

## نمونه سوالات فصل سوم هندسه دهم

### چندضلعی ها و ویژگی هایی از آنها

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید:

- (۱) تعداد نقاطی که از  $n$  نقطه ی غیر واقع بر یک خط راست ، می گذرد برابر است با  $\frac{n(n-3)}{2}$ .
- (۲) مستطیل ، متوازی الاضلاعی است که حد اقل یکی از زاویه های آن قائمه باشد.
- (۳) هر لوزی یک مربع است.
- (۴) تمام مربع ها، متوازی الاضلاع هستند.
- (۵) اگر در مثلثی میانه وارد بر یک ضلع نصف آن ضلع باشد، آن مثلث قائم الزاویه است.

۲- گزینه درست را انتخاب کنید:

- (۱) تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب از سه برابر تعداد اضلاع، پنج واحد بیشتر است. مقدار  $n$  کدامست؟  
الف) ۸      ب) ۹      ج) ۱۰      د) ۱۱
- (۲) اگر در یک چند ضلعی دو زاویه قائمه باشند ، آن چندضلعی:  
الف) مربع است      ب) مستطیل است      ج) الف و ب      د) به طورقطع مشخص نیست
- (۳) در یک چهارضلعی، اضلاع مقابل دوبرو موازیند، در این صورت آن چهارضلعی  
الف) متوازی الاضلاع است      ب) مربع است      ج) مستطیل است      د) لوزی است
- (۴) دو قطر یک چهارضلعی برابرند، در این صورت این چهارضلعی  
الف) متوازی الاضلاع است      ب) مستطیل است      ج) دوزنقه متساوی الساقین است      د) نامشخص است
- (۵) در یک  $n$  ضلعی محدب، تعداد اضلاع و قرها روی هم ۶۶ است. از هر رده چند قطر می گذرد؟  
الف) ۸      ب) ۹      ج) ۱۰      د) ۱۱
- (۶) وسط های اضلاع یک چهارضلعی محدب را متوالیا به هم وصل کرده ایم تا یک چهار ضلعی جدیدی به دست آید. از تقاطع نیمساز های داخلی این چهار ضلعی جدید کدام شکل پدید می آید؟  
الف) مربع      ب) مستطیل      ج) متوازی الاضلاع      د) لوزی
- (۷) طول یک مستطیل دو برابر عرض آن است. نیمسازهای زوایای مستطیل را رسم می کنیم، محیط مستطیل چند برابر محیط مربع ایجاد شده در درون آن است؟  
الف)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       ب)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       ج)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$       د)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۳- جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید:

- (۱) تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب برابر است با.....
- (۲) در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه وتر برابر است با .....

- ۳) در هر لوزی، قطرها ..... یکدیگرند و روی ..... زاویه ها می باشند.
- ۴) در متوازی الاضلاع، قطرها ..... یکدیگرند و لزوما با هم ..... نیستند.
- ۵) مربع، چهارضلعی است که هر چهار ضلع آن ..... و ..... یک زاویه قائمه دارد.
- ۶) از تقاطع نیمسازهای داخلی یک مستطیل، یک مربع بوجود می آید. اگر ابعاد مستطیل ۵ و ۱۰ باشد، محیط مربع حاصل برابر است با .....
- ۷) در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبرو به زاویه  $30^\circ$  ..... وتر است و ضلع روبرو به زاویه  $45^\circ$  ..... وتر است و ضلع روبرو به زاویه  $60^\circ$  ..... وتر است.

۴-اصطلاحات زیر را تعریف کنید:

- ۱) چندضلعی  
 ۲) قطر چند ضلعی  
 ۳) چندضلعی محدب  
 ۴) دوزنقه

۵- ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی هر دو زاویه مقابل هم اندازه باشند، آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

۶- ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، دو زاویه مجاور، مکملند.

۷- ثابت کنید چهار ضلعی که دو ضلع مقابل آن موازی و برابر باشند، متوازی الاضلاع است.

۸- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

۹- ثابت کنید اگر در یک دوزنقه، دو زاویه مجاور به یک قاعده برابر باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.

۱۰- ثابت کنید در هر لوزی، قطرها عمود منصف یکدیگرند و روی نیمساز زاویه ها می باشند.

۱۱- نشان دهید از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع، یک مستطیل پدید می آید.

۱۲- نشان دهید از تقاطع نیمسازهای داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید.

۱۳- نشان دهید اگر در مثلث قائم الزاویه ای یک زاویه  $15^\circ$  باشد، در این صورت ارتفاع وارد بر وتر برابر است با ربع وتر.

۱۴- نشان دهید اگر از به هم وصل کردن متوالی اوساط یک چهارضلعی دلخواه، یک متوازی الاضلاع به دست می آید.

### مساحت و کاربردهای آن

۱۵- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید:

- (۱) اگر دو قطر یک دوزنقه قائم الزاویه بر هم عمود باشند، ارتفاع واسطه ی هندسی بین دو قطعه است.
- (۲) اندازه دو ضلع قائمه از مثلث قائم الزاویه ای ۸ و  $2\sqrt{11}$  است. فاصله ی نقطه ی تلاقی میانه ها از وسط وتر این مثلث  $\frac{1}{3}$  وتر است.

۱۶- گزینه درست را انتخاب کنید:

- (۱) در یک لوزی اندازه هر ضلع ۱۰ و نسبت اندازه های دو قطر ۳ به ۴ است. مساحت لوزی کدام است؟  
الف) ۹۶ (ب) ۱۰۸ (ج) ۲۴ (د) ۴۸
- (۲) در یک کایت اندازه ی اضلاع ۱۷ و ۱۰ و قطر بزرگ ۲۱ است. مساحت کایت کدام است؟  
الف) ۱۵۴ (ب) ۱۷۲ (ج) ۱۶۸ (د) ۱۹۶
- (۳) یک متوازی الاضلاع از یک مربع و دو مثلث قائم الزاویه مساوی هم تشکیل شده است. اگر مساحت یک مربع و یک مثلث قائم الزاویه ۶۴ و ۲۴ باشد، محیط متوازی الاضلاع کدام است؟  
الف) ۳۲ (ب) ۳۶ (ج) ۴۸ (د) ۵۴
- (۴) در مثلث قائم الزاویه ای نسبت دو قاعده  $\frac{2}{3}$  است. اگر وسط قاعده ی کوچک را به وسط ساق قائم وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل چند برابر مساحت دوزنقه ی اصلی است؟  
الف)  $\frac{1}{10}$  (ب)  $\frac{1}{9}$  (ج)  $\frac{1}{8}$  (د)  $\frac{1}{6}$
- (۵) در یک دوزنقه ی متساوی الساقین اندازه ی دو قاعده ۵ و ۹ و طول ساق ۶ واحد است. مساحت این دوزنقه کدام است؟  
الف)  $14\sqrt{6}$  (ب)  $21\sqrt{2}$  (ج)  $21\sqrt{3}$  (د)  $28\sqrt{2}$

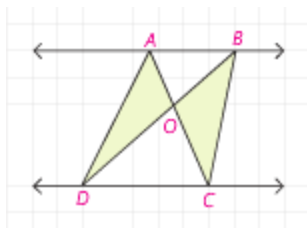
۱۷- جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید:

- (۱) در هر چهار ضلعی که قطرهای بر هم عمود باشند، مساحت برابر است با .....
- (۲) اگر وسط های اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم، چهار مثلث ..... به دست می آید که دارای ..... برابر می باشند.
- (۳) سه میانه هر مثلث در نقطه ای درون مثلث ..... ، به طوری که فاصله ی این نقطه تا وسط هر ضلع برابر ..... اندازه میانه ی نظیر این ضلع است و فاصله اش از هر رأس ..... اندازه میانه ی نظیر این رأس است.
- (۴) در هر مثلث متساوی الساقین، مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده ..... برابر است با .....
- (۵) در هر مثلث متساوی الساقین، تفاضل قدر مطلق فاصله های هر نقطه روی امتداد قاعده از خط های شامل دو ساق برابر است با .....
- (۶) مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع برابر است با .....
- (۷) یک میانه در هر مثلث، آن را به دو مثلث با ..... برابر تقسیم می کند.
- ۱۸- نشان دهید یک میانه در هر مثلث آن را به دو مثلث با مساحت های برابر تقسیم می کند.
- ۱۹- نشان دهید اگر وسط های اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم، چهار مثلث همنهشت به دست می آید که دارای مساحت های برابر می باشند.

- ۲۰- نشان دهید سه میانه هر مثلث در نقطه ای درون مثلث هم‌رسند، به طوری که فاصله ی این نقطه تا وسط هر ضلع برابر  $\frac{1}{3}$  اندازه میانه ی نظیر این ضلع است و فاصله اش از هر رأس  $\frac{2}{3}$  اندازه میانه ی نظیر این رأس است.

۲۱- با رسم سه میانه مثلث، نشان دهید سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کند.

۲۲- فرض کنیم دو خط  $AB$  و  $CD$  موازی باشند به طوریکه دو خط  $AC$  و  $BD$  در نقطه ای مانند  $O$  متقاطع باشند. نشان دهید مساحت های دو مثلث  $AOD$  و  $BOC$  برابرند.



۲۳- نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده از دو ساق برابر است با مقداری ثابت و این مقدار ثابت را بدست آورید.

۲۴-- نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، تفاضل قدر مطلق فاصله های هر نقطه روی امتداد قاعده از خط های شامل دو ساق برابر است با ارتفاع وارد بر ساق.

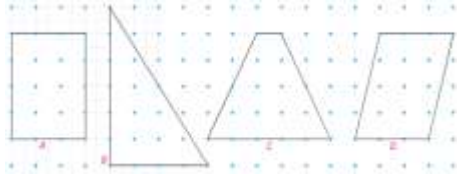
۲۵- نشان دهید مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع برابر است با مقداری ثابت و این مقدار ثابت را بدست آورید.

۲۶- جدول زیر را کامل کنید.

ویژگی	چهارسای	موازی الاضلاع	مستطیل	مربع	موزلقه	موازی الساقین
مساوی بودن اندازه ضلعها		هر دو ضلع مقابل				
موازی بودن ضلعها		هر دو ضلع مقابل				
مساوی بودن ضلعها		بیشتر یکی که مستطیل یا مربع باشد				کلاً وجود ندارد
زاویه های برابر		زاویه های برابر				
زاویه های مکمل						
نسبت تقرباً						نسبت تقرباً مساوی دارند

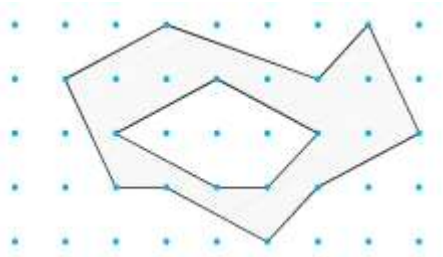
## نقاط شبکه ای و مساحت

۲۷- چند ضلعی های  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  را در شکل های زیر در نظر بگیرید. ابتدا به روش هندسی که از قبل می دانید مساحت آنها را محاسبه کنید؛ سپس با تعیین تعداد نقاط مرزی و درونی جدول زیر را تکمیل و فرمول پیک را در آنها تحقیق کنید.



چند ضلعی	A	B	C	D
تعداد نقاط مرزی $b$				
تعداد نقاط درونی $i$				
مساحت				

۲۸- با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای، مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.



۲۹- در یک چند ضلعی شبکه ای، مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی ۵ است. مساحت های ممکن برای این چند ضلعی را بدست آورید.

۳۰- بیشترین مساحت ممکن برای چهارضلعی های شبکه ای که حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی آنها ۲۰ باشد، را بدست آورید.