تاریخ :	وقت : دقیقه	
نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۲۲	سریال ۳۹۲۱۸۵
موضوع		علیرضا فیضیان

۱. اگر $f(x)=x^۲+x-۲$ و $g(x)=\frac{۱}{۲}(x-۳)$ باشد، در بازه‌ی $(a\,,b)$ نمودار تابع fog در زیر محور x ها قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۶

۲. اگر $f^{-۱}=\{(۲,۱),(۳,-۲),(۴,-۱)\}$ و $f-۲g=\{(-۲,-۱),(-۱,۸)\}$ و تابع g یک‌به‌یک باشد، کدام نقطهٔ زیر حتماً روی $g^{-۱}$ قرار دارد؟

۱) $(-۱,-۲)$ ۲) $(-۲,-۱)$ ۳) $(-۲,۱)$ ۴) $(۱,-۲)$

۳. کدام گزینه بیانگر تابعی وارون‌پذیر است؟

۱) $y=|x|+۱-x$ ۲) $y=۱-۳|x|+x$

۳) $y=۱+۳|x|-x$ ۴) $y=۱-۳x+|x|$

۴. اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آن گاه با توجه به تعریف جزء صحیح کدام گزاره همواره صحیح است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $[x+y]=[x]+[y]$ ۲) $[xy]=[x][y]$

۳) $[x-y]=[x]-[y]$ ۴) $[x+۱]=[x]+۱$

۵. وارون $f(x)=۲-\sqrt{۳-x}$ از کدام نقطه می گذرد؟

۱) $(۱,-۱)$ ۲) $(۱,۲)$ ۳) $(-۱,۰)$ ۴) $(-۱,۲)$

۶. اگر توابع f و g به‌صورت $\begin{cases} f:N\to N \\ f(x)=۲x \end{cases}$ و $g=\{(۱,\frac{۲}{۳}),(۴,-۱),(۵,۱),(۶,۴)\}$ تعریف شوند، تابع $f+g^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\{(۱,۷),(۴,۱۴)\}$ ۲) $\{(۵,۳),(۶,۱۲)\}$

۳) $\{(۱,\frac{۸}{۳}),(۴,۷)\}$ ۴) $\{(۵,۱۱),(۶,۱۲)\}$

۷. M نقطه‌ای دلخواه روی خط $y=۳-۲x$ است. فاصلهٔ M تا خط $۳x-۴y=۸$ را به صورت تابعی از طول نقطهٔ M نوشته‌ایم. ضابطهٔ این تابع کدام است؟

۱) $f(x)=\frac{۱}{۲۵}|۱۱x-۲۰|$ ۲) $f(x)=\frac{۱}{۵}|۵x-۴|$

۳) $f(x)=\frac{۱}{۲۵}|۵x-۴|$ ۴) $f(x)=\frac{۱}{۵}|۱۱x-۲۰|$

۸. اگر تابع $f(x)=\frac{۱-x}{(m-۱)x^۲+۳x+۱}$ تنها به‌ازای یک مقدار x قابل تعریف نباشد، m چند مقدار می‌تواند اختیار کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار

۹. اگر $f(x)=\frac{۴}{x-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{۲-x}$ باشد، دامنهٔ توابع gof کدام است؟

۱) $R-\{۲,۳\}$ ۲) $R-\{۱,۲,۳\}$ ۳) $R-\{۱,۲\}$ ۴) $R-\{۱,۳\}$

۱۰. تابع وارون تابع $y=x+\sqrt{x}$ به صورت $y=(\frac{\sqrt{ax+۱}-۱}{b})^۲$ می‌باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۱. اگر $f=\{(۰,-۱)(۱,-۲)(a,-۱)(۴,۰)\}$ و $g=\{(-۲,۴)(-۱,۱)(b,۱)(۷,-۳)\}$ و $D_{gof}=\{۰,۵,۱,۴\}$ باشد، حاصل $b-۲a$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) -۱۰ ۳) ۸ ۴) -۸

۱۲. اگر $(fog^{-۱})(x)=\sqrt[۳]{۲x^{۵}+۱}$ باشد، حاصل $(gof^{-۱})(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{(x-۱)^{۳}}{۲}$ ۲) $۱-f^{-۱}(\sqrt[۵]{x-۱})$

۳) $\sqrt[۵]{\frac{x^{۳}-۱}{۲}}$ ۴) $۱-g^{-۱}(\sqrt[۵]{x-۱})$

۱۳. در ماشین روبه‌رو، مقدار a کدام است؟

$$x \to \boxed{\frac{ax+۱}{۲}} \to \boxed{۲ax-۱} \to x$$

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۴. اگر نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x+۲}{ax+b}$ بر نمودار تابع معکوس خود منطبق باشد، مقدار b چقدر است؟ $(a\neq ۰)$

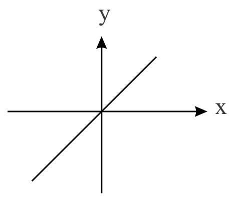
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) -۱

۱۵. اگر $f\left(\frac{-x}{x+۱}\right)=\frac{۱}{x+۱}$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟ $(x\neq -۱)$

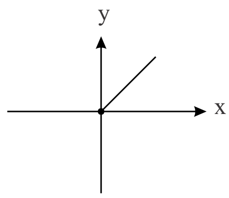
۱) $\frac{۱}{x-۱}$ ۲) $۱-x$ ۳) $\frac{۲-x}{x-۱}$ ۴) $x+۱$

۱۶. اگر $f(x)=\sqrt{x+۲}-۳$، نمودار $(fof^{-۱})(x)$ درکدام گزینه آمده است؟

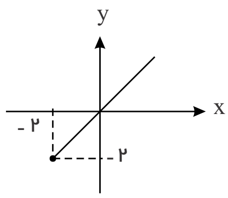
۱)



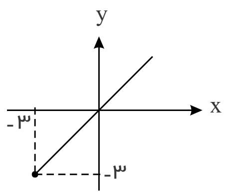
۲)



۳)



۴)



۱۷. اگر $f^{-۱}$ وارون تابع $\begin{cases} f:(-\infty,-۱]\to R \\ f(x)=x^{۲}+۲x+۴ \end{cases}$ باشد، مجموع جواب‌های حقیقی معادلهٔ $f^{-۱}(x)=x+۲$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) -۷

۳) ۱۲ ۴) معادله جواب حقیقی ندارد.

۱۸. اگر $f=\{(-۱,۴),(۲,۳),(-۱,۴m),(m+۱,n-۱),(۵,۶),(p,n+۲)\}$ تابعی یک به یک باشد، $m+n+p$ چقدر است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۹. کدام دو تابع با هم مساوی‌اند؟

۱) $f(x)=(\sqrt{x})^{۲}$ و $g(x)=\sqrt{x|x|}$ ۲) $f(x)=x$ و $g(x)=(\sqrt{x})^{۲}$

۳) $f(x)=\sqrt{x|x|}$ و $g(x)=\sqrt{|x|}\times\sqrt{|x|}$ ۴) $f(x)=\sqrt{x^{۲}}$ و $g(x)=(\sqrt{x})^{۲}$

۲۰. معادله‌ی $\frac{۳}{[x]+[-x]}=۲x^{۲}-۱۲x+۷$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۱. دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{([x]-\sqrt{۵})(۶-[x])}$ کدام است؟

۱) $[\sqrt{۵},۶]$ ۲) $[\sqrt{۵},۷)$ ۳) $[۳,۶]$ ۴) $[۳,۷)$

۲۲. حاصل $\left[\sqrt{۴n^{۲}+۴n}\right]+\left[\sqrt{n^{۲}+۲n}\right]$ با شرط طبیعی بودن n چقدر است؟

۱) $۲n+۱$ ۲) $۳n$ ۳) $n+۲$ ۴) $۴n-۱$

تاریخ : | وقت : دقیقه
نام و نام خانوادگی : | تعداد سوالات: ۲۲
موضوع | علیرضا فیضیان
سریال ۳۹۲۱۸۵

۱.گزینه ۴

$(fog)(x) = (\frac{۱}{۲}(x-۳))^۲ + \frac{۱}{۲}(x-۳) - ۲ = \frac{۱}{۴}(x^۲ - ۶x + ۹) + \frac{۱}{۲}x - \frac{۳}{۲} - ۲ = \frac{۱}{۴}x^۲ - x - \frac{۵}{۴}$

$(fog)(x) < ۰ \to \frac{۱}{۴}x^۲ - x - \frac{۵}{۴} < ۰ \to x^۲ - ۴x - ۵ < ۰ \to (x-۵)(x+۱) < ۰ \to -۱ < x < ۵$

$\to b - a = ۵ - (-۱) = ۶$

۲.گزینه ۲

$f^{-۱} = \{(۲,۱),(۳,-۲),(۴,-۱)\} \Rightarrow f = \{(۱,۲),(-۲,۳),(-۱,۴)\}$

برای یافتن دامنهٔ تابع $f-۲g$ باید اشتراک دامنهٔ توابع f و g را به‌دست آوریم.

$Df = \{۱,-۲,-۱\}$, $D_{f-۲g} = \{-۲,-۱\} \Rightarrow \{۱,-۲,-۱\} \cap D_g = \{-۲,-۱\}$

با توجه به رابطهٔ بالا، قطعاً -۲ و -۱ در دامنهٔ تابع g حضور دارند پس داریم:

$f - ۲g = \{(-۲,-۱)(-۱,۸)\} \Rightarrow (f-۲g)(-۲) = -۱ \Rightarrow f(-۲) - ۲g(-۲) = -۱$

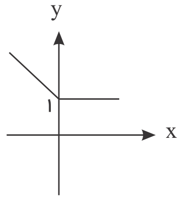
$\Rightarrow ۳ - ۲g(-۲) = -۱ \Rightarrow g(-۲) = ۲ \Rightarrow (-۲,۲) \in g \Rightarrow (۲,-۲) \in g^{-۱}$

$(f-۲g)(-۱) = ۸ \Rightarrow f(-۱) - ۲g(-۱) = ۸ \Rightarrow ۴ - ۲g(-۱) = ۸ \Rightarrow g(-۱) = -۲$

$\Rightarrow (-۱,-۲) \in g \Rightarrow (-۲,-۱) \in g^{-۱}$

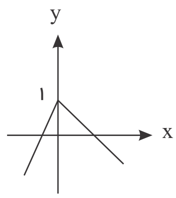
۳.گزینه ۴ شرط آن‌که تابع وارون‌پذیر باشد آن است که یک‌به‌یک باشد، برای بررسی یک‌به‌یک بودن نمودار توابع را رسم می‌کنیم:

«۱» گزینهٔ : $y=|x|+1-x=\begin{cases}1 & ;\quad x\geq 0\\ -2x+1 & ;\quad x<0\end{cases}$



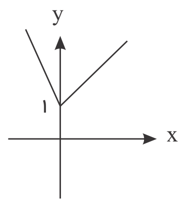
یک به یک نیست .

«۲» گزینهٔ : $y=1-3|x|+x=\begin{cases}-2x+1 & ;\quad x\geq 0\\ 4x+1 & ;\quad x<0\end{cases}$



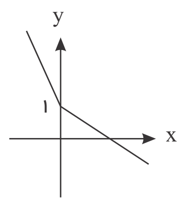
یک به یک نیست .

«۳» گزینهٔ : $y=1+3|x|-x=\begin{cases}2x+1 & ;\quad x\geq 0\\ -4x+1 & ;\quad x<0\end{cases}$



یک به یک نیست .

«۴» گزینهٔ : $y=1-3x+|x|=\begin{cases}-2x+1 & ;\quad x\geq 0\\ -4x+1 & ;\quad x<0\end{cases}$



یک به یک است، وارون پذیر است.

۴.گزینه ۴ گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ را با مثال نقض می‌توان رد کرد یعنی:

گزینه ۱) $[x+y]=[x]+[y]\ ,\ x=1.6\,,y=2.7\Rightarrow[1.6+2.7]=[1.6]+[2.7]$
$\Rightarrow[4.3]=1+2\Rightarrow 4=3$ **نادرست**

گزینه ۲) $[xy]=[x][y]\,,x=2\,,y=1.6\Rightarrow[2\times 1.6]=[2][1.6]$
$\Rightarrow[3.2]=2\times 1\Rightarrow 3=2$ **نادرست**

گزینه ۳) $[x-y]=[x]-[y]\quad x=3\,,y=1.5\Rightarrow[3-1.5]=[3]-[1.5]$
$\Rightarrow[1.5]=3-1\Rightarrow 1=2$ **نادرست**

می‌دانیم عدد صحیح در جمع و تفریق می‌تواند از داخل براکت خارج شود یعنی:

$a\in\mathbb{Z}\ ,\ x\in\mathbb{R}\Rightarrow[x\pm a]=[x]\pm a\Rightarrow[x+1]=[x]+1$

۵.گزینه ۲ اگر $(a,b)\in f$، آن‌گاه $(b,a)\in f^{-1}$ است، پس داریم:

$x=2\Rightarrow f(2)=2-\sqrt{3-2}=2-1=1\Rightarrow(2,1)\in f\Rightarrow(1,2)\in f^{-1}$

۶.گزینه ۱ برای یافتن وارون تابع، باید در تمام زوج‌مرتب‌ها جای مؤلفه‌های اول و دوم را تعویض کنیم.

$$g=\{(۱,\frac{۲}{۳}),(۴,-۱),(۵,۱),(۶,۴)\}\Rightarrow g^{-۱}=\{(\frac{۲}{۳},۱),(-۱,۴),(۱,۵),(۴,۶)\}$$

$$\begin{cases} f:\mathbb{N}\to\mathbb{N} \\ f(x)=۲x \end{cases}\Rightarrow f=\{(۱,۲),(۲,۴),(۳,۶),(۴,۸),\cdots\}$$

$$Df=\mathbb{N},D_{g^{-۱}}=\{\frac{۲}{۳},-۱,۱,۴\}\Rightarrow Df\cap D_{g^{-۱}}=\{۱,۴\}$$

$$f+g^{-۱}=\{(۱,۲+۵),(۴,۸+۶)\}=\{(۱,۷),(۴,۱۴)\}$$

۷.گزینه ۴ نقطهٔ کلی $M(x,y)$ را روی خط $y=۳-۲x$ در نظر می‌گیریم، پس داریم:

$$M(x,۳-۲x)$$

حال تابعی که فاصلهٔ نقطهٔ M را از خط $۳x-۴y-۸=۰$ بیان می‌کند به‌دست می‌آوریم.

$$f(x)=\frac{|۳x-۴(۳-۲x)-۸|}{\sqrt{۹+۱۶}}=\frac{|۳x-۱۲+۸x-۸|}{۵}=\frac{۱}{۵}|۱۱x-۲۰|$$

۸.گزینه ۲ دو حالت وجود دارد.

الف) مخرج عبارتی درجه اول باشد یعنی $m=۱$ که داریم:

$$f(x)=\frac{۱-x}{۳x+۱}\Rightarrow ۳x+۱=۰\Rightarrow x=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow Df=\mathbb{R}-\left\{-\frac{۱}{۳}\right\}$$

ب) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد یعنی:

$$(m-۱)x^۲+۳x+۱=۰\Rightarrow\Delta=۰\Rightarrow ۹-۴(m-۱)=۰\Rightarrow ۹-۴m+۴=۰\Rightarrow m=\frac{۱۳}{۴}$$

بنابراین برای m دو مقدار ۱ و $\frac{۱۳}{۴}$ وجود دارد.

۹.گزینه ۴

$$f(x)=\frac{۴}{x-۱}\ ,\ Df:x\neq ۱\ ,\ g(x)=\frac{۱}{۲-x}\ ,\ Dg:x\neq ۲$$

$$Dgof=\{x\in Df|f(x)\in Dg\}=\{x\neq ۱|f(x)\neq ۲\}$$

$$f(x)\neq ۲\Rightarrow\frac{۴}{x-۱}\neq ۲\Rightarrow x-۱\neq ۲\Rightarrow x\neq ۳\Rightarrow Dgof=\mathbb{R}-\{۱,۳\}$$

۱۰.گزینه ۲

$$f(x)=y=x+\sqrt{x}=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۴y+۱}{۴}=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^۲$$

$$\Rightarrow\sqrt{x}+\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۴y+۱}}{۲}\Rightarrow x=(\frac{\sqrt{۴y+۱}-۱}{۲})^۲$$

$$\xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} y=(\frac{\sqrt{۴x+۱}-۱}{۲})^۲=f^{-۱}(x)\Rightarrow\begin{cases} a=۴ \\ b=۲ \end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=۲$$

۱۱.گزینه ۲

$$Dgof=\{x\in Df|f(x)\in Dg\}$$

با توجه به این‌که $۵\in Dgof$ است، چون ۵ باید زیرمجموعه‌ی Df باشد، در نتیجه a باید برابر ۵ باشد و با توجه به این‌که $۴\in Df$ و $۴\in Dgof$ پس باید $f(۴)=۰$ متعلق به Dg باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که $b=۰$ باشد.

$$b-۲a=۰-۲(۵)=-۱۰$$

۱۲.گزینه ۳ می‌دانیم: $(fog)^{-۱}=g^{-۱}of^{-۱}$

لذا: $(fog^{-۱})^{-۱}=gof^{-۱}$

برای محاسبه‌ی تابع $gof^{-۱}$ باید تابع $y=fog^{-۱}$ را معکوس کنیم

$$y=\sqrt[۳]{۲x^۵+۱}\xrightarrow{\text{توان ۳}}y^۳=۲x^۵+۱\to y^۳-۱=۲x^۵$$

$$\Rightarrow\frac{y^۳-۱}{۲}=x^۵\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}}\frac{x^۳-۱}{۲}=y^۵\Rightarrow y=\sqrt[۵]{\frac{x^۳-۱}{۲}}=gof^{-۱}$$

۱۳.گزینه ۱ می‌دانیم که هر تابعی با معکوس خود ترکیب شود جواب آن، متغیر x است بنابراین باید دو تابع $y=\frac{ax+۱}{۲}$ و $y=۲ax-۱$ معکوس هم باشند. اما معکوس تابع $y=\frac{ax+۱}{۲}$ به‌صورت زیر حساب می‌گردد:

$$y=\frac{ax+۱}{۲}\Rightarrow ۲y=ax+۱\Rightarrow x=\frac{۲y-۱}{a}\xrightarrow{\text{با تعویض } x \text{ و } y}y=\frac{۲x-۱}{a}=۲ax-۱\Rightarrow a=۱$$

۱۴.گزینه ۳ ضابطهٔ تابع وارون را پیدا می‌کنیم:

$$y=\frac{۲x+۲}{ax+b}\Rightarrow axy+by=۲x+۲\Rightarrow axy-۲x=۲-by$$
$$x(ay-۲)=۲-by\Rightarrow x=\frac{۲-by}{ay-۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۲-bx}{ax-۲}$$
$$f^{-۱}(x)=f(x)\Rightarrow b=-۲$$

۱۵.گزینه ۴

$$f\left(\frac{-x}{x+۱}\right)=f\left(\frac{-x-۱+۱}{x+۱}\right)=f\left(-۱+\frac{۱}{x+۱}\right)$$

با فرض $t=\frac{۱}{x+۱}$ و $x\neq-۱$ خواهیم داشت:

$$f(-۱+t)=t\xrightarrow{t=u+۱}f(u)=u+۱\Rightarrow f(x)=x+۱$$

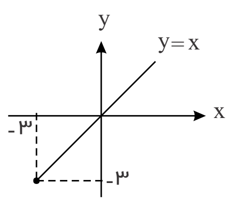
۱۶.گزینه ۴ ترکیب هر تابع و تابع معکوسش برابر با تابع همانی است. در تابع وارون‌پذیر f، تابع $f^{-۱}of$ تابع همانی روی دامنهٔ f و تابع $fof^{-۱}$ تابع همانی روی برد f می‌باشد.

$$f^{-۱}of(x)=x\quad,\quad x\in Df\qquad fof^{-۱}(x)=x\quad,\quad x\in Rf$$

$$f(x)=\sqrt{x+۲}-۳\quad,\quad x+۲\geq ۰\Rightarrow x\geq -۲\Rightarrow Df=[-۲,+\infty)$$

$$\sqrt{x+۲}\geq ۰\Rightarrow\sqrt{x+۲}-۳\geq -۳\Rightarrow f(x)\geq -۳\Rightarrow Rf=[-۳,+\infty)$$

$$y=fof^{-۱}(x)=x,x\in Rf\Rightarrow y=x,x\in[-۳,+\infty)\Rightarrow$$



۱۷.گزینه ۴ وارون f را به‌دست می‌آوریم:

$$y=x^۲+۲x+۴\Rightarrow y=(x+۱)^۲+۳\Rightarrow(x+۱)^۲=y-۳$$

$$\Rightarrow|x+۱|=\sqrt{y-۳}\xrightarrow{x\leq-۱}-x-۱=\sqrt{y-۳}\Rightarrow x=-\sqrt{y-۳}-۱$$

پس ضابطهٔ $f^{-۱}$ به‌صورت روبه‌رو است: $f^{-۱}(x)=-\sqrt{x-۳}-۱$

اکنون معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم:

$$f^{-۱}(x)=x+۲\Rightarrow-\sqrt{x-۳}-۱=x+۲$$

$$\Rightarrow-\sqrt{x-۳}=x+۳\xrightarrow{\text{توان ۲}}x-۳=x^۲+۶x-۹\Rightarrow x^۲+۵x+۱۲=۰$$

معادله جواب ندارد $(\Delta<۰)$.

۱۸.گزینه ۴ توجه: برای این‌که یک زوج مرتب معرف یک تابع یک به یک باشد ابتدا باید تابع باشد یعنی مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی اول باید مؤلفه‌ی دوم هم برابر باشد و سپس باید یک به یک باشد یعنی مؤلفه‌ی دوم یکسان نداشته باشد و در صورت وجود مؤلفه‌ی دوم برابر، باید مؤلفه‌ی اول هم برابر باشد. بنابراین ابتدا شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم:

تابع $f \Rightarrow ۴m = ۴ \Rightarrow m = ۱ \rightarrow f = \{(-۱,۴),(۲,۳),(۲,n-۱),(۵,۶),(p,n+۲)\}$

برای تابع بودن باید مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشد.

تابع $f \Rightarrow n-۱ = ۳ \Rightarrow n = ۴ \Rightarrow f = \{(-۱,۴),(۲,۳),(۵,۶),(p,۶)\}$

برای یک به یک بودن:

یک به یک $f \Rightarrow P = ۵ \Rightarrow m+n+p = ۱۰$

۱۹.گزینه ۱ در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ دامنهٔ دو تابع داده شده برابر نیستند زیرا:

گزینهٔ ۲) $Df = \mathbb{R}\,,\, Dg : x \geq ۰ \Rightarrow Dg = [۰,+\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$

گزینهٔ ۳) $Df : x|x| \geq ۰ \xrightarrow{|x| \geq ۰} x \geq ۰ \Rightarrow Df = [۰,+\infty)\,,\, Dg = \mathbb{R} \Rightarrow Df \neq Dg$

گزینهٔ ۴) $Df : x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow Df = \mathbb{R}\,,\, Dg : x \geq ۰ \Rightarrow Dg = [۰,+\infty) \Rightarrow Df \neq Dg$

جواب گزینهٔ ۱ می‌باشد زیر:

$$f(x) = (\sqrt{x})^۲ \Rightarrow x \geq ۰ \Rightarrow Df = [۰,+\infty)$$
$$g(x) = \sqrt{x|x|} \Rightarrow x|x| \geq ۰ \xrightarrow{|x| \geq ۰} x \geq ۰ \Rightarrow Dg = [۰,+\infty) \Rightarrow Df = Dg = [۰,+\infty)$$
$$x \geq ۰ \Rightarrow |x| = x \Rightarrow g(x) = \sqrt{x|x|} = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^۲} = (\sqrt{x})^۲ = f(x)$$

g و f برابرند.

۲۰.گزینه ۴ باید $[x]+[-x] = -۱$ باشد، زیرا مخرج کسر نباید صفر شود.

$$[x]+[-x] = -۱ \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۲x + ۷ = \frac{۳}{-۱} = -۳$$
$$۲x^۲ - ۱۲x + ۷ = -۳ \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۲x + ۱۰ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲ - ۶x + ۵ = ۰$$

$(x-۱)(x-۵) = ۰ \Rightarrow x = ۱\,,\, x = ۵ \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}}$ معادله جواب ندارد.

۲۱.گزینه ۴

$([x]-\sqrt{۵})(۶-[x]) \geq ۰ \qquad [x]t \Rightarrow (t-\sqrt{۵})(۶-t) \geq ۰$

t		$\sqrt{۵}$		۶	
p	−	۰	+	۰	−

$\sqrt{۵} \leq t \leq ۶ \Rightarrow \sqrt{۵} \leq [x] \leq ۶$

باید اولین عدد صحیح بعد از $\sqrt{۵}$ را در نظر بگیریم.

$۳ \leq [x] \leq ۶ \Rightarrow ۳ \leq x < ۷$

۲۲.گزینه ۲

$$n^۲ < n^۲ + ۲n < n^۲ + ۲n + ۱ \Rightarrow n^۲ < n^۲ + ۲n < (n+۱)^۲ \Rightarrow n < \sqrt{n^۲ + ۲n} < n+۱$$
$$\Rightarrow \left[\sqrt{n^۲ + ۲n}\right] = n$$
$$۴n^۲ < ۴n^۲ + ۴n < ۴n^۲ + ۴n + ۱ \Rightarrow (۲n)^۲ < ۴n^۲ + ۴n < (۲n+۱)^۲$$
$$۲n < \sqrt{۴n^۲ + ۴n} < ۲n+۱ \Rightarrow \left[\sqrt{۴n^۲ + ۴n}\right] = ۲n$$
$$\left[\sqrt{n^۲ + ۲n}\right] + \left[\sqrt{۴n^۲ + ۴n}\right] = n + ۲n = ۳n$$