3\pi + \frac{2\pi}{5} < 3\pi + \frac{\pi}{2}$  بنابراین زاویه  $\frac{17\pi}{5}$  در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اندازه کل کمان هر دایره  $360^\circ$  یا  $2\pi$  رادیان است. بنابراین مضارب صحیح  $2\pi$  در تعیین ناحیه زاویه تأثیری ندارند. برای آنکه کمان  $\alpha$  و  $\beta$  را بر روی دایره مشخص کنیم، داریم:



$$\alpha = -\frac{9\pi}{4} = -2\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha \text{ ناحیه چهارم است.}$$



$$\beta = \frac{7\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \beta \text{ در ناحیه اول است.}$$

پس  $\alpha$  در ناحیه چهارم و  $\beta$  در ناحیه اول است.

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: اگر  $D$  اندازه زاویه برحسب درجه و  $R$  اندازه آن برحسب رادیان باشد، داریم:  $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$

نکته ۲: همواره بین اندازه یک زاویه مانند  $\theta$  (برحسب رادیان) و طول کمان روبه‌رو به آن ( $l$ ) در یک دایره به شعاع  $r$

$$\theta = \frac{l}{r} \quad \text{رابطه زیر برقرار است:}$$

$$\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

ابتدا با استفاده از نکته ۱ اندازه زاویه را برحسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{l}{24} \Rightarrow l = 16\pi$$

حال با توجه به نکته ۲ داریم:

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $D$  اندازه زاویه بر حسب درجه و  $R$  اندازه آن بر حسب رادیان باشد، داریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{105^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{12}$$

مطابق نکته داریم:

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{6}{3} = 2 \text{ (rad)}$$

$$\left( \frac{0}{25} \right) \quad \left( \frac{0}{25} \right) \quad 2 \times 57/3^\circ = 114/6^\circ \quad \left( \frac{0}{25} \right)$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$L = 4 \text{ cm} \Rightarrow L = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \theta = \frac{4}{2} = 2$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$L = 5 \text{ cm} \Rightarrow L = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$r = 10 \text{ cm}$$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$L = 4 \text{ cm} \Rightarrow L = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \theta = \frac{4}{4} = 1$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$L_A = L_B$$

$$L_A = r_A \times \theta_A \Rightarrow L_A = 15 \times \frac{\pi}{3} = 5\pi$$

$$L_B = r_B \times \theta_B \Rightarrow 5\pi = 10 \times \theta_B \Rightarrow \theta_B = \frac{\pi}{2}$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$L_A = L_B$$

$$L_A = r_A \times \theta_A \Rightarrow L_A = 20 \times \frac{\pi}{6} = \frac{10\pi}{3}$$

$$L_B = r_B \times \theta_B \Rightarrow \frac{10\pi}{3} = 16 \times \theta_B \Rightarrow \theta_B = \frac{5\pi}{24}$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$L_A = L_B$$

$$L_A = r_A \times \theta_A \Rightarrow L_A = 12 \times \frac{\pi}{4} = 3\pi$$

$$L_B = r_B \times \theta_B \Rightarrow 3\pi = 4 \times \theta_B \Rightarrow \theta_B = \frac{3\pi}{4}$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، آن گاه  $\text{tg} \alpha \geq 1$  است. اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$ ، آن گاه  $\text{tg} \alpha \leq -1$  می شود، بنابراین برد تابع  $y = \text{tg} \alpha$  وقتی  $\frac{\pi}{4} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$  برابر  $R - (-1, 1)$  است و هیچ وقت  $-\frac{1}{2}$  نمی شود.

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

لذا:

$$\left| \frac{m}{2m+3} \right| > 1 \Rightarrow |m| > |2m+3| \xrightarrow{\text{طرفین نامعادله به توان ۲ می رسانیم}} (m)^2 > (2m+3)^2$$

$$(m)^2 - (2m+3)^2 > 0 \Rightarrow (m+2m+3)(m-2m-3) > 0 \Rightarrow (3m+3)(-m-3) > 0 \Rightarrow -3 < m < -1$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{6\pi - \pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\text{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\text{Cotg} \alpha$$

$$\cos \alpha (-\sin \alpha) + \text{Cotg} \alpha = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{\text{tg} \alpha} = -\frac{1}{2} \times \frac{2 \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\text{tg} \alpha}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right) + \text{tg}\left(\frac{19\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-3\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \text{tg}\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-2\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \left(-\sin \frac{\pi}{3}\right) \left(-\cos \frac{\pi}{6}\right) + \left(-\text{tg} \frac{\pi}{4}\right) \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} + (-1) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin(90^\circ + 20^\circ) + \cos(270^\circ - 20^\circ) - \sin(270^\circ + 20^\circ)}{\sin(180^\circ + 20^\circ) + \sin(450^\circ - 20^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{2 - \tan 20^\circ}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{2 - \frac{4}{15}}{1 - \frac{4}{15}} = \frac{26}{11}$$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\tan 120^\circ = \tan(180^\circ - 60^\circ) = -\sqrt{3}, \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot 570^\circ = \cot(3 \times 180^\circ + 30^\circ) = \sqrt{3}, \cos(-210^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-\sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0 \quad \text{پس حاصل به صورت } 0 \text{ است.}$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\tan\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) \cot\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} \cot \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6}$$

$$-\sqrt{3}(\sqrt{3}) - \frac{1}{2} = -3/5 \quad \text{پس حاصل برابر } -3/5 \text{ است.}$$

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin 600^\circ = \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\text{حاصل به صورت } \frac{3}{4} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} \text{ است.}$$

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1536^\circ = 4(360^\circ) + 96^\circ = 90^\circ + 6^\circ$$

در ناحیه دوم مثلثاتی

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin(72^\circ + 21^\circ) + \operatorname{tg}(72^\circ + 45^\circ) = \sin 21^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \operatorname{Cotg}^2 x = 1 + 8 = 9$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x = -\frac{1}{3} \quad \text{پس } \sin x = \frac{1}{3} \text{ از طرفی داریم}$$

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha, \quad \cos(11\pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

حاصل به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha + 2\cos\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha - 2} = \frac{1}{0/2 - 2} = \frac{1}{-1/8} = -\frac{10}{18} = -\frac{5}{9}$$

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{250\pi}{8} = 31\pi + \frac{\pi}{4} = 16(2\pi) + \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(-\frac{250\pi}{8}\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -\sin\frac{5\pi}{4} = -\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{250\pi}{8}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\left(-\frac{250\pi}{8}\right) = \operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4} = -1$$

$$\operatorname{Cotg}\left(-\frac{250\pi}{8}\right) = \operatorname{Cotg}\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 1$$

$$\sin\left(-\frac{250\pi}{8}\right) + 2\cos\left(\frac{250\pi}{8}\right) + 3\operatorname{tg}\left(-\frac{250\pi}{8}\right) + 4\operatorname{Cotg}\left(\frac{250\pi}{8}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 3(-1) + 4(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} - 3 + 4 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

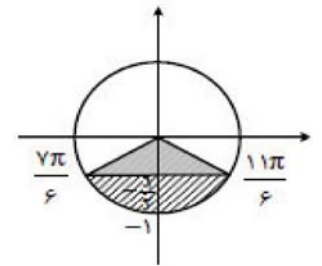
در نتیجه:

۵۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{\cos x - 1 - \cos x}{\sin x} = \frac{-1}{\sin x}$$

$$\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6} \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq -\frac{1}{2}$$

$$-1 \geq \frac{1}{\sin x} \geq -2 \Rightarrow 1 \leq \frac{-1}{\sin x} \leq 2$$



در نتیجه: بیشترین مقدار  $\frac{-1}{\sin x}$  برابر ۲ است.

۵۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq \operatorname{tg} x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{m}{m-1} \leq 1 \Rightarrow \frac{m^2}{(m-1)^2} \leq 1$$

در نتیجه  $0 \leq -2m + 1$  یا  $m \leq \frac{1}{2}$

۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} \frac{\sqrt{3}\pi}{6} = \operatorname{tg} \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{Sin} \frac{11\pi}{6} = \operatorname{Sin} \left( 2\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\operatorname{Sin} \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Cos} \left( \frac{4\pi}{3} \right) = \operatorname{Cos} \left( \pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\operatorname{Cos} \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

حاصل به صورت  $-\frac{1}{9} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}}$  است.

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow B + C = \frac{\pi}{3} \Rightarrow 3B + 3C = \pi \Rightarrow 3C = \pi - 3B$$

$$\operatorname{tg} 3B + \operatorname{tg} (\pi - 3B) = \operatorname{tg} 3B - \operatorname{tg} 3B = 0$$

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{Cos} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \operatorname{Sin} \theta, \operatorname{Sin} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \operatorname{Cos} \theta$$

می دانیم:

$$(\operatorname{Sin} \theta + \operatorname{Cos} \theta)^2 + (\operatorname{Cos} \theta - \operatorname{Sin} \theta)^2 = 2(\operatorname{Sin}^2 \theta + \operatorname{Cos}^2 \theta) = 2$$

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقادیر هریک از نسبت های مثلثاتی مفروض را جایگزین می کنیم.

$$(1)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3}\right) x \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر مضرب های  $2\pi$  از  $(\alpha - \beta)$  حذف کنیم علامت کمان حاده  $(\alpha - \beta)$  مثبت یا منفی است، که در آن صورت الزاماً  $\operatorname{Cos}(\alpha - \beta) > 0$

۵۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \operatorname{Sin} \frac{20\pi}{3} = 2 \operatorname{Sin} \left( 7\pi - \frac{\pi}{3} \right) = 2 \operatorname{Sin} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

تساوی  $2 \operatorname{Sin} \frac{20\pi}{3} = -1$  نادرست است.



۶۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$$

چون  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} - \alpha$  علامت منفی مورد قبول است.

۶۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\beta = \frac{3\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \sin\alpha + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha - \sin\alpha = 0$$

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cotg(-330^\circ) = \cotg(-360^\circ + 30^\circ) = \cotg 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tg 120^\circ = \tg(180^\circ - 60^\circ) = -\tg 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\tg 585^\circ = \tg(360^\circ + 225^\circ) = \tg 225^\circ = \tg(180^\circ + 45^\circ) = \tg 45^\circ = 1$$

$$\sqrt{3}(-\sqrt{3}) + 1 = -2 \text{ حاصل}$$

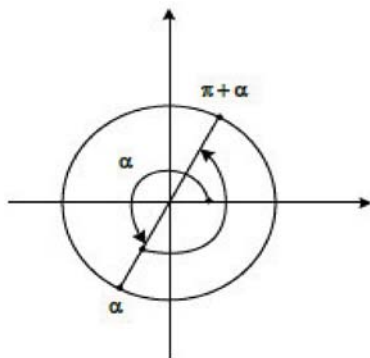
۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$0 \leq \theta \leq 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin 0^\circ + \sin 90^\circ + \sin 180^\circ + \sin 270^\circ = 0 + 1 + 0 - 1 = 0 \\ \cos 0^\circ + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ + \cos 270^\circ = 1 + 0 - 1 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$S_{28} = 0$$

۲۸ مضرب ۴ است. بنابراین:

۶۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\cos\alpha = \pm\frac{1}{3}$$

زیرا انتهای کمان در ناحیه اول قرار می‌گیرد  $\cos(180^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}$

۶۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(20 + 14\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{2})^3} = 2 + \sqrt{2}$$

$$(20 + 14\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} + 4\cos 18^\circ \sin 135^\circ = 2 + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$$

در نتیجه:

$$(2 - \sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} 205^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 25^\circ) = \operatorname{tg} 25^\circ = 2a + 1$$

$$\sin^2 155^\circ = \sin^2(180^\circ - 25^\circ) = \sin^2 25^\circ$$

$$\cos^2 385^\circ = \cos^2(360^\circ + 25^\circ) = \cos^2 25^\circ$$

در نتیجه:

$$\frac{\operatorname{tg} 205^\circ}{\sin^2 155^\circ + \cos^2 385^\circ} = \frac{\operatorname{tg} 205^\circ}{\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ} = \frac{2a + 1}{1} = 2a + 1$$

۶۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos 157/5^\circ = \cos(180^\circ - 22/5^\circ) = -\cos 22/5^\circ$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ$$

$$\cos 112/5^\circ = \cos(180^\circ - 67/5^\circ) = -\cos 67/5^\circ$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} & \cos 22/5^\circ + \cos 45^\circ + \dots + \cos 157/5^\circ \\ &= \cancel{\cos 22/5^\circ} + \cos 45^\circ + \cancel{\cos 67/5^\circ} + \cos 90^\circ - \cancel{\cos 67/5^\circ} - \cos 45^\circ - \cancel{\cos 22/5^\circ} \\ &= \cos 90^\circ = 0 \end{aligned}$$

۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 250^\circ + \sin 700^\circ}{\cos 560^\circ - \cos 110^\circ} = \frac{\sin(270^\circ - 20^\circ) + \sin(2 \times 360^\circ - 20^\circ)}{\cos(3 \times 180^\circ + 20^\circ) - \cos(90^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر}} \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} = \frac{-1 - \tan 20^\circ}{-1 + \tan 20^\circ} = \frac{-1 - 0/4}{-1 + 0/4} = \frac{-1/4}{-0/6} = \frac{7}{3} \\ & \xrightarrow{\text{تقسیم می کنیم}} \frac{-\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ} \end{aligned}$$

۶۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اول نسبت ها را به صورت ساده تری می نویسیم:

$$\cos(285^\circ) = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin(255^\circ) = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin(525^\circ) = \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin(105^\circ) = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\text{عبارت اصلی: } \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \cos 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$$

با توجه به این که مقدار  $\tan 15^\circ$  را داریم، صورت و مخارج کسر را بر  $\cos 15^\circ$  تقسیم می کنیم:

کسر

$$f(x) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = 5 - 1 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = -\frac{1}{4} \quad (\text{چون تابع در ابتدا نزولی است})$$

$$f(x) = 3 - \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) = 3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{5}$$

۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$$

$$\text{نکته: } \sin(\pi \pm \alpha) = \mp \sin \alpha, \quad \cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha$$

طبق فرض  $\alpha$  و  $\beta$  مکمل اند، پس  $\alpha + \beta = \pi \Rightarrow \beta = \pi - \alpha$

اکنون با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

۷۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \quad \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\text{نکته: } \cos(-x) = \cos x, \quad \sin(-x) = -\sin x$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\cos(\alpha - 70^\circ) = \cos(70^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ - (70^\circ - \alpha)) = \sin(20^\circ + \alpha) \quad \frac{3}{5} \text{ طبق فرض}$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته:  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

نکته:  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\sin\beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$$

با توجه به فرض سؤال  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین  $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ، پس:

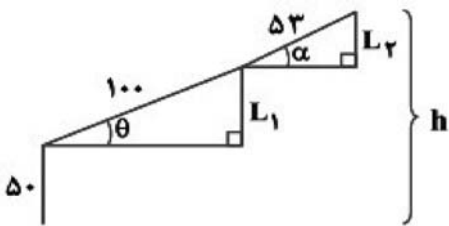
برای به دست آوردن مقدار  $\cos\alpha$  با استفاده از مقدار  $\sin\alpha$  داریم:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{-24}{25}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{576}{625} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{49}{625}$$

$$\sin\beta = -\frac{7}{25}$$

چون  $\alpha$  در ربع سوم است، پس:  $\cos\alpha = -\frac{7}{25}$ ، بنابراین:

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ارتفاع نوک گیره این ربات را از سطح زمین برحسب زاویه‌های  $\theta$  و  $\alpha$  می‌نویسیم.



$$\sin\theta = \frac{L_1}{100} \Rightarrow L_1 = 100 \sin\theta$$

$$\sin\alpha = \frac{L_2}{53} \Rightarrow L_2 = 53 \sin\alpha$$

$$h = 50 + 100 \sin\theta + 53 \sin\alpha$$

بنابراین ارتفاع نوک گیره از سطح زمین (h) برابر است با:  
با جایگذاری  $h = 23/5$  و  $\alpha = 30^\circ$  در رابطه بالا داریم:

$$23/5 = 50 + 100 \sin\theta + 53 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 23/5 = 50 - 26/5 + 100 \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$$

۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ، آنگاه:  $\sin\alpha = \cos\beta$ ،  $\cos\alpha = \sin\beta$

هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$x = 70^\circ: \begin{cases} \text{طرف راست: } \cos(20^\circ + 70^\circ) = \cos 90^\circ = 0 \\ \text{طرف چپ: } \cos 70^\circ \end{cases} \quad \times$$

$$x = 90^\circ: \begin{cases} \text{طرف راست: } \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \text{طرف چپ: } \sin 90^\circ = 1 \end{cases} \quad \times$$

$$x = 20^\circ: \begin{cases} \text{طرف راست: } \cos(20^\circ + 20^\circ) = \cos 40^\circ \\ \text{طرف چپ: } \sin 20^\circ \end{cases} \quad \times$$

$$x = 35^\circ: \begin{cases} \text{طرف راست: } \cos(35^\circ + 20^\circ) = \cos 55^\circ \\ \text{طرف چپ: } \sin 35^\circ = \sin(90^\circ - 55^\circ) = \cos 55^\circ \end{cases} \quad \checkmark$$

نکته:  $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$ ،  $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$

۷۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\cot(-120^\circ) = -\cot(120^\circ) = -\cot(180^\circ - 60^\circ) = -(-\cot 60^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین محمود در مرحله ۳ مرتکب اشتباه شده است.

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $\tan(\pi + x) = \tan x$  ,  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$  نکته

نکته:  $\tan x \cdot \cot x = 1$

ابتدا با توجه به تساوی  $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، هر یک از عبارت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \tan(3x + 2y) = \tan(2(x + y) + x) = \tan\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right) + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x \\ \tan(5x + 4y) = \tan(4(x + y) + x) = \tan\left(4\left(\frac{\pi}{4}\right) + x\right) = \tan(\pi + x) = \tan x \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر داریم:  $A = (-\cot x)(\tan x) = -1$

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ، آنگاه:  $\cos \alpha = \sin \beta$  ,  $\sin \alpha = \cos \beta$   
نکته: اگر  $\alpha - \beta = 90^\circ$ ، آنگاه:  $\cot \alpha = -\tan \beta$

نکته:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  ,  $\tan \alpha \cot \alpha = 1$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\cos^2(25^\circ + x) + \cos^2(65^\circ - x) = \cos^2(25^\circ + x) + \sin^2(90^\circ - (65^\circ - x))$$

$$= \cos^2(25^\circ + x) + \sin^2(25^\circ + x) = 1$$

$$\cot(25^\circ + x) \cdot \cot(x + 115^\circ) = -\tan(90^\circ + (25^\circ + x)) \cdot \cot(x + 115^\circ)$$

$$-\tan(x + 115^\circ) \cdot \cot(x + 115^\circ) = -1$$

$$A = \frac{1}{-1} = -1$$

با جای‌گذاری این مقادیر داریم:

۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته:  $\begin{cases} \sin(\pi + x) = -\sin x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases}$   $\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases}$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \end{cases}$$
  $\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$

با توجه به نکته، عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = 2 \Rightarrow \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = 2$$

برای به‌دست آوردن مقدار  $\tan \alpha$  دو روش ارائه می‌کنیم:

روش اول: به کمک طرفین وسطین معادله بالا داریم:

$$-\sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - 2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

روش دوم: اگر صورت و مخرج تساوی حاصل را بر  $\cos \alpha$  تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{-\tan \alpha - 1}{1 - \tan \alpha} = 2 \Rightarrow -\tan \alpha - 1 = 2 - 2 \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

۸۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\text{Sin}(۳۶۰^\circ + \alpha) = \text{Sin} \alpha$  ,  $\text{Cos}(۳۶۰^\circ + \alpha) = \text{Cos} \alpha$  نکته

نکته :

نکته:  $\text{Sin}(-\alpha) = -\text{Sin} \alpha$  ,  $\text{Cos}(-\alpha) = \text{Cos} \alpha$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{cases} \text{Sin } ۴۰۵^\circ = \text{Sin}(۳۶۰^\circ + ۴۵^\circ) = \text{Sin } ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{Cos } \frac{-۷\pi}{3} = \text{Cos } \frac{۷\pi}{3} = \text{Cos}\left(۲\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \text{Cos } \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = a + b \text{Cos}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow y = a + b \text{Sin} x$$

چون به ازای  $x > 0$  شروع صعودی است پس  $b > 0$

$$y_{\max} = a + b = ۳$$

$$f\left(-\frac{۵\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a + b \text{Sin}\left(-\frac{۵\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow a - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = ۲a \Rightarrow a + ۲a = ۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \text{Sin} x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = ۲$$

۸۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل پرسش مقدار تابع غیرمنفی است. مقدار آن در ناحیه اول مثلثاتی حالت نزولی دارد. پس  $y = -\text{Sin} x + 1$  مورد قبول است.

۸۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقدار کسینوس در بازه  $[-1, 1]$  است  $-۳ \leq ۳ \text{Cos}\left(۲x - \frac{\pi}{6}\right) \leq ۳$  پس

$$y \in [-۴, ۲] \text{ یا } -۱ - ۳ \leq y \leq -۱ + ۳$$

۸۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کمترین مقدار تابع  $\frac{1}{4}$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  است  $\frac{1}{4} = 1 + a \text{Sin} \frac{\pi}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$  تابع

مفروض در بازه  $[0, \pi]$  در سه نقطه مقدار ۱ را داشته است پس  $b = ۲$  در نتیجه  $a + b = \frac{۳}{۲}$

۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خلاصه تابع  $f(x) = a + b \text{Cos} x$  است. با توجه به شکل داریم:

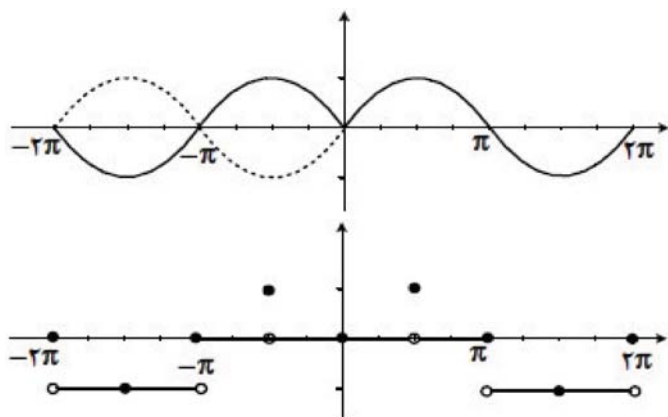
$$f(0) = a + b = ۲, f(\pi) = a - b = -۴$$

از دو معادله فوق خواهیم داشت  $a = -۱$

۸۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin|x| = \begin{cases} \sin x & x \geq 0 \\ \sin(-x) & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} \sin x & x \geq 0 \\ -\sin x & x < 0 \end{cases}$$

در نتیجه:



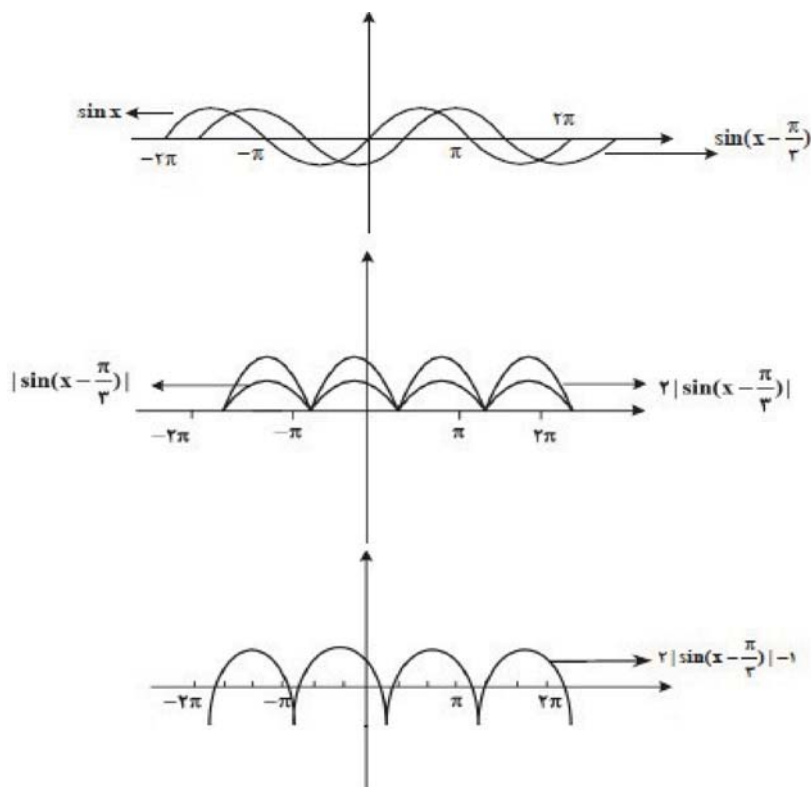
۸۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $f(x) = a - b \sin x$  با توجه به شکل داریم

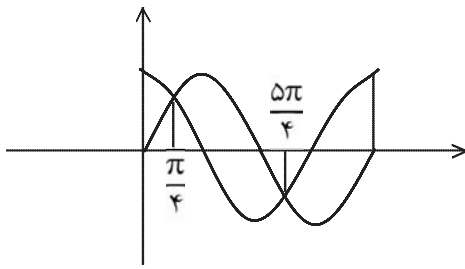
$$f(0) = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ و } f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 - b \sin \frac{3\pi}{2} = \frac{3}{2}$$

پس  $b = \frac{1}{2}$  و ضابطه تابع به صورت  $f(x) = 1 - \frac{1}{2} \sin x$  است.

$$f\left(\frac{17\pi}{6}\right) = f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

۸۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.





۸۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار دو تابع در دو نقطه متقاطع اند روی بازه  $(0, \pi)$  و نیز بازه  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$  اگر هر دو نمودار را قطع دهیم.

$$\sin x = \cos x \Rightarrow \operatorname{tg} x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

۹۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 \Rightarrow y = 2 \sin x + 1$$

منحنی سینوسی با انتقال به اندازه  $2\pi$  روی محور  $x$  ها به طور یکسان تکرار می شود.

۹۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برد تابع به صورت بازه  $[-1, 3]$  و محور  $y$  ها را در نقطه  $(0, 1)$  قطع کرده لذا معادله آن به صورت  $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1$  است.

۹۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

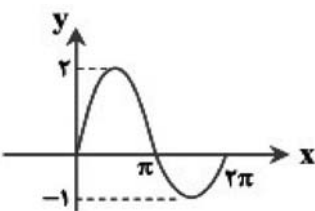
$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin x + 1 \leq \frac{3}{2}$$

برد تابع به صورت بازه  $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$  است.

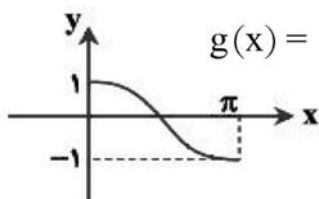
۹۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که مقادیر تابع سینوس در بازه  $[0, \pi]$  غیرمنفی و در بازه  $[\pi, 2\pi]$  غیرمثبت است، پس می توان ضابطه تابع  $f$  را به صورت زیر ساده کرد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x + \sin x}{2} & 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{2 \sin x - \sin x}{2} & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases} = \begin{cases} 2 \sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ \sin x & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع  $f(x)$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به شکل مقابل است:



۹۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق فرض نقطه  $(\pi, 0)$  روی این تابع قرار دارد، پس مختصات آن در ضابطه تابع صدق  $f(\pi) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$  می کند.



حال می توان فهمید ضابطه تابع  $g$  به صورت  $g(x) = \frac{a}{a} \cos x$  یا به طور ساده تر  $g(x) = \cos x$

است که نمودار آن در بازه  $[0, \pi]$  به شکل مقابل است:



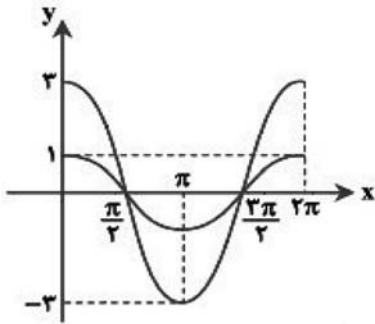
۹۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در توابع  $y = \sin x$  و  $y = \cos x$ ، دامنه برابر  $\mathbb{R}$  و برد برابر  $[-1, 1]$  است. با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\Rightarrow -1 \leq y \leq 3 \Rightarrow R_f = [-1, 3]$$

$$a = -1, b = 3 \Rightarrow b^2 - a^2 = 9 - (-1) = 10$$

طبق فرض این بازه به صورت  $[a, b]$  است، پس:



۹۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

ابتدا نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:

با توجه به نمودار، طول نقاط برخورد  $x = \frac{\pi}{2}$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  است.

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$$

پس مجموع طول نقاط برخورد برابر است با:  $2\pi$

راه حل دوم:

نکته: طول نقاط برخورد دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$ ، ریشه های معادله  $f(x) = g(x)$  است.

با توجه به نکته بالا، باید ریشه های معادله  $3 \cos x = \cos x$  را به دست بیاوریم.

$$3 \cos x = \cos x \Rightarrow 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

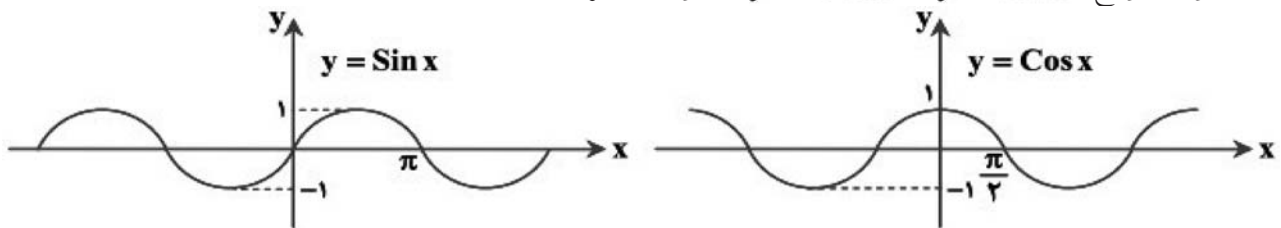
$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi$$

بنابراین مجموع طول نقاط برخورد برابر است با:

۹۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ ،  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$  نکته ۱

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع  $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار  $y = f(x)$  را نسبت به محور  $x$ ها قرینه کنیم.

نکته ۳: نمودار توابع  $y = \sin x$  و  $y = \cos x$  به صورت زیر است.



با توجه به نکته ۱ داریم:

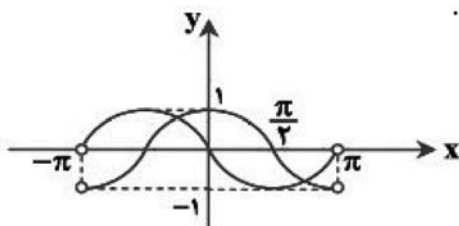
$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

حال نمودار دو تابع را در بازه  $(-\pi, \pi)$  در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم.

همان طور که در شکل مشخص است، این دو تابع در بازه  $(-\pi, \pi)$  در

دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند، پس گزینه ۲ پاسخ است.



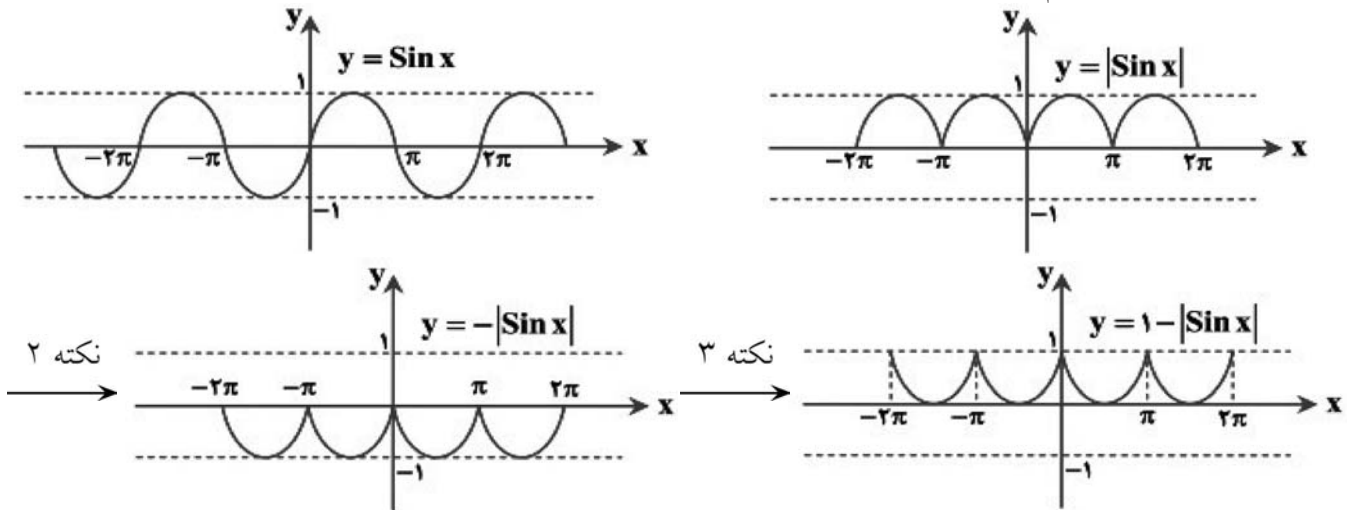
۹۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: برای رسم نمودار تابع  $y = |f(x)|$ ، کافی است قسمت‌هایی از نمودار  $y = f(x)$  را که زیر محور  $x$  ها قرار گرفته‌اند، نسبت به محور  $x$  ها قرینه کنیم.

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع  $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار  $y = f(x)$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه کنیم.

نکته ۳: برای رسم نمودار تابع  $y = f(x) + k$ ، کافی است نمودار  $y = f(x)$  را به اندازه  $k$  واحد روی محور  $y$  ها انتقال دهیم. اگر  $k > 0$ ، انتقال به سمت بالا و اگر  $k < 0$ ، انتقال به سمت پایین می‌باشد.

با استفاده از نکات بالا داریم:



۹۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $D$  اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و  $R$  اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن‌گاه:

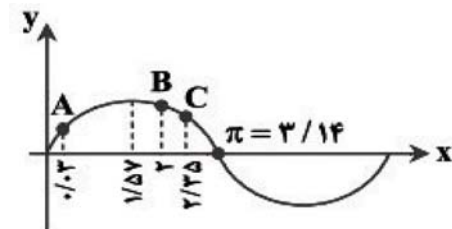
$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

ابتدا با استفاده از نکته بالا اندازه  $20^\circ$  را برحسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{20}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{20}{180} \times \pi \Rightarrow R = \frac{\pi}{9}$$

اکنون با فرض  $\pi = 3/14$  داریم:

$$\frac{\pi}{90} = 0.3, \quad \frac{3\pi}{4} = 2/35$$



بنابراین:  $\sin \frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \sin \frac{2}{35} \text{ rad}$  و  $\sin 2 \text{ rad}$ ,  $\sin 20^\circ = \sin \frac{\pi}{90} \text{ rad} = \sin 0.3 \text{ rad}$

به ترتیب عرض نقاط  $A$ ,  $B$  و  $C$  روی نمودار هستند، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

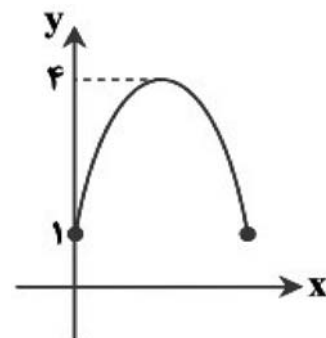
۱۰۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از نمودار تابع می‌توان فهمید  $f(0) = 1$ ، پس:

$$a(0) + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

اکنون در تابع  $f(x) = a \sin x + b$  طبق نمودار، بیشترین مقدار تابع برابر ۴ است.

با توجه به اینکه در بازه  $[0, \pi]$  مقادیر  $\sin x$  مثبت است، نتیجه می‌گیریم در این

نقطه مقدار  $\sin x$  برابر ۱ است، پس:

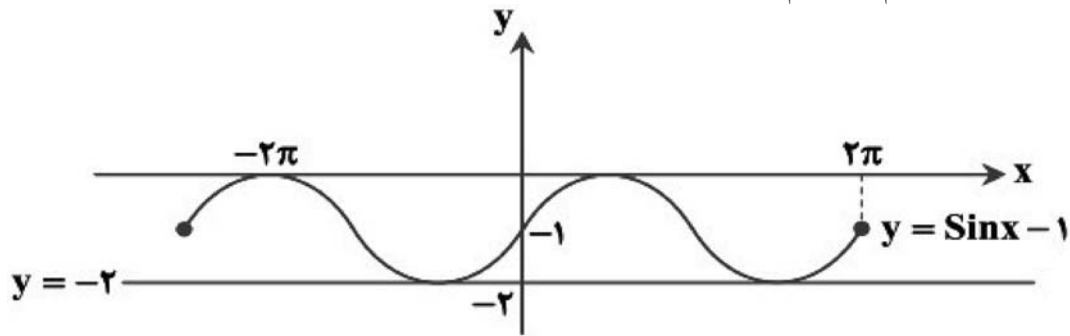


$$a(1) + b = 4 \xrightarrow{b=1} a = 3$$

بنابراین:

$$a^2 + b^2 = 9 + 1 = 10$$

۱۰۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در شکل زیر، نمودار دو تابع  $f(x) = \sin x - 1$  و  $g(x) = -2$  را در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  در یک دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، خط  $y = -2$  در ۲ نقطه از بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  نمودار تابع  $f(x)$  را قطع می‌کند.

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $\sin(\pi \pm x) = \pm \sin x$  ،  $\cos(\pi \pm x) = -\cos x$  نکته

نکته:  $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) = \cos x$  ،  $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) = \pm \sin x$

نکته:  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$  ،  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

با استفاده از نکات بالا، ضابطه توابع هر یک از گزینه‌ها را ساده‌تر می‌کنیم:

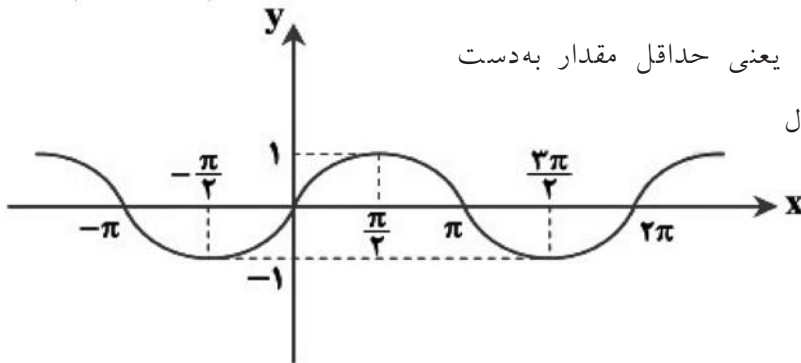
گزینه ۱:  $y = \sin(x - \pi) = -\sin(\pi - x) = -\sin x$  ✘

گزینه ۲:  $y = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$  ✔

گزینه ۳:  $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$  ✘

گزینه ۴:  $y = \cos(\pi - x) = -\cos x$  ✘

۱۰۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار  $y = \sin x$  ملاحظه می‌شود که در نقاطی به طول  $x = \frac{3\pi}{2}$  ،  $x = -\frac{\pi}{2}$



$x = \frac{3\pi}{2}$  و  $x = -\frac{\pi}{2}$  مقدار تابع برابر ۱- می‌شود، یعنی حداقل مقدار به دست

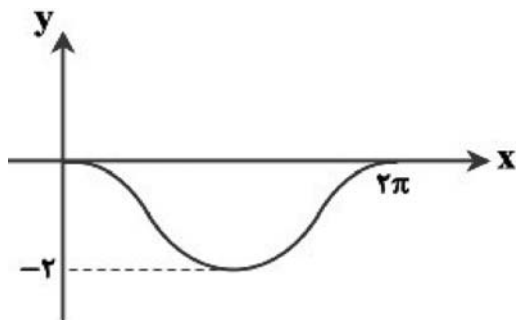
می‌آید. پس به‌طور کلی در نقاطی به طول

حداقل  $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$  ،  $(k \in Z)$

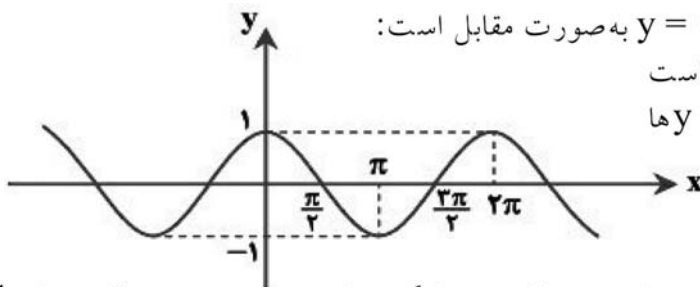
مقدار تابع به دست می‌آید.

۱۰۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض  $a > 0$ ، برای رسم نمودار  $y = f(x) + a$  یا  $y = f(x) - a$  کافی است نمودار  $y = f(x)$  را  $a$  واحد به بالا (پایین) انتقال دهیم. نمودار تابع  $y = \cos x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  به شکل مقابل است:

اکنون برای رسم  $f(x) = \cos x - 1$  کافی است نمودار تابع  $y = \cos x$  را یک واحد به پایین انتقال دهیم. پس نمودار آن به شکل مقابل است:



۱۰۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته ۱: نمودار تابع  $y = \cos x$  به صورت مقابل است:



نکته ۲: برای رسم نمودار تابع  $y = f(x) + k$  کافی است نمودار تابع  $y = f(x)$  را به اندازه  $k$  واحد روی محور  $y$  انتقال دهیم. اگر  $k > 0$ ، حرکت به سمت بالا و اگر  $k < 0$ ، حرکت به سمت پایین است.

نکته ۳: برای رسم نمودار  $y = f(x + k)$  کافی است

نمودار  $y = f(x)$  را به اندازه  $k$  واحد روی محور  $x$  انتقال دهیم. اگر  $k > 0$ ، انتقال به سمت چپ و اگر  $k < 0$ ، انتقال به سمت راست محور  $x$  می‌باشد.

از مقایسه نمودار  $y = \cos x$  و نمودار داده شده می‌توان فهمید که نمودار به اندازه  $\frac{1}{4}$  واحد به سمت پایین حرکت کرده

است (زیرا کمترین مقدار در نمودار  $y = \cos x$  برابر  $-1$  و در نمودار داده شده  $-\frac{3}{4}$  است)، پس  $a = -\frac{1}{4}$ . از طرفی

مطابق ضابطه داده شده و نکته ۳، نمودار به اندازه  $\frac{\pi}{6}$  روی محور  $x$  به سمت راست حرکت کرده است، پس:

$$b = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$a \times b = -\frac{1}{4} \times \frac{7\pi}{6} = -\frac{7\pi}{24}$$

بنابراین:

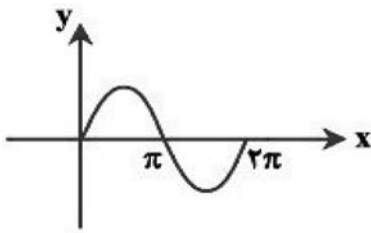
۱۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته : } \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

با توجه به نکته، عبارت  $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  را می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت:

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$$

چون نمودار تابع  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  بر نمودار  $y = \sin(x + \alpha)$  منطبق شده است، با توجه به تساوی فوق می‌توان نتیجه گرفت که یکی از مقادیری که  $\alpha$  می‌تواند داشته باشد،  $\frac{5\pi}{6}$  است.



۱۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته ۱: نمودار تابع  $y = \sin x$  به صورت مقابل است.

نکته ۲: برای رسم تابع  $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار  $y = f(x)$  را نسبت به محور  $x$ ها قرینه کنیم.  
نکته ۳:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x, \quad \cos(\pi + x) = -\cos x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

با توجه به نکات ۱ و ۲، ضابطه تابع داده‌شده به صورت  $f(x) = -\sin x$  است. اکنون با توجه به نکته ۳، ضابطه هریک از گزینه‌ها را ساده‌تر می‌کنیم.

گزینه ۱: $y = \cos(\pi + x) = -\cos x$	✘
گزینه ۲: $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$	✘
گزینه ۳: $y = \sin(\pi + x) = -\sin x$	✔
گزینه ۴: $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	✘

۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم

دوره تناوب تابع  $y = a \sin bx$  از رابطه  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع  $y = a \sin bx$  ماکزیمم تابع برابر  $|a|$  است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$  در انتها دقت شود با توجه به آن که تابع بلافاصله بعد از  $x = 0$  افزایش می‌یابد. باید علامت  $a$  و  $b$  یکسان باشند. یعنی برای  $a$  و  $b$  دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin\left(\frac{-\pi x}{3}\right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (2k+1) \frac{\pi}{8}$$

$$-\pi \leq (2k+1) \frac{\pi}{8} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow -8 \leq 2k+1 \leq 12 \Rightarrow -2/25 \leq k \leq 2/75 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، اولین نقطه‌ای که به ازای آن مقدار تابع مینیمم و برابر -۱ است، نقطه‌ای به طول  $x = \frac{9}{4}$  است که باید داخل Sin برابر  $\frac{3\pi}{4}$  باشد.

$$\pi a \times \frac{9}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

۱۱۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 0 \Rightarrow y = -2\pi \Rightarrow A = -2\pi$$

$$y(-1) = 0 \Rightarrow \cos(-B) = 0 \Rightarrow -B = \frac{-\pi}{2} \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A + B = \frac{-3\pi}{2}$$

۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی (۰, ۲) در مختصات تابع صدق می‌کند، پس:

$$x = 0 \Rightarrow y = +2 \Rightarrow 2 = a \cos(0) \Rightarrow a = 2$$

طبق نمودار، دوره‌ی تناوب تابع  $\frac{2\pi}{3}$  است. پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b > 0} b = 3$$

$$a \times b = 2 \times 3 = 6$$

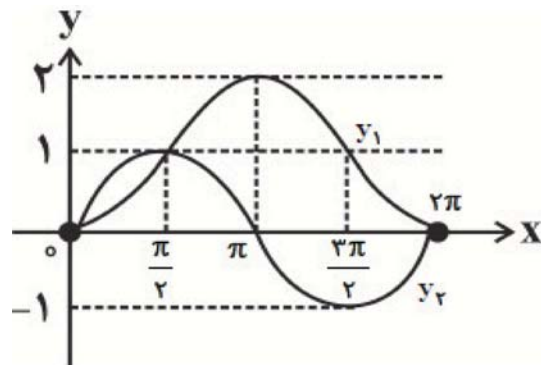
پس:

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

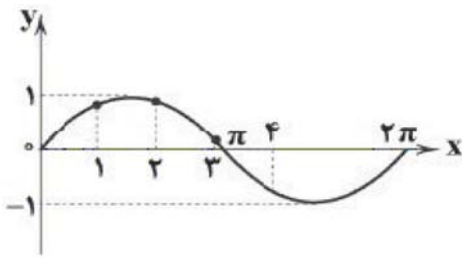
$$y_1 = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow y_1 = 1 - \cos x$$

$$y_2 = -\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

ناحیه سوم



بنابراین در بازه (۰, ۲π) دو تابع همدیگر را فقط در نقطه  $x = \frac{\pi}{2}$  قطع می‌کنند.



۱۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به نمودار تابع  $\sin x$  توجه کنید.  
 ۱ رادیان، ۲ رادیان و ۳ رادیان در فاصله  $(0, \pi)$  و سینوس آنها در فاصله  $(0, 1)$  قرار می‌گیرد، پس در نتیجه:  
 $[\sin 1] = [\sin 2] = [\sin 3] = 0$  اما ۴ رادیان در فاصله  $(\pi, 2\pi)$  و سینوس آن در بازه  $(-1, 0)$  قرار می‌گیرد، در نتیجه  $[\sin 4] = -1$  است.  
 پس مجموع چهار جمله اول دنباله برابر ۱- است.

۱۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

برای پیدا کردن بیشترین و کمترین مقدار توابع  $y = a \sin(bx + c) + d$  و  $y = a \cos(bx + c) + d$  کافی است به جای  $\sin(bx + c)$  و  $\cos(bx + c)$  به ترتیب اعداد ۱ و -۱ را جایگزین کنیم، پس:

$$y = -2 \cos x + 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow y = -2 \times 1 + 1 = -1 \Rightarrow \min \\ \cos x = -1 \Rightarrow y = -2(-1) + 1 = 3 \Rightarrow \max \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max + \min = 3 + (-1) = 2$$

۱۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=0} y = f(0) = 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$f(x) = 1 - b \sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - b(1) = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - 2 \sin x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{94\pi}{3}\right) = 1 - 2 \sin\left(\frac{93\pi + \pi}{3}\right)$$

$$= 1 - 2 \sin\left(\underbrace{31\pi + \frac{\pi}{3}}_{\text{ناحیه سوم}}\right) = 1 + 2 \sin\frac{\pi}{3} = 1 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \sqrt{3}$$

$$\frac{2\pi}{b} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

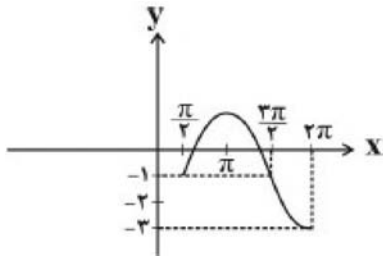
۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دوره تناوب تابع  $4\pi$  است، پس:

$$y = a \sin\frac{1}{2}x \Rightarrow 5 = a \sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 5$$

$$a + 2b = 5 + 2 \times \frac{1}{2} = 6$$

۱۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نقاط زیر تابع را رسم می‌کنیم.

$$\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), (\pi, 1), \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right), (2\pi, -3)$$



بنابراین کم‌ترین مقدار ۳- است.

۱۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل تابع داده شده اگر هر مقدار تابع  $y = \sin x$  را در ۲ ضرب کرده و سپس با یک جمع کنیم به شکل تابع داده شده یعنی  $y = 2\sin x + 1$  در مورد (پ) می‌رسیم. هر تابعی که ضابطه آن با این تابع برابر باشد نیز می‌تواند نموداری مطابق نمودار داده شده داشته باشد.

مورد (الف):

$$\Rightarrow y = 2\sin x + 1$$

$$y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1$$

مورد (ب):

$$\Rightarrow y = 2\sin x + 1$$

$$y = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = -2\sin x + 1$$

مورد (ت):

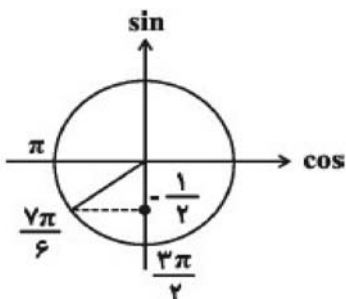
بنابراین بخشی از ۳ نمودار (الف)، (ب) و (پ) می‌تواند باشد.

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  را می‌خواهیم باید  $f(x)$  را برابر  $-\frac{1}{2}$  بگذاریم.

$$f(x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \quad \pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

باید ببینیم  $\sin x$  در بازه  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$  در چه نقطه‌ای برابر  $-\frac{1}{2}$  می‌شود. با توجه به دایره مثلثاتی در  $x = \frac{7\pi}{6}$  مقدار

$\sin x$  برابر  $-\frac{1}{2}$  است. پس:



$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7\pi}{6}$$



<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰

دانلود از سایت ریاضی سرا