

فصل ۳: توان های گویا و عبارت های جبری

۱: حاصل عبارت $\sqrt[3]{9 + \sqrt{17}} \times \sqrt[3]{9 - \sqrt{17}}$ را به دست آورید.

۲: حاصل عبارت $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$ را تعیین کنید.

۳: حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ را محاسبه کنید.

۴: عبارت $x^3 + 4x - 5$ را تجزیه کنید.

۵: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

حل:

: ۱

$$\sqrt[3]{9 + \sqrt{17}} \times \sqrt[3]{9 - \sqrt{17}} = \sqrt[3]{(9 + \sqrt{17})(9 - \sqrt{17})} = \sqrt[3]{81 - 17} = \sqrt[3]{64} = 4$$

: ۲

$$\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}} = \sqrt[6]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4 \times 2 \times 3}}$$

$$= \sqrt[12]{2^4 \times 3^2} \times \sqrt[12]{2^3 \times 3^9} \times \sqrt[12]{2^5 \times 3} = \sqrt[12]{2^{12} \times 3^{12}} = 2 \times 3 = 6$$

: ۳

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{\sqrt{8}} = (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} - 2\sqrt{3} + \sqrt{4} + 2\sqrt{3} \\ & = \sqrt{1+3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{1+3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = |\sqrt{3}-1| + |\sqrt{3}+1| \\ & = \sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+1 = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

: ۴

$$\begin{aligned} x^3 + 4x - 5 &= (x^3 - 1) + (4x - 4) = (x-1)(x^2 + x + 1) + 4(x-1) \\ &= (x-1)(x^2 + x + 1) + 4(x-1) = (x-1)(x^2 + x + 1 + 4) = (x-1)(x^2 + x + 5) \end{aligned}$$

۵: ابتدا منفرجه تمام کسرهای موجود را گویا می کنیم.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{4} - \sqrt{5}}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} \times \frac{\sqrt{99} - \sqrt{100}}{\sqrt{99} - \sqrt{100}} \\ \rightarrow A &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{-1} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{5}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{99} - \sqrt{100}}{-1} \\ \rightarrow A &= -\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{4} + \sqrt{5} + \dots - \sqrt{99} + \sqrt{100} = 10 - \sqrt{2} \end{aligned}$$
