

نمونه سوالات امتحانی فصل ۴ ریاض دهم (معادله ها و نامعادله ها) با پاسخ

۱. اگر طول ضلع مربعی را ۶ واحد اضافه کنیم مساحت آن ۴ برابر می شود. طول ضلع مربع را بیابید.

۲. معادله را به روش خواسته شده حل کنید.

$$x^2 - 8x + 6 = 0 \quad (\text{روش مربع کامل})$$

۳. اگر $x = -1$ یک جواب معادله $3x^2 + (2a - 1)x + 2 = 0$ باشد، جواب دیگر کدام است؟

۴. اگر یک جواب معادله زیر $x = 2$ باشد. مقدار m و جواب دیگر معادله زیر را بیابید.

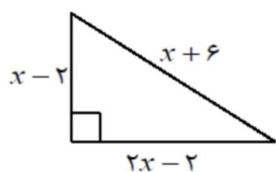
$$-3x^2 + m + 12 = 0$$

۵. مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۲۶۵ است. این دو عدد را پیدا کنید.

۶. مقدار k را طوری بیابید که $x = 2$ جواب معادله زیر باشد.

$$\frac{k}{x} = \frac{x+1}{x+k}$$

۷. در مثلث قائم الزاویه مقابل مقدار x را بدست آورید.



۸. طول مستطیلی ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر بدانیم که مساحت آن ۲۸ سانتی متر مربع است. محیط را محاسبه کنید.

۹. در معادله $(m^2 - 1)x = m - 1$ ، مقدار m را طوری تعیین کنید که:

الف) معادله بی شمار جواب داشته باشد.

ب) معادله جواب نداشته باشد.

۱۰. هر یک از معادلات زیر را به روش مورد نظر حل کنید.

الف) فرمول کلی: $3x^2 + 7x - 10 = 0$

ب) تجزیه: $9x^2 - 64 = 0$

ج) ریشه گیری: $(2x + 5)^2 - 16 = 0$

۱۲. اگر طول مستطیلی دو برابر عرض آن و مساحت آن ۲۰۰ سانتی متر مربع باشد، طول و عرض مستطیل را بیابید.

۱۳. نقطه ی $(-1, -4)$ راس سهمی به معادله $y = 3x^2 + ax + b$ است. این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع میکند؟

۱۴. به ازای چه مقادیری از m عبارت $A = x^2 + 3x + m$ همواره مثبت است؟

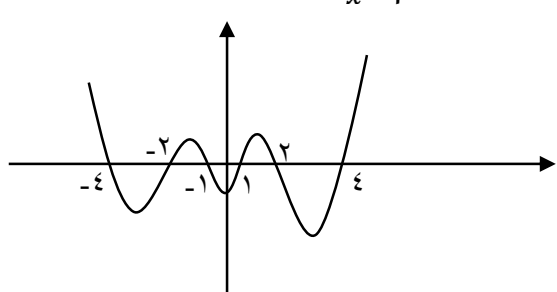
۱۵. سهمی $y = x^2 - 2x - 3$ را رسم کنید.

۱۶. نمودار سهمی به معادله $y = (x + 2)^2 + 1$ را رسم کنید.

۱۷. حدود m را طوری بیابید که نمودار تابع $y = x^2 - 3x + m$ همواره بالای محور x ها قرار گیرد.

<p>حدود m را چنان بیابید که عبارت زیر همواره مثبت باشد؟</p> $y = (m + 2)x^2 - 2m + m - 1$	<p>۱۸.</p>
<p>با استفاده از روش مربع کامل مختصات راس و معادله ی محور تقارن سهمی زیر را به دست آورید.</p> $y = x^2 + 6x + 4$	<p>۱۹.</p>
<p>سهمی $y = -2(x + 1)^2 + 3$ را رسم کنید و نقطه ی راس و محور تقارن آن را بدست آورید.</p>	<p>۲۰.</p>
<p>سهمی $y = 2x^2 + 4x + 1$ را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) معادله محور تقارن سهمی را بنویسید.</p> <p>ب) مختصات نقطه راس سهمی را بدست آورید.</p>	<p>۲۱.</p>
<p>نمودار سهمی $y = x^2 - 2x - 1$ را رسم کنید.</p>	<p>۲۲.</p>
<p>هر یک از عبارتهای زیر را تعیین علامت کنید.</p> $A = -x^2 + 11x - 40$ $B = x^2(4 - x)$	<p>۲۳.</p>

<p>هر یک از عبارتهای زیر را تعیین علامت کنید.</p> $A = (-x^2 + 2x)(x + 2)^2$ $B = \frac{3-2x}{x+2}$	<p>۲۴</p>
<p>به ازای هر $x \in R$ ثابت کنید:</p> $-x^2 + 3x - 5 < 0$	<p>۲۵</p>
<p>به ازای هر $x \in R$ ثابت کنید:</p> $-x^2 + m - m^2 - 5 < 0$	<p>۲۶</p>
<p>عبارت زیر را تعیین علامت کنید.</p> $P(x) = \frac{(2-x)^2(x^2+3x+6)}{x(x-1)^5(2x^2-7x-4)}$	<p>۲۷</p>
<p>به ازای چه مقادیری از m نامساوی $\frac{-x^2+m+2m+3}{x^2+x+3} < 0$ همواره برقرار است؟</p>	<p>۲۸</p>
<p>هریک از نامعادلات زیر را حل کنید. مجموعه جواب را به شکل بازه بنویسید سپس آن را روی محور نشان دهید.</p> $4x + 11 \geq 5x + 3$ $x + 1 < 4 - x \leq 3x$	<p>۲۹</p>

<p>مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-x}{x^2-2x+2} \leq 0$ را تعیین کنید.</p>	<p>۳۰.</p>
<p>نمودار معادله ی $y = P(x)$ به صورت زیر است مجموعه جواب نامعادله $\frac{2P(x)}{x^2-4} \geq 0$ را بیابید.</p> 	<p>۳۱.</p>
<p>مجموعه جواب نامعادله زیر را به صورت بازه بنویسید.</p> $\left 3 - \frac{x+1}{2} \right < 4$	<p>۳۲.</p>
<p>نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید.</p> $\frac{x-4}{x^2-7x+6} > 0$	<p>۳۳.</p>
<p>نامعادله زیر را حل کنید.</p> $ 2x+3 < 5$	<p>۳۴.</p>

$$S = x^2 \rightarrow 4x^2 = (x+6)^2 \rightarrow 4x^2 = x^2 + 12x + 36 \rightarrow$$

$$3x^2 - 12x - 36 = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$x^2 - 8x + 6 = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 16 - 16 + 6 = 0 \rightarrow (x-4)^2 = 10$$

$$\rightarrow (x-4) = \pm\sqrt{10} \rightarrow x = 4 \pm \sqrt{10}$$

$$\xrightarrow{x=-1} 3 - (2a-1) + 2 = 0 \rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{a=3} 3x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$-2x^2 + mx + 15 = 0 \quad \xrightarrow{x=2} -2(4) + 2m + 15 = 0$$

$$2m = 3 \rightarrow m = \frac{3}{2}$$

$$-2x^2 + 15 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{15}{2} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$x^2 + (x+1)^2 = 248 \rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 248 \rightarrow$$

$$2x^2 + 2x - 247 = 0 \rightarrow x^2 + x - 123.5 = 0 \rightarrow$$

$$(x-11)(x+12) = 0 \quad \begin{cases} x=11 \\ x=-12 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

اعداد ۱۱ و ۱۲ هستند

$$\frac{k}{x} = \frac{x+1}{x+k} \rightarrow k^2 + kx = x^2 + x \rightarrow k^2 + kx - x^2 - x = 0 \quad \xrightarrow{x=2}$$

$$k^2 + 2k - 6 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 24 = 28 \rightarrow x_1, x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$(x+2)^2 = (x-2)^2 + (2x-2)^2 \rightarrow$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 4x^2 - 8x + 4$$

$$-4x^2 + 24x + 28 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x-7)(x+1) = 0 \quad \begin{cases} x=7 \\ x=-1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

نمونه سوالات امتحانی فصل ۴ ریاض دهم (معادله ها و نامعادله ها) با پاسخ

$x(x+3) = 28$ $x^2 + 3x - 28 = 0$ $(x+7)(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \rightarrow \begin{cases} \lambda = 4 \\ G = 7 \end{cases} \\ x = -7 \end{cases}$	<p>۸.</p>
$m^2 - 1 = m - 1 \Rightarrow m = 1$ $m = -1$	<p>۹. الف) ب)</p>
$3x^2 + 7x - 10 = 0 \rightarrow \Delta = (7)^2 - 4(3)(-10) = 169 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{6}$ $3x^2 + 7x - 10 = 0 \Rightarrow \frac{-7 \pm 13}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{-20}{6}, x_2 = \frac{6}{6} = 1$ $9x^2 - 64 = (3x - 8)(3x + 8) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{8}{3} \\ 3x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-8}{3} \end{cases}$ $(2x+5)^2 = 16 \rightarrow 2x+5 = \pm 4 \rightarrow \begin{cases} 2x+5 = 4 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ 2x+5 = -4 \rightarrow 2x = -9 \rightarrow x = -\frac{9}{2} \end{cases}$	<p>۱۰. الف) ب) ج)</p>
<p>X: عرض y: طول</p> $yx = 200 \rightarrow 2x \times x = 200 \rightarrow 2x^2 = 200 \rightarrow x \pm 100$ <p>پس طول ۲۰ و عرض ۱۰ است</p>	<p>۱۱.</p>
$S = \begin{cases} 2 = -\frac{b}{2a} \rightarrow b = -4a \\ 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-1, 0) \rightarrow a - b + c = 0 \\ s = (2, 5) \rightarrow 4a + 2b + c = 5 \end{cases} \rightarrow$ $\begin{cases} a + 4a + c = 0 \\ 4a - 8a + c = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a + c = 0 \\ -4a + c = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a + c = 0 \\ 4a - c = -5 \end{cases} \rightarrow 9a = -5 \rightarrow a = -\frac{5}{9}$ $5a + c = 0 \rightarrow 5\left(-\frac{5}{9}\right) + c = 0 \rightarrow c = \frac{25}{9}$ $b = -4a \rightarrow b = \frac{20}{9} \rightarrow y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x + \frac{25}{9}$	<p>۱۲.</p>
$\leq \left \frac{-b}{2a} \right \rightarrow -\frac{a}{4} = -1 \rightarrow a = 4$ $y = 3x^2 + 2x + b \rightarrow -4 = 3(-1)^2 + 2(-1) + b \rightarrow$ $-4 = 3 - 2 + b \rightarrow b = -7$ $y = 3x^2 + 2x - 7 \xrightarrow{x=0} y = -7$	<p>۱۳.</p>

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow 9 - 4(1)(m) < 0 \rightarrow 9 - 4m < 0$$

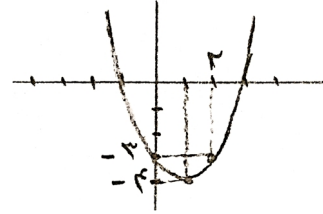
$$\rightarrow \frac{-4m}{-4} < \frac{-9}{-4} \rightarrow m > \frac{9}{4}$$

۱۴

$$y = x^2 - 2x - 3 \rightarrow S = \left| -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow y = 1 - 2 - 3 \rightarrow y = -4 \rightarrow S \left| \begin{matrix} 1 \\ -4 \end{matrix} \right.$$

۱۵

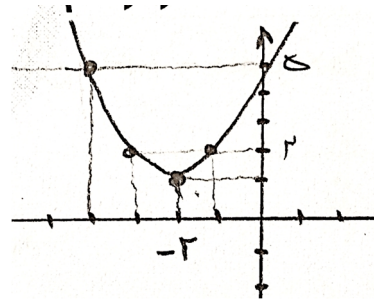
x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0



$$S = \left| \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \right. \rightarrow x = -2$$

محور تقارن

x	-4	-3	-2	-1	0
y	5	2	1	2	5



۱۶

یعنی $a > 0$ است باید $\Delta < 0$ باشد تا نمودار با دایره محور x باشد.

۱۷

$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow 9 - 4m < 0 \rightarrow m > \frac{9}{4}$$

باید $a > 0$ ، $\Delta < 0$ باشد تا عبارت همواره مثبت باشد.

۱۸

$$a > 0 \rightarrow m + 2 > 0 \rightarrow m > -2 \quad (1)$$

$$\Delta < 0 \rightarrow 4m^2 - 4(m+2)(m-1) < 0 \rightarrow 4m^2 - 4m^2 + 4m - 8m + 8 < 0$$

$$\rightarrow -4m < -8 \rightarrow m > \frac{-8}{-4} \rightarrow m > 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow m > 2$$

۱۹

$$S \left| -\frac{b}{2a} \rightarrow -\frac{4}{2} = -2$$

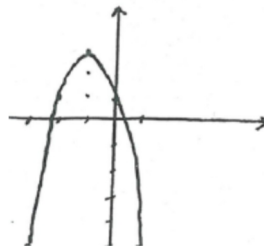
$$y \rightarrow x^2 + 4x + 4 \rightarrow 9 - 16 + 4s - 4 \rightarrow S \left| \begin{matrix} -2 \\ -8 \end{matrix} \right.$$

معادله محور تقارن آن $x = -2$ است

$$y = -2(x+1)^2 + 3 \rightarrow x+1=0 \rightarrow x=-1$$

محور تقارن: $x = -1$ راس: $S = (-1, 3)$

x	-3	-2	-1	0	1
y	-5	1	3	1	-5



۲۰

$$y = 2x^2 + 4x + 1 \rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$y_s = 2(-1)^2 + 4(-1) + 1 = -1$$

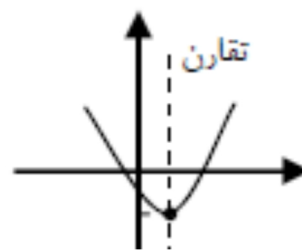
$$S \begin{cases} -1 \\ -1 \end{cases} \quad x = -1$$

(الف)

(ب)

۲۱

$$y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{راس سهمی} = \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \rightarrow \frac{2}{2} = 1 \\ y = -\frac{\Delta}{4a} \rightarrow -\frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow x=1, y=-\frac{1}{4}$$



۲۲

$$B = x^3(x-4)$$

$$x^3(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x^3 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x-4 = 0 \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

x	0	4
x^3	-	+
$x-4$	+	-
B	-	+

$$A = -x^2 + 11x - 4$$

$$\Delta = 121 - 16 = 105$$

همواره موافق علامت A منفی است

۲۳

$$x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow 2x-x^2=0$$

$$A) \quad x(2-x)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

x	-2	0	2
x	-	-	+
$2-x$	+	+	-
$x+2$	-	+	+
A	+	-	-

$$B) \quad \begin{cases} 3-2x=0 \rightarrow x=\frac{3}{2} \\ x+2=0 \rightarrow x=-2 \end{cases}$$

x	-2	3/2
$3-2x$	+	-
$x+2$	-	+
B	-	+

نت

۲۴

$$\Delta = 0 - 4(-1)(-5) = 9 - 20 = -11 < 0$$

۲۵

چون $\Delta < 0$ و $a < 0$ هستند پس عبارت همواره کوچکتر از صفر و موافق علامت a است

$$-x^2 + mx - m^2 - 5 < 0$$

۲۶

$$a = -1 < 0 \quad \Delta = m^2 - 4(-1)(-m^2 - 5) = m^2 - 4m^2 - 20 = -3m^2 - 20$$

همواره منفی است

چون $\Delta < 0$ و $a < 0$ پس عبارت همواره کوچکتر از صفر است

$$2 - x = 0 \rightarrow x = 2$$

۲۷

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 24 < 0$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 0 \rightarrow \Delta = 49 + 32 = 81$$

$$x_1, x_2 = \frac{7 \pm 9}{4} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

x	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	4
x	-	-	+	+	+
$2-x$	+	+	+	+	-
x^2+3x+2	+	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	+	+
$2x^2-7x-4$	+	-	-	-	+
$P(x)$	+	-	+	-	+

تن تن تن تن تن

$$x^2 + x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 12 = -11$$

ریشه ندارد، همواره مثبت

۲۸

پس صورت کس باید همواره منفی باشد چون $a < 0$ است پس کافی است $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \rightarrow m^2 - 4(-1)(2m + 3) < 0$$

$$m^2 + 8m + 12 < 0 \rightarrow (m+2)(m+6) < 0 \begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \end{cases}$$

x	-6	-2
$m+2$	-	+
$m+6$	-	+
	+	-

$$m > -2 \rightarrow (-2, -6)$$

$$4x + 11 \geq 5x + 3$$

$$x + 1 < 4 - x \leq 3x$$

۲۹

$$4x - 5x \geq 3 - 11 \rightarrow \frac{-x}{-1} \geq \frac{-8}{-1}$$

$$x + 1 < 4 - x \rightarrow 2x < 3 \rightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$x \geq 8 \rightarrow [8, +\infty)$$

$$4 - x \leq 3x \rightarrow \frac{4}{4} \leq \frac{3x}{4} \rightarrow x \geq 1 \rightarrow [1, \frac{3}{2})$$

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 2} \leq 0 \rightarrow \frac{x(x-1)}{(x+1)^2} \leq 0 \rightarrow x = 0, x = +1, x = -1$$

۳۰

مجموعه جواب $[-1, 1]$ است

x	-1	0	1
x	-	-	+
$x-1$	-	-	+
$(x+1)^2$	+	+	+
P	+	+	+

نت

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$

x		-4	-2	-1	1	2	4	
$x^2 - 4$		+	+	0	-	-	0	+
$2P(x)$		+	0	-	0	+	0	+
$\frac{2P(x)}{x^2 - 4}$		+	-	-	+	-	-	+

مجموعه جواب
 $(-\infty, -4] \cup [-1, 1] \cup [4, +\infty)$

.۳۱

$$\left| 3 - \frac{x+1}{2} \right| < 4 \rightarrow |7-x| < 8 \rightarrow$$

$$-8 < 7-x < 8 \rightarrow -15 < -x < 1 \rightarrow -1 < x < 15$$

.۳۲

$$\begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \\ x^2 - 7x + 6 = 0 \rightarrow (x-6)(x-1) = \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases}$$

x		1	4	6	
$x - 4$		-	0	+	+
$x^2 - 7x + 6$		+	0	-	0
P		-	+	-	+

جواب

جواب

$$S = (1, 4) \cup (6, +\infty)$$

.۳۳

$$-5 < 2x + 3 < 5 \xrightarrow{-3} -8 < 2x < 2 \xrightarrow{+2} -4 < x < 1$$

$$|2x + 5| < 5$$

.۳۴