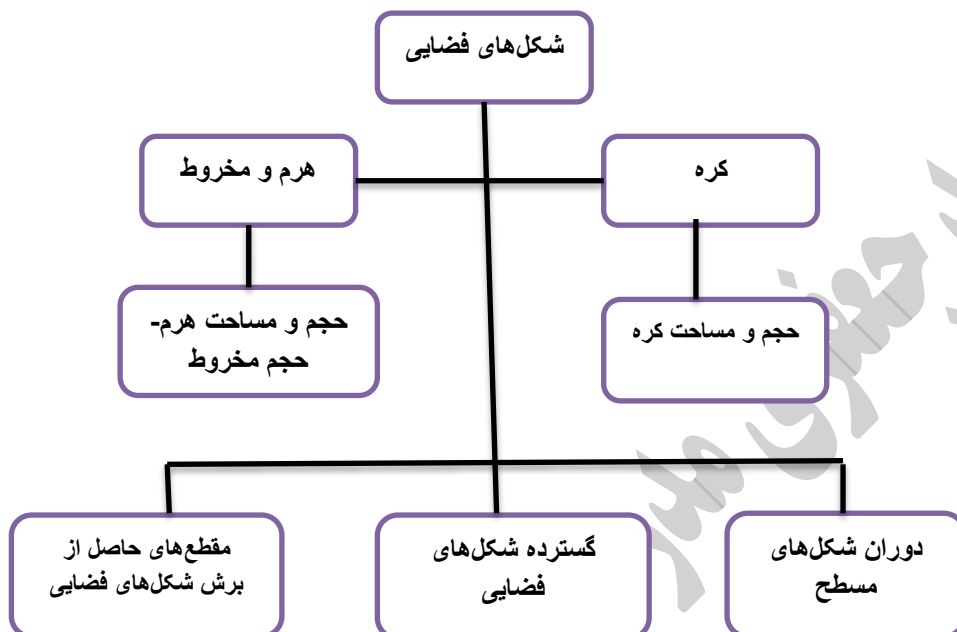


نقشه مفهومی:



حجم و مساحت کره:

انواع حجم : ۱- منشوری

۲- کروی

۳- هرمی

حجم های منشوری را به طور کامل در ریاضی هفتم یاد گرفتید که بطور خلاصه در اینجا توضیح خواهیم داد.

حجم های منشوری (منشور و استوانه): با فرمول های زیر قابل محاسبه هستند

$$V = Sh$$
 ← حجم منشور یا استوانه
 ارتفاع
 مساحت قاعده

حجم استوانه:

$$V = \pi R^2 h$$
 ← حجم استوانه
 ارتفاع استوانه
 شعاع قاعده استوانه

مساحت جانبی منشور و استوانه:

$$S = p h$$

ارتفاع

مساحت جانبی منشور یا استوانه

محیط قاعده

$$S = 2 \pi R h$$

ارتفاع استوانه

مساحت جانبی استوانه

شعاع قاعده استوانه

مثال: حجم و مساحت جانبی استوانه زیر را حساب کنید؟

$$V = \pi R^2 h = \pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi$$

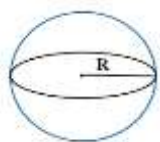
حجم

$$S_{\text{جانبی}} = 2\pi R h = 2\pi \times 3 \times 5 = 30\pi$$

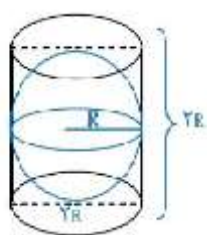
مساحت جانبی

تعریف دایره: دایره مجموعه نقاطی از صفحه است که همه‌ی آن نقاط از یک نقطه رد همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله است. به این اندازه‌ی ثابت شعاع دایره می‌گوییم.

تعریف کره: کره را همانند دایره تعریف می‌کنیم: کره مجموعه نقاطی از فضا است که همه‌ی آن نقاط از یک نقطه در فضا به نام مرکز به یک فاصله هستند مانند انواع توپ و کره زمین.



نکته: اگر یک کره را به طور کامل درون یک استوانه قرار دهیم، به طوری که از طرف بالا و پایین بر استوانه مماس شود، گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است.



نکته: اگر کره ای در یک استوانه محاط شود، ارتفاع استوانه برابر قطر کره و شعاع قاعده استوانه با شعاع کره مساوی است.

حجم و مساحت کره:

$$\text{کره } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{مساحت کره } S = 4 \pi R^2$$

اثبات حجم کره: با توجه به شکل بالا و یک آزمایش ساده ثابت می‌شود که فضای خالی بین کره و استوانه

$$\text{کره} \quad \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه} = \text{حجم کره} + \text{حجم ۳ تا نیم کره}$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \text{حجم یک نیم کره} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

مثال: حجم و مساحت کره ای به قطر ۱۲ سانتی متر را به دست آورید؟

$$\text{شعاع} = 12 \div 2 = 6 \Rightarrow \text{قطر کره} = 12$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 6^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 216 = 904.32$$

$$S = 4 \pi R^2 = \dots\dots$$

نکته: از دوران نیم دایره حول قطر آن کره بدست می‌آید.

نکته: از دوران ربع دایره حول شعاع آن نیم کره بدست می‌آید.

کار در منزل

۱- کره مجموعه نقاطی از فضا است که فاصله‌ی آن‌ها از نقطه ثابتی به نام به یک اندازه است. به این اندازه ثابت می‌گویند.

۲- حجم کره به شعاع ۴ را بیابید؟ (مقدار π را برابر ۳ در نظر بگیرید)

۳- مساحت یک نیم کره توپر فولادی به شعاع ۱۰ را بیابید (مقدار π را برابر ۳ در نظر بگیرید).

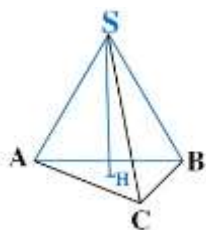
۴- حجم یک کره با مساحت آن برابر است اندازه قطر این کره را بیابید؟

۵- یک مخزن مطابق شکل از بهم پیوستن یک نیم کره و یک استوانه ساخته شده است. اگر شعاع قاعده استوانه ۱۰ باشد و ارتفاع استوانه ۵۰ باشد. حجم مخزن را بیابید. $(\pi = 3)$



حجم هرم و مخروط

هرم: هرم یک شکل فضایی است که وجه زیرین آن یک چند ضلعی محدب است که قاعده نام دارد و بقیه وجه‌های آن مثلثی شکل است که از یک طرف به قاعده و از طرف دیگر به نقطه‌ای به نام رأس هرم محدود می‌شوند.



ارتفاع هرم: فاصله‌ی رأس هرم تا قاعده را ارتفاع هرم گویند.

مثال: رأس: S، شکل قاعده: مثلث، تعداد وجه‌ها: ۳ وجه، شکل وجه‌ها: مثلثی نام قاعده: مثلث ABC

نکته: وجه جانبی (پهلوه‌ای هرم) همگی مثلثی شکل هستند.

حجم هرم:

ارتفاع \times مساحت قاعده $\times \frac{1}{3}$ = حجم هرم

کلامی:

هرم $V = \frac{1}{3} \times S \times h$

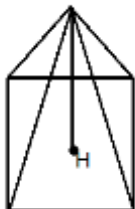
جبری:

مثال: حجم هرم مربع القاعده ای به ضلع ۵ cm و ارتفاع ۹ cm را حساب کنید؟

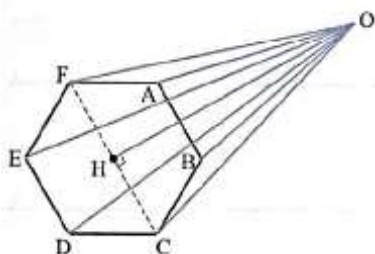
$$S = 5 \times 5 = 25 \Rightarrow V = \frac{Sh}{3} = \frac{25 \times 9}{3} = 75 \text{cm}^3$$

نکته: واحد حجم متر مکعب یا سانتی متر مکعب است و در مایعات معمولاً لیتر است.

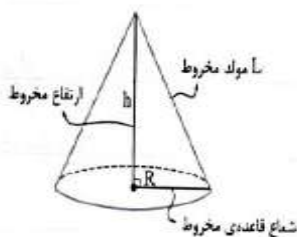
نکته: اگر قاعده هرم یک چند ضلعی منتظم باشد و وجه های جانبی هرم همنهشت باشند. هرم را منتظم می گوئیم در این صورت اگر قاعده مرکز تقارن داشته باشد. پای ارتفاع هرم روی مرکز تقارن قرار می گیرد.



نکته: قاعده هرم شکل زیر شش ضلعی منتظم است و نقطه H مرکز تقارن شش ضلعی. OH ارتفاع هرم است



مخروط: مخروط شکلی شبیه به هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است.



\overline{AH} ارتفاع، A رأس، \overline{HS} شعاع قاعده، \overline{AS} مولد مخروط است.

نکته: از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائم آن مخروط بدست می آید.

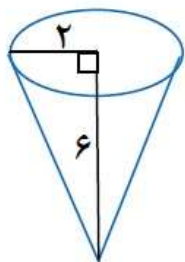
حجم مخروط:

ارتفاع \times مساحت قاعده $\times \frac{1}{3}$ = حجم مخروط **کلامی:**

$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times S \times h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ **جبری:**

شعاع قاعده (دایره)

مثال: حجم مخروط زیر را حساب کنید؟



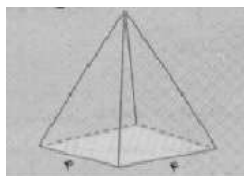
$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{3/14 \times 2 \times 2 \times 6}{3} = 25/12$$

کار در منزل:

۱- جای خالی را پر کنید

اگر مساحت قاعده‌ی های دو هرم با هم برابر باشد حجم هر می بیشتر است که آن بیشتر باشد.

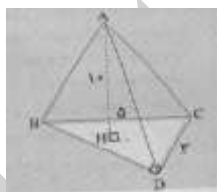
۲- حجم هر می با قاعده مربع را بیابید که ضلع قاعده آن ۴ و ارتفاع آن ۶ باشد.



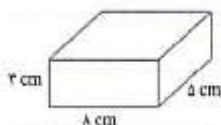
۳- اگر حجم یک مخروط برابر 24π باشد و ارتفاع آن برابر ۸ باشد شعاع قاعده مخروط را بیابید.

۴- اگر حجم یک استوانه و حجم یک مخروط با ارتفاع‌های برابر، مساوی باشد. نسبت شعاع قاعده استوانه به شعاع قاعده مخروط را بیابید؟

۵- حجم هرم مقابل را بیابید؟ ($AH = 10$ ، $BC = 5$ ، $DC = 3$)

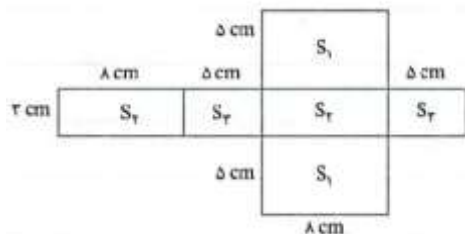


سطح و حجم:



به مکعب مستطیل شکل مقابل دقت کنید

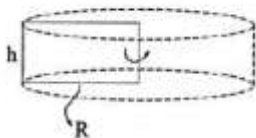
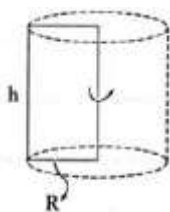
می خواهیم شکل گسترده این مکعب را رسم کنیم و با استفاده از آن، مساحت کل مکعب مستطیل را به دست آوریم. گسترده مکعب مستطیل به شکل زیر است:



اگر مساحت های سه وجه مختلف مکعب مستطیل را با S_1 ، S_2 ، S_3 نمایش دهیم، مساحت کل مکعب مستطیل برابر است با:

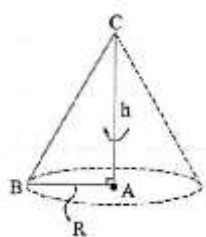
$$S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 = 2(S_1 + S_2 + S_3) = 2(8 \times 5 + 8 \times 3 + 5 \times 3) \Rightarrow S = 158 \text{ cm}^2$$

(۱) از دوران مستطیل حول طول یا عرض آن، استوانه بدست می آید.



(۲) از دوران مربع حول یکی از اضلاع آن، استوانه بدست می آید.

(۳) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع زاویه قائم، مخروط حاصل می شود.



(۴) از دوران مثلث قائم الزاویه حول وتر دو مخروط حاصل می شود.

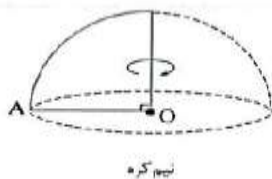
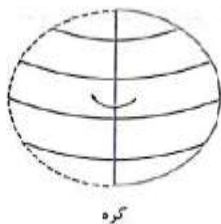
(۵) از دوران مثلث متساوی الاضلاع حول یک ضلع آن دو مخروط مساوی پدید می آید.

(۶) از دوران مربع حول یک قطر آن دو مخروط هم قاعده و مساوی پدید می آید.

(۷) از دوران لوزی حول یک قطر آن دو مخروط برابر و بهم چسبیده بدست می آید.

(۸) از دوران نیم دایره حول قطر آن کره بدست می آید.

۹) از دوران ربع دایره حول شعاع آن نیم کره بدست می آید.



نکته: برابر سطح کل دو شکل، برابری حجم آن دو شکل را نتیجه نمی دهد همین طور از برابری حجم دو شکل نمی توان برابری سطح کل آن دو شکل را نتیجه گرفت.

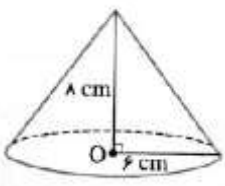
مثال: حجم حاصل از دوران شکل مقابل را حول ضلع AB به دست آورید؟



$$\text{حجم مخروط بالایی} = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 8 = \frac{128}{3} \pi$$

$$\text{حجم مخروط پایینی} = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 2 = \frac{32}{3} \pi$$

$$\text{حجم کل} = \frac{128}{3} \pi + \frac{32}{3} \pi = \frac{160}{3} \pi$$



مثال: مساحت جانبی و مساحت کل مخروط شکل مقابل را حساب کنید؟

$$L^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow L = 10$$

پاسخ: ابتدا طول مولد مخروط را حساب می کنیم.

$$S_{\text{جانبی مخروط}} = \pi RL = 3.14 \times 6 \times 10 = 188.4 \text{ cm}^2$$

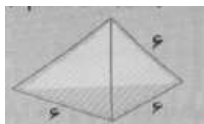
$$S_{\text{کل}} = \pi RL + \pi R^2 = 3.14 \times 6 \times 10 + 3.14 \times 36 = 188.4 + 3.14 \times 36 = 301.44 \text{ cm}^2$$

کار در منزل:

۱- جای خالی را پر کنید؟

(الف) از دوران یک مستطیل حول یکی از ضلع های آن یک تولید می شود که شعاع قاعده آن برابر است.

(ب) از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از ضلع های زاویه قائمه آن یک به دست می آید که شعاع قاعده آن برابر است.



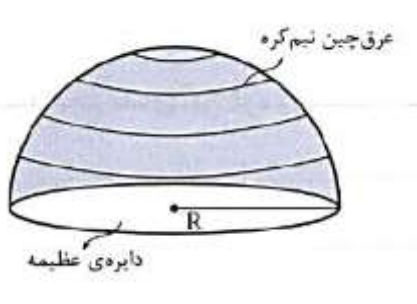
۲- مساحت کل یک هرم منتظم با قاعده مثلث (چهار وجهی منتظم) به ضلع قاعده ۶ را بیابید؟

۳- حجم حاصل از دوران یک نیم دایره به شعاع ۶ را حول قطرش به دست آورید؟

۴- اگر یک مکعب به ضلع ۴ را به طور قائم از روی قطر قاعده اش برش بزنیم، سطح مقطع به دست آمده به چه شکلی است؟ مساحت آن را بیابید.

نکات و سوالات تکمیلی

نکته: اگر یک کره چوبی توپر را به طور دقیق به دو نیم کره تبدیل کنیم، سطح مقطع این نیم کره ها به شکل یک دایره است. که شعاع این دایره با شعاع کره برابر است. به این دایره، دایره عظیم کره می‌گویند و رویه گنبدی شکل نیم کره را عرق چین نیم کره می‌گویند.



نکته: مساحت کره چهار برابر مساحت دایره ی عظیم ی آن است.

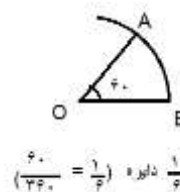
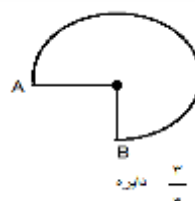
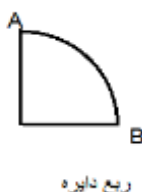
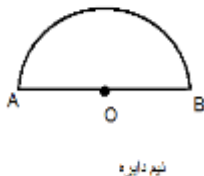
مساحت کره $S = 4\pi R^2$

$$S_{\text{دایره عظیم کره}} = \pi R^2 \Rightarrow S_{\text{عرق چین نیم کره}} = 4\pi R^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 4\pi R^2 = 2\pi R^2$$

کل نیم کره توپر $S = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2$

| | |
|---------|-------|
| مساحت | مساحت |
| عرق چین | دایره |
| نیم کره | عظیمه |

نکته: هر یک از شکل های زیر کسری یا قسمتی از دایره هستند که به آنها قطاع دایره می‌گوئیم. در تمامی شکل ها، O مرکز دایره است.



نکته: با هر قطاعی از دایره می توان یک مخروط درست کرد که قسمت منحنی شکل قطاع، محیط قاعده‌ی مخروط و شعاع دایره مولد مخروط می شود. البته این مخروط ها فقط سطح جانبی دارند (قاعده ندارند).

$$S = \pi RL \quad \text{جانبی مخروط}$$

$$S = \underbrace{\pi RL}_S + \underbrace{\pi R^2}_S$$

کل مخروط

جانبی قاعده

نکته: شعاع قاعده مخروط ساخته شده از هر قطاع دایره از رابطه زیر بدست می آید:

اندازه کمان قطاع به درجه

$$r = \frac{\widehat{AB}}{360} \times R$$

شعاع قاعده دایره

شعاع قاعده مخروط

نکته: مساحت جانبی مخروط با مساحت قطاع دایره برابر است و از فرمول زیر بدست می آید.

$$S = \frac{\widehat{AB}}{360} \times \pi \times R^2 \quad \text{شعاع قطاع}$$

قطاع

$$S = S \quad \text{جانبی مخروط}$$

قطاع

مثال: نسبت حجم به مساحت کل استوانه ای را به دست آورید که شعاع آن a و ارتفاع آن b باشد.

$$V = S \times h = (\pi \times a \times a) \times b = \pi a^2 b$$

$$S = p \times h = (2 \times \pi \times a) \times b = 2\pi ab$$

جانبی

$$S = S + S = 2\pi ab + 2\pi a^2 = 2\pi a(b + a)$$

کل

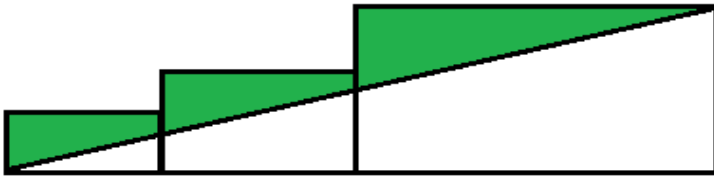
جانبی

↓
دوقاعده

$$\frac{V}{S} = \frac{\pi a^2 b}{2\pi a(ab + a)} = \frac{ab}{2(a + b)}$$

نکته: اگر به یک مکعب به طور عمود بر یال نگاه کنیم به مستطیل دیده می شود و اگر عمود بر وجه نگاه کنیم مربع و اگر عمود بر یک رأس نگاه کنیم، شش ضلعی خواهیم دید.

سوال ۱- سه مستطیل کنار هم قرار داده شده‌اند. طول آنها ۲، ۴ و ۸ است و عرض آنها ۱، ۲ و ۴ سانتی متر. یک خط از بالای گوشه ی راست بزرگ ترین مستطیل به پایین گوشه ی سمت چپ کوچک ترین مستطیل وصل شده است. مساحت ناحیه ی هاشور خورده چقدر است؟ (مسابقات ریاضی استرالیا ۲۰۱۱).



۱۸(د)

۱۴(ج)

۱۲(ب)

۱۰(الف)

سوال ۲- مساحت ناحیه ی واقع بین دو دایره ی هم مرکز $\frac{25\pi}{2}$ سانتی متر مربع است. طول وتری از دایره ی بزرگ تر که بر دایره کوچک تر مماس باشد کدام است؟ (مسابقات ریاضی آمریکا)

۱۰(د)

۵√۲(ج)

۵(ب)

۵/√۲(الف)

سوال ۳- در شکل مقابل یک شش ضلعی رسم کرده‌ایم. بخش رنگی چه کسری از کل شکل است؟ (المپیاد آفریقای جنوبی ۲۰۰۶)



۱/۳(د)

۱/۴(ج)

۱/۵(ب)

۱/۶(الف)

سوال ۴- حجم مکعب مستطیل که مساحت هر یک از وجوه جانبی، روبه رو و قاعده ی آن به ترتیب ۱۲، ۸ و ۶ سانتی متر مربع می‌باشد، بر حسب سانتی متر مکعب برابر است با: (مسابقات ریاضی آمریکا)

۱۰۴(د)

۹(ج)

۲۴(ب)

۵۷۶(الف)

سوال ۵- مکعب مربعی چوبی به ابعاد ۵ را از به هم چسباندن ۱۲۵ مکعب کوچک یک واحدی درست کرده‌ایم. از این مکعب طوری عکس می‌گیریم که بیشترین تعداد مکعب‌های واحد دیده شوند. چند مکعب واحد در عکس دیده می‌شود؟ (کانگورو ۲۰۰۸)

۶۱(د)

۶۰(ج)

۷۴(ب)

۷۵(الف)

سوال ۶- هر گاه طول قطر یک مکعب ۶ باشد، مساحت آن چقدر است؟ (علامه حلی)

۹۶(د)

۷۲(ج)

۶۰(ب)

۴۸(الف)

نکته: طول هر مکعب به ضلع a برابر $a\sqrt{3}$

سوال ۷- استوانه‌ای در یک مکعب محاط شده است. اگر هر ضلع مکعب 10 cm باشد حجم بین مکعب و استوانه چقدر است؟ ($\pi = 3$)

الف) ۲۵۰ (ب) ۳۵۰ (ج) ۲۰۰ (د) ۳۰۰

سوال ۸- سنگی به حجم 314 سانتی متر مکعب را داخل طرف آب استوانه‌ای شکل می‌ندازیم. ارتفاع آب یک سانتی متر افزایش می‌یابد. شعاع قاعده‌ی این استوانه چند سانتی متر است؟ (تیزهوشان ۸۷)

الف) ۱۰ (ب) ۲۰ (ج) ۵۰ (د) ۱۰۰

سوال ۹- اگر شعاع کره ای m برابر شود حجم و مساحت کره چه تغییری میکند؟ (مسابقات علمی)

الف) هر دو m برابر می‌شوند. (ب) حجم m^3 برابر و مساحت m^2 برابر می‌شود.

ج) حجم m^2 برابر و مساحت m^3 برابر می‌شود. (د) هر دو m^2 برابر می‌شوند.

سوال ۱۰- نیم‌کره‌ای به شعاع 6 را پر آب کرده، در استوانه‌ای به شعاع 12 می‌ریزیم. ارتفاع آب در استوانه کدام است؟

الف) ۴ (ب) ۳ (ج) ۲ (د) ۱

سوال ۱۱- اگر عدد حجم کره‌ای سه برابر مساحت آن باشد جذر شعاع کرده برابر است با: (تیزهوشان)

الف) ۹ (ب) ۳ (ج) π (د) ۱

سوال ۱۲- یک قوطی توپ‌های تنیس داریم که ارتفاع آن درست به اندازه‌ی 5 توپ و قطر دهانه‌ی آن 6 سانتی متر می‌باشد. حساب کنید فضای بین توپ‌ها چند برابر حجم یک توپ است؟

الف) ۳ (ب) $2/5$ (ج) ۵ (د) $7/5$

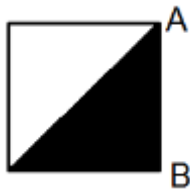
سوال ۱۳- حجم هرم مربع القاعده‌ای به قطر قاعده $10\sqrt{2}$ و ارتفاع 15 چند است؟ (علامه حلی)

الف) ۶۰۰ (ب) ۵۰۰ (ج) ۳۰۰ (د) ۲۰۰

سوال ۱۴- یک لوزی به اقطار 4 و 6 را حول قطر 6 دوران می‌دهیم. حجم حاصل کدام است؟ (فرزانگان)

الف) 4π (ب) π (ج) 6π (د) 8π

سوال ۱۵- مستطیل مقابل را حول AB دوران می‌دهیم. نسبت حجم حاصل از دوران قسمت هاشور خورده به حجم حاصل از دوران قسمت سفید برابر است با: (تیزهوشان)

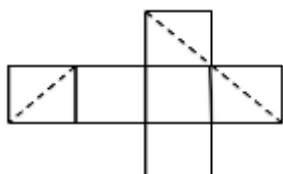


- الف) ۱ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

سوال ۱۶- با قطاع $\frac{1}{4}$ دایره‌ای به شعاع ۲۰ سانتی متر مخروطی ساخته‌ایم. شعاع قاعده‌ی مخروط چقدر است؟

- الف) ۱۰ (ب) ۲۰ (ج) $\frac{31}{4}$ (د) ۵

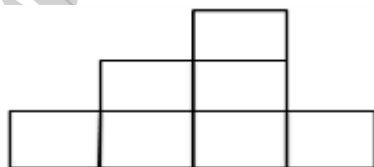
سوال ۱۷- یک مکعب توسط صفحه‌ای قطع شده است. در شکل گسترده‌ی مکعب، این مقطع با خط چین نشان داده شده است. این مقطع چه شکلی را پدید می‌آورد؟ (کانگورو ۲۰۰۴)



الف) یک مثلث متساوی الاضلاع (ب) مستطیلی که مربع نیست

ج) یک مثلث قائم الزاویه (د) یک مربع

سوال ۱۸- تعدادی مکعب طوری روی هم چیده شده‌اند که اگر آنها را از رو به رو بینیم، شکل ۱ و اگر از پهلو آن نگاه کنیم شکل ۲ دیده می‌شود حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌ها کدام است؟

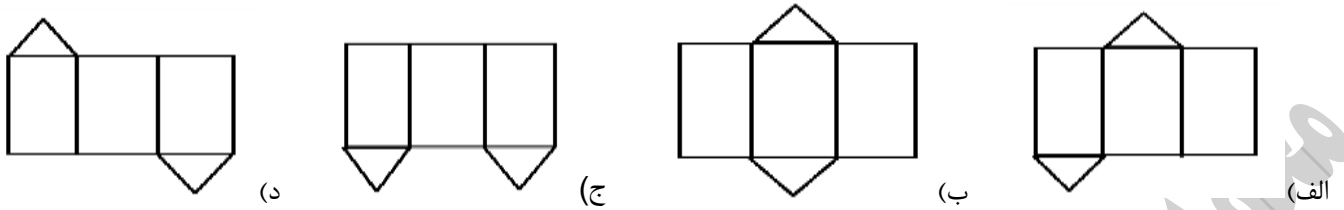


- الف) ۲۳ و ۱۳ (ب) ۲۳ و ۱۰ (ج) ۲۱ و ۱۱ (د) ۲۱ و ۱۳

سوال ۱۹- کدام شکل زیر نمی‌تواند سایه‌ی یک مکعب بر روی دیوار باشد؟ (انرژی اتمی ۷۴)

- الف) مستطیل (ب) مربع (ج) لوزی (د) شش ضلعی

سوال ۲۰- کدام شکل زیر منشور مثلث القاعده تشکیل نمی‌دهد؟ (المپیاد آفریقای جنوبی ۲۰۰۲)



سوال ۲۱- مساحت کل شکل مقابل چقدر است؟ (قطر قاعده استوانه ۴۰ سانتی متر و ارتفاع آن ۶۰ سانتی متر)

- (الف) 2400π (ب) 2800π (ج) 3600π (د) 3200π

سوال ۲۲- عدد اندازه حجم کره سه برابر عدد اندازه مساحت آن است. مساحت دایره بزرگتر کره چقدر است؟ (آزاد ریاضی خارج از کشور-۸۸)

- (الف) 36π (ب) 49π (ج) 64π (د) 81π

سوال ۲۳- حجم کره‌ای به شعاع ۲ چند برابر سطح آن است؟ (سراسری تجربی-۷۲)

- (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{4}{3}$

سوال ۲۴- حجم کره‌ای به شعاع R نصف سطح کره است. شعاع کره چقدر است؟ (آزاد ۸۱ و ۷۶ و سراسری تجربی-۶۸)

- (الف) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) ۲ (د) $\frac{3}{4}$

سوال ۲۵- ظرفی به شکل نیم کره به ضخامت یکنواخت ۳ واحد داریم. اگر قطر خارجی دهانه آن ۱۶ واحد باشد، سطح

کل ظرف چند برابر π است؟ (سراسری تجربی-۹۰)

- (الف) ۲۰۸ (ب) ۲۱۲ (ج) ۲۱۵ (د) ۲۱۷

سوال ۲۶- در کره‌ای به شعاع R یک مکعب محاط شده است نسبت حجم کره به مکعب کدام است؟ (آزاد ریاضی-۸۴)

- (الف) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ (ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ (ج) $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

سوال ۲۷- یک مکعب به ضلع a داریم. آن را درون یک کره محاط کرده ایم. سطح کره چند برابر سطح کل مکعب است؟ (آزاد ریاضی-۸۸)

- (الف) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{2}{5}\pi$ (د) $\frac{\pi}{6}$

سوال ۲۸- در کره ای به شعاع R ، استوانه ای به شعاع $\frac{R}{2}$ محاط شده است. نسبت حجم استوانه به حجم کره چقدر است؟ (آزاد تجربی-۸۹)

الف) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$ ب) $\frac{7}{9}$ ج) $\frac{11}{9}$ د) $\frac{9}{16}$

سوال ۲۹- حجم بزرگترین مکعب درون یک کره چه نسبتی از حجم کره است؟ (سراسری ریاضی-۹۱)

الف) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ ب) $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$ ج) $\frac{3\sqrt{2}}{4\pi}$ د) $\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$

سوال ۳۰- در کره ای به شعاع R ، استوانه به ارتفاع R محاط شده است. نسبت حجم استوانه به حجم کره چقدر است؟

الف) $\frac{11}{16}$ ب) $\frac{7}{9}$ ج) $\frac{11}{9}$ د) $\frac{9}{16}$

سوال ۳۱- حجم کره ای $\frac{12560}{3}$ سانتی متر مکعب است. مساحت کره کدام مورد است؟

الف) $\frac{1256}{3}$ ب) 1256 ج) 2532 د) $\frac{2532}{3}$

سوال ۳۲- شعاع قاعده مخروطی که حجم آن ۹۴۲ سانتی متر مکعب و ارتفاع آن ۹ سانتی متر است، کدام گزینه می باشد؟

الف) 5 cm ب) 20 cm ج) 10 cm د) 15 cm

سوال ۳۳- حجم مخروطی به مساحت قاعده 10 و ارتفاع 6 واحد چند برابر حجم استوانه ای به مساحت قاعده 5 و ارتفاع 2 است؟ (آزاد تجربی - ۷۸)

الف) 6 ب) 3 ج) 2 د) 1

سوال ۳۴- حجم استوانه ای 60 واحد است. حجم مخروطی که سطح قاعده و ارتفاع آن با سطح قاعده و ارتفاع استوانه مساوی است، کدام است؟ (آزاد ریاضی - ۶۵)

الف) 20 ب) 30 ج) 40 د) 50

سوال ۳۵- یک مخروطی و یک استوانه دارای حجم مساوی اند. ارتفاع مخروط 27 برابر ارتفاع استوانه است نسبت شعاع های قاعده آنها کدام است؟ (سراسری تجربی - ۷۰)

الف) 6 ب) $3\sqrt{3}$ ج) $\sqrt{3}$ د) 3

سوال ۳۶- قاعده هرم منتظمی، مربعی به ضلع 6 و ارتفاع یکی از وجوه جانبی آن برابر 5 است. حجم هرم چقدر است؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور-۸۴)

الف) 42 ب) 45 ج) 48 د) 54

سوال ۳۷- در هرم منتظم مربع القاعدهای به ضلع $2\sqrt{3}$ اگر زاویه سطح هر وجه با قاعده 60° باشد، حجم هرم چقدر است؟

الف) 8 ب) 9 ج) 12 د) 18

سوال ۳۸- در کدام گزینه حجم هرم منتظم مربع القاعده بیشتر است؟ (آزاد ریاضی -۸۳)

الف) ارتفاع 3 و ضلع قاعده 1 ب) ارتفاع 2 و ضلع قاعده $\sqrt{2}$

ج) ارتفاع $\sqrt{3}$ و قطر قاعده $\sqrt{2}$ د) ارتفاع $\sqrt{3}$ و ضلع قاعده $\sqrt{3}$

سوال ۳۹- در داخل یک مکعب به ضلع a ، مخروطی با بیشترین حجم قرار می‌دهیم. حجم مخروط چند برابر حجم مکعب است؟ (سراسری ریاضی-۷۸)

الف) $\frac{\pi}{4}$ ب) $\frac{\pi}{6}$ ج) $\frac{\pi}{12}$ د) $\frac{2\pi}{9}$

سوال ۴۰- مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ سانتی متر را حول یک ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم حاصل چقدر است؟
(سراسری ریاضی و تجربی-۷۰)

الف) 12π ب) 16π ج) 18π د) 24π

سوال ۴۱- حجم یک هرم مربع القاعده به ضلع a و ارتفاع a با حجم مخروط به شعاع قاعده a برابر است. ارتفاع مخروط چقدر است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور-۸۴)

الف) $\frac{a}{\pi}$ ب) $\frac{\pi}{a}$ ج) $\frac{\sqrt{a}}{\pi}$ د) $\frac{\pi}{\sqrt{a}}$

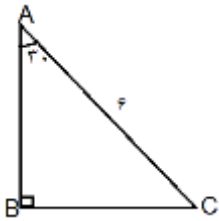
سوال ۴۲- حجم هرم منتظم که قاعده آن شش ضلعی منتظم به ضلع a و طول یال جانبی آن $\sqrt{2}a$ باشد، کدام است؟
(آزاد ریاضی -۷۵)

الف) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ب) $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ ج) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ د) $6a^3\sqrt{3}$

سوال ۴۳- مساحت جانبی هرمی که قاعده و وجوه جانبی آن همه مثلث متساوی الاضلاع به ضلع x هستند، کدام گزینه است؟

الف) $\frac{1}{4}\sqrt{3}x^2$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ ج) $\frac{3\sqrt{3}}{4}x^2$ د) $4\sqrt{3}x^2$

سوال ۴۴- مثلث قائم الزاویه مقابل را حول \overline{AB} دوران می‌دهیم. سطح جانبی شکل تولید شده کدام گزینه است؟



الف) $56/52 \text{ cm}^2$ ب) $48/18 \text{ cm}^2$ ج) $168/36 \text{ cm}^2$ د) $96/36 \text{ cm}^2$

سوال ۴۵- قاعده یک مخروط محاط در نیم کره با قاعده نیمکره مشترک است. نسبت بیشترین حجم مخروط به حجم نیم کره چقدر است؟ (آزاد ریاضی-۷۳)

الف) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{2}{3}$ د) $\frac{1}{4}$

سوال ۴۶- سطح کل هرم منتظم مربع القاعده که ارتفاع هر وجه جانبی آن ۱۳ و ارتفاع هرم ۱۲ است، چقدر است؟ (سراسری تجربی-۸۵)

الف) ۲۸۵ ب) ۳۲۰ ج) ۳۲۵ د) ۳۶۰

سوال ۴۷- سطح جانبی هرم منتظم مربع القاعده به ضلع $2\sqrt{3}$ و ارتفاع ۳ کدام است؟ (سراسری تجربی-۷۳)

الف) $12\sqrt{6}$ ب) ۱۸ ج) ۲۴ د) $16\sqrt{3}$

سوال ۴۸- عدد سطح جانبی و حجم مخروط با هم برابرند. اگر شعاع قاعده و ارتفاع مخروط برابر باشد، شعاع قاعده چقدر است؟ (سراسری تجربی-۷۰)

الف) $2\sqrt{2}$ ب) $2\sqrt{3}$ ج) $3\sqrt{2}$ د) $3\sqrt{3}$

سوال ۴۹- حجم یک کره $\sqrt{2}$ برابر حجم یک مخروط است. اگر شعاع قاعده مخروط برابر شعاع کره باشد، ارتفاع مخروط چند برابر شعاع قاعده آن است؟ (سراسری ریاضی-۸۷)

الف) ۲ ب) ۳ ج) $\sqrt{10}$ د) $2\sqrt{2}$

سوال ۵۰- در شکل مقابل ارتفاع مخروط با قطر قاعده آن برابر است. اگر حجم مخروط $\frac{128\pi}{3}$ باشد، سطح جانبی استوانه کدام است؟ (سراسری ریاضی-۷۴)

۶۴ π (د)

۵۶ π (ج)

۶۰ π (ج)

۵۲ π (الف)

سوال ۵۱- بزرگترین مکعب ممکن داخل یک کره به قطر ۶ واحد جای گرفته، سطح کل مکعب کدام است؟ (سراسری تجربی-۹۱)

۸۱ (د)

۷۲ (د)

۶۳ (ب)

۵۴ (الف)

سوال ۵۲- سطح کره محیط بر مکعبی به ضلع a چند برابر سطح کره محاطی داخلی مکعب است؟ (آزاد ریاضی-۸۴)

۳ (د)

۴ (ج)

۱۲ (ب)

$\frac{4}{3}$ (الف)

سوال ۵۳- حجم کره ای به شعاع ۲ چند برابر سطح آن است؟ (سراسری تجربی-۷۲)

$\frac{4}{3}$ (د)

$\frac{2}{3}$ (ج)

۲ (ب)

۱ (الف)

سوال ۵۴- عدد اندازه یک کره سه برابر عدد اندازه مساحت این کره است. مساحت دایره عظیمه این کره چقدر است؟ (آزاد ریاضی خارج از کشور-۸۸)

۸۱ π (د)

۶۴ π (ج)

۴۹ π (ب)

۳۶ π (الف)