

فصل هفتم پایه نهم (عبارت‌های گویا) « معرفی و ساده کردن عبارت‌های گویا »

تعریف عبارت‌های گویا: یک عبارت گویا، کسری است که بعد از ساده کردن، صورت و

مخرج آن یک چند جمله‌ای باشد.

عبارت‌های زیر گویا هستند:

$$\frac{3x+4}{x-2}, \frac{\sqrt{3}xy}{x-y}, \frac{2x+\sqrt{7}}{5x^2}, -\frac{x}{y}, \frac{5x+1}{x^2+4x+2}$$

عبارت‌های زیر گویا نیستند:

$$\frac{\sqrt{x}}{2}, \frac{\sqrt{x+\sqrt{y}}}{-2x}, |x+y|, \frac{|xy|}{3}, \frac{3x}{\sqrt{x-5}}$$

نتیجه: عبارت‌هایی که در صورت و یا مخرج آن‌ها، متغیر زیر رادیکال و یا داخل قدر مطلق باشد به طوری که قابل ساده شدن نباشند، عبارت گویا نیستند.

کدام عبارت گویا نیست؟ (الف) $\frac{3x-1}{\sqrt{x}}$ (ب) \sqrt{y} (ج) $\frac{3x+4}{x-1}$ (د) $\frac{5x+1}{\sqrt{5x+1}}$

برای تشخیص گویا بودن یا گویا نبودن یک عبارت، ابتدا لازم است آن را ساده کنیم.

آیا عبارت زیر گویا است؟ چرا؟ عبارت زیر قبل از ساده شدن گویا نیست ولی بعد از ساده شدن عبارت گویا است.

$$\frac{\sqrt{8x} + 4x - \sqrt{16x^2}}{2y} = \frac{2x + 4x - 4x}{2y} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y} \quad (x > 0)$$

برای پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت گویا، کافی است مقدارهای مورد نظر را به جای متغیر قرار داده و پس از ساده کردن، مقدار عبارت گویا را به دست آوریم.

$$\frac{\sqrt{2x+3y}}{x^2+y^2} = \frac{\sqrt{2(\sqrt{8})+3(-2)}}{(\sqrt{8})^2+(-2)^2} = \frac{\sqrt{16-6}}{8+4} = \frac{4-6}{12} = \frac{-2}{12} = \frac{-1}{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{8} \\ y = -2 \end{array} \right.$$

مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ را به ازای عددهای داده شده، به دست آورید.

$x = -2 \rightarrow \frac{-2+5}{-2-3} = \frac{+3}{-5} = -\frac{3}{5}$

$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}+5}{\frac{1}{2}-3} = \frac{\frac{11}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{11}{5}$

$x = 7 \rightarrow \frac{7+5}{7-3} = \frac{12}{4} = 3$

مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ به ازای $x=3$ چه عددی است؟

$\frac{x+5}{x-3} = \frac{3+5}{3-3} = \frac{8}{0} \rightarrow$ کسر $\frac{8}{0}$ به عنوان یک عدد تعریف نشده معرفی می شود.

نکته: اگر مخرج یک عبارت گویا به ازای بعضی از مقادیر برابر صفر شود، می گوئیم

که عبارت گویا به ازای آن مقادیر تعریف نشده است.

هر یک از عبارت زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف) $\frac{8x+5}{2}$ چون مخرج کسر صفر نیست (عدد 2) پس این عبارت به ازای هر x تعریف شده است.

ب) $\frac{7+x}{x}$ مخرج کسر نباید صفر شود. پس به ازای $x=0$ عبارت تعریف نشده است.

ج) $\frac{2b+1}{2b-1}$ اگر مخرج کسر را به جای b عدد $\frac{1}{2}$ قرار $\rightarrow b = \frac{1}{2} \rightarrow 2b - 1 = 0$ دهیم، عبارت تعریف نشده خواهد بود.

د) $\frac{3x}{x^2+4}$ مخرج کسر به ازای هیچ مقدار x صفر نخواهد شد. بنابراین به ازای هر مقدار x تعریف شده خواهد بود.

ه) $\frac{a+5}{a^2-5a+6}$ ابتدا مخرج کسر را تجزیه می کنیم $\frac{a+5}{(a-2)(a-3)}$

$a-2=0 \rightarrow a=2$

$a-3=0 \rightarrow a=3$

مخرج کسر به ازای مقادیر 2 و 3 صفر می شود.

ساده کردن یک عبارت گویا: همان طوری که در ساده کردن هر عدد گویا می توان صورت و

مخرج را به عددی غیر صفر (مخالف صفر) تقسیم کرد، در ساده کردن عبارت گویا نیز

می توان صورت و مخرج را به عبارت یا متغیر غیر صفر تقسیم کرد.

کسر مقابل را ساده کنید.

$$\frac{150}{375} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times 5} = \frac{2}{5}$$

همان طوری که مشاهده می کنید با تجزیه صورت و مخرج عبارت گویا با استفاده از اتحاد و

فاکتورگیری و یا تجزیه شماره کننده می توانیم آن عبارت گویا را ساده کنیم.

مثال:

$$\frac{18y^3}{60y^5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times y \times y \times y}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times y \times y \times y \times y \times y} = \frac{3}{10y^2}$$

هر یک از عبارت های گویای زیر را ساده کنید.

1) $\frac{1ab^7}{20a^2b^3} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times a \times b^3 \times b^4}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times a \times a \times b^3} = \frac{2b^4}{5a}$ (توضیح: $b^7 = b^3 \times b^4$)

2) $\frac{b-5}{5-b} = \frac{b-5}{-(b-5)} = \frac{1}{-1} = -1$ (توضیح: $b-5 = -1(5-b)$) قرینه

3) $\frac{9m+18}{7m+21} = \frac{9(m+3)}{7(m+3)} = \frac{9}{7}$ (توضیح: استفاده از فاکتورگیری برای تجزیه)

4) $\frac{m^2-16}{4-m} = \frac{(m+4)(m-4)}{-(m-4)} = \frac{(m+4)}{-1} = -(m+4)$

نکته: در جمع عمل جابجایی امکان پذیر است ولی در تفریق، عمل جابجایی در صورت

قرینه نمودن عبارت امکان پذیر خواهد بود.

$$5+7=7+5 \quad 5-7 \neq 7-5 \rightarrow 5-7 = -(7-5), \quad b-a = -(a-b)$$

نکته 8 در صورتی که عمل جمع یا تفریق به ضرب تبدیل نشود، عبارت کویا قابل ساده شدن نیست

$$\frac{5+7}{5+3} = \frac{7}{3} \quad (\text{غلط}) \quad \frac{5+7}{5+3} = \frac{12}{8} = \frac{3 \times 4}{2 \times 4} = \frac{3}{2} \quad (\text{درست})$$

$$\frac{a+ax}{a} = 1+ax \quad (\text{غلط}) \quad \frac{a+ax}{a} = a+x \quad (\text{غلط})$$

$$\frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x \quad (\text{درست})$$

$$\frac{a^2-5a-14}{a^2+a-2} = \frac{1-5-7}{1+1-1} = \frac{-11}{1} = -11 \quad (\text{غلط})$$

$$\frac{a^2-5a-14}{a^2+a-2} = \frac{(a+2)(a-7)}{(a+2)(a-1)} = \frac{a-7}{a-1} \quad (\text{درست})$$

عبارت‌هایی را که حاصل آن‌ها 1 و یا -1 است، منظور کنید.

الف) « این عبارت قابل ساده شدن نیست، چون صورت و مخرج متفاوتند. » $\frac{2y+3}{2y-3} = ?$

ب) $\frac{2y-3}{3-2y} = \frac{(2y-3)}{-(2y-3)} = \frac{1}{-1} = -1$ « با توجه به نکته جایابی متغیر »

ج) $\frac{2y+3}{3+2y} = \frac{2y+3}{2y+3} = 1$

د) $\frac{2y+3}{-2y-3} = \frac{(2y+3)}{-(2y+3)} = \frac{1}{-1} = -1$

الف) $\frac{-a-2}{-a-5} = \frac{-(a+2)}{-(a+5)} = \frac{a+2}{a+5}$

ب) $\frac{a-2}{-a-5} = \frac{-(2-a)}{-(a+5)} = \frac{2-a}{a+5}$

ج) $\frac{2-a}{-a-5} = \frac{-(a-2)}{-(a+5)} = \frac{a-2}{a+5}$

مساوی‌های زیر را کامل کنید.

در هر ۳ مثال از عمل قرینه‌یابی (فاکتورگیری از علامت منفی) استفاده شده است.

ریاضی نهم - فصل هفتم * درسی دوم : محاسبات، عبارت های گویا *

همان طوری که عدد های گویا را در هم ضرب یا تقسیم می کنیم، عبارت های گویا را نیز می توان

در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد.

$$\frac{8}{7} \times \frac{21}{14} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}} \times \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \times \underset{2}{\cancel{14}}} = \frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{15}\right) \div \frac{24}{25} = -\frac{\overset{1}{\cancel{1}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \times \underset{3}{\cancel{24}}} = -\frac{5}{9}$$

مراحل ضرب عبارت های گویا :

۱- صورت و مخرج کسر را در صورت امکان تجزیه کنید. ۲- حاصل را ساده کنید.

مثال ۱: $\frac{4ab}{2fab} \times \frac{9ac}{14a^2} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{3}{\cancel{9}} \times a \times a \times b}{\overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{3}} \times a \times b} \times \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{3}{\cancel{3}} \times a \times c}{\overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{2}} \times a \times a} = \frac{c}{14}$

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{\overset{1}{\cancel{x+3}}}{\cancel{x}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{x}} \times \overset{1}{\cancel{x}}}{(\overset{1}{\cancel{x+3}})(\overset{1}{\cancel{x-5}})} = \frac{x}{x-5}$$

$$\frac{x-6}{x^2-11x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{\overset{1}{\cancel{x-6}}}{(\overset{1}{\cancel{x-6}})(\overset{1}{\cancel{x-6}})} \times \frac{(\overset{1}{\cancel{x-6}})(\overset{1}{\cancel{x+3}})}{(\overset{1}{\cancel{x+3}})(\overset{1}{\cancel{x+4}})} = \frac{1}{x+4}$$

مراحل تقسیم عبارت های گویا :

۱- کسر اول را در مخرج کسر دوم ضرب کنید. ۲- مراحل ضرب عبارت های گویا انجام می شود.

مثال ۲: $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{1x}{y^3} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^3}{1x} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{3}{\cancel{3}} \times \overset{3}{\cancel{3}} \times \overset{3}{\cancel{3}}}{\overset{3}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{x}} \times y} \times \frac{\overset{3}{\cancel{y}} \times \overset{3}{\cancel{y}} \times \overset{3}{\cancel{y}}}{\overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{2}} \times x} = \frac{y^2}{6}$

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\frac{x^2+3x+2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{\overset{1}{\cancel{x+3}} \times \overset{1}{\cancel{x+2}}}{\cancel{x+2}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{x+5}}}{\overset{1}{\cancel{x+1}}} = \frac{(\overset{1}{\cancel{x+1}})(\overset{1}{\cancel{x+2}})}{\overset{1}{\cancel{x+2}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{x+5}}}{\overset{1}{\cancel{x+1}}} = \frac{x+5}{x+1}$$

$$\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+2a+2}{a-4} = \frac{(\overset{1}{\cancel{a+1}})(\overset{1}{\cancel{a-5}})}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(\overset{1}{\cancel{a+1}})(\overset{1}{\cancel{a+2}})} = \frac{a-5}{a(a+2)}$$

جمع و تفریق عبارات گویا :
جمع و تفریق عبارات گویا به مانند جمع و تفریق اعداد گویاست :

$$\frac{13}{15} - \frac{1}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{3}{5} + \frac{5}{8} = \frac{24+25}{40} = \frac{49}{40} \quad , \quad \frac{7}{10} - \frac{7}{15} = \frac{21-14}{30} = \frac{7}{30}$$

الف) جمع و تفریق عبارات گویا با مخرج های یکسان : مثال عددی : $\frac{5}{9} - \frac{3}{9} = \frac{5-3}{9} = \frac{2}{9}$

$$\frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7+2x-3}{x+2} = \frac{5x+4}{x+2}$$

$$\frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$$

علامت (-) صورت کسر دوم را قرینه کرد.

ب) جمع و تفریق عبارات گویا با یک مخرج کامل : مثال عددی : $\frac{7}{10} + \frac{9 \times 2}{5 \times 2} = \frac{7+18}{10} = \frac{25}{10}$

$$\frac{a^2-2}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-2}{(a+2)(a-2)} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-2 + (a-2)(a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2a^2-4a-4}{(a+2)(a-2)}$$

$$= \frac{2(a^2-2a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a+2)(a-4)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{(a-2)}$$

ج) جمع و تفریق عبارات گویا با مخرج های ناقص : مثال عددی : $\frac{3 \times 5}{7 \times 5} - \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{15-14}{35} = \frac{1}{35}$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} = \frac{2(x+4) - (x-1)(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{2x+8 - x^2 - x + 2}{(x+2)(x+4)} = \frac{-x^2 + x + 10}{x^2 + 4x + 8}$$

حاصل عبارات های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{4}{5x} - \frac{4 \times 5}{x \times 5} = \frac{4-20}{5x} = \frac{-16}{5x}$ به عنوان مخرج مشترک انتخاب می شود.

$$\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} = \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{-(x-y)} = \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{x-y}$$

$$= \frac{x^2-y^2}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x-y} = x+y$$

توضیح داده شد.

ج) مخرج کسرها را تجزیه می کنیم.

$$\frac{y}{x^2 - x - 2} + \frac{x}{x^2 + 4x + 3} = \frac{y}{(x-2)(x+1)} + \frac{x}{(x+1)(x+3)}$$

مخرج مشترک: $(x-2)(x+1)(x+3)$

$$\frac{y(x+3) + x(x-2)}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{yx + 2y + x^2 - 2x}{(x-2)(x+1)(x+3)}$$

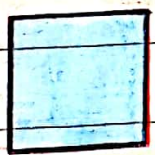
$$= \frac{x^2 + 5x + 2y}{(x-2)(x+1)(x+3)}$$

حاصل هر یک از کسر مرکب های زیر را به دست آورید. $(a \neq -1, a \neq 0, x \neq 0)$

$$1 - \frac{1}{x} - \frac{y}{x^2} = \frac{x^2 - x - y}{x^2} = \frac{x^2 - x - y}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$\frac{\frac{y}{a} + \frac{3}{a+1}}{\frac{y}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{\frac{y(a+1) + 3a}{a(a+1)}}{\frac{ya - 3(a+1)}{a(a+1)}} = \frac{y(a+1) + 3a}{ya - 3(a+1)} = \frac{ya + y + 3a}{ya - 3a - 3} = \frac{5a + y}{-a - 3}$$

$2x + 3$



در شکل مقابل، طول ضلع مربع داخل مستطیل،

نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت مساحت

مربع به مساحت مستطیل $\frac{5}{24}$ باشد، طول و عرض

مستطیل را به دست آورید. $\frac{x+5}{2}$ طول ضلع مربع = نصف عرض مستطیل

مساحت مربع = $(\frac{x+5}{2})^2$ مساحت مستطیل = $(2x+3)(x+5)$

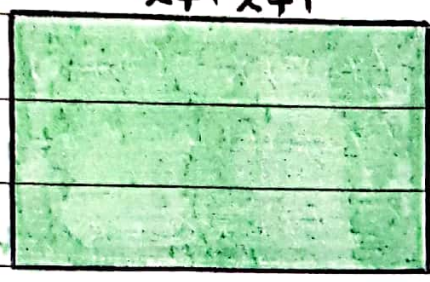
$$\frac{\text{مساحت مربع}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{5}{24} \rightarrow \frac{(\frac{x+5}{2})^2}{(2x+3)(x+5)} = \frac{5}{24} \rightarrow \frac{(x+5)}{2(2x+3)} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{x+5}{4x+6} = \frac{5}{12} \rightarrow 12x + 60 = 20x + 30 \rightarrow 12x - 20x = -60 + 30$$

$$\rightarrow -8x = -30 \rightarrow x = \frac{-30}{-8} = \frac{15}{4} \rightarrow x = \frac{15}{4}$$

طول مستطیل = $2x + 3 = 2(\frac{15}{4}) + 3 = \frac{15}{2} + 3 = \frac{21}{2}$ عرض مستطیل = $x + 5 = \frac{15}{4} + 5 = \frac{35}{4}$

مساحت مستطیل زیر را بر حسب x به دست آورید. ($x < 2$)



مساحت مستطیل = $(x^2 + 3x + 2) \left(\frac{x-2}{x+1}\right)$

مساحت مستطیل = $\frac{(x^2 + 3x + 2)(x-2)}{x+1}$

مساحت مستطیل = $\frac{(x+1)(x+2)(x-2)}{x+1} = (x+2)(x-2)$ انتاد مزدوج

مساحت مستطیل = $x^2 - 4$

اگر $A = a^2 - b^2$ و $B = a^2 + b^2$ و $C = 2ab$ ، حاصل عبارت $\frac{A-B}{C^2}$ را به دست آورید

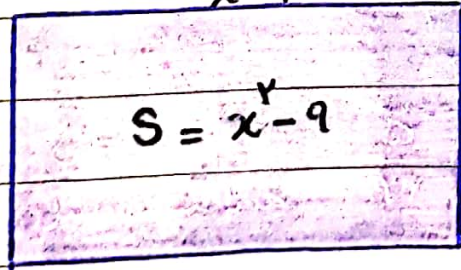
$\frac{A-B}{C^2} = \frac{(A+B)(A-B)}{C^2} = \frac{(a^2 - b^2 + a^2 + b^2)(a^2 - b^2 - a^2 - b^2)}{(2ab)^2}$

$= \frac{(2a^2)(-2b^2)}{4a^2b^2} = \frac{-4a^2b^2}{4a^2b^2} = -1$

دو عبارت گویا بنویسید که:

الف) حاصل ضرب آن‌ها $\frac{a-2}{a+7}$ شود. به جای a می‌توانید هر عبارت جبری (چند جمله‌ای) دیگر بنویسید.

ب) حاصل جمع آن‌ها $\frac{a-2}{a+7}$ شود. عبارت $a-2$ را می‌توانید به صورت $a + (-2)$ بنویسید.



عرض مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید. مساحت مستطیل $x^2 - 9$ است.

$x^2 - 9$: مساحت مستطیل و $\frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$: طول مستطیل

طول مستطیل \times مساحت مستطیل = طول مستطیل \div مساحت مستطیل = عرض مستطیل مکوس

عرض مستطیل = $x^2 - 9 \div \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} = \frac{(x+3)(x-3)}{1} \times \frac{x-4}{(x+3)(x-4)}$

عرض مستطیل = $x - 3$

فصل هفتم - درس سوم - تقسیم چند جمله‌ای‌ها

برای تقسیم یک عبارت بر عبارتی دیگر، ضرایب را برهم تقسیم می‌کنیم و متغیرهای مشترک را نیز برهم تقسیم می‌کنیم.

مثال: $14x^5 \div 2x^3 = 7x^2$

الف) تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

انواع تقسیم چند جمله‌ای‌ها

ب) تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

ج) تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای

الف) تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای: برای تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای، ابتدا

ضرایب‌های عددی را برهم تقسیم کرده و سپس با استفاده از قاعده تقسیم اعداد توان دار با پایه‌های مساوی ($m^a \div m^b = m^{a-b}$) متغیرها را نیز برهم تقسیم می‌کنیم.

مثال: الف) $\frac{-8xy^2}{4xy^2} = \frac{-2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y \times y}{2 \times 2 \times x \times x \times y \times y} = \frac{-2x}{y}$

ب) $\frac{-21a^7b^4c}{28a^2b^6c} = \frac{-3 \times 7}{2 \times 2 \times 7} a^{7-2} b^{4-6} c = \frac{-3}{4} a^5 b^{-2} c = \frac{-3a^5c}{4b^2}$

ج) $\frac{-2x^2y^3z^7}{18xz^5} = \frac{-2}{2 \times 3 \times 3} \times \frac{x \times x}{x} \times \frac{y^3}{1} \times \frac{z^2 \times z^5}{z^5} = \frac{-xy^3z^2}{9}$

ش ی د س ه پ ج

| | | |
|-----|-----|----|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰ | ۹ | ۸ |
| ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ |
| ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ |
| ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ |
| ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ |
| ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ |
| ۵۲ | ۵۱ | ۵۰ |
| ۵۹ | ۵۸ | ۵۷ |
| ۶۶ | ۶۵ | ۶۴ |
| ۷۳ | ۷۲ | ۷۱ |
| ۸۰ | ۷۹ | ۷۸ |
| ۸۷ | ۸۶ | ۸۵ |
| ۹۴ | ۹۳ | ۹۲ |
| ۱۰۱ | ۱۰۰ | ۹۹ |

علی ابن ایطالب (ع): پیش از این که نسبت به کاری تصمیم‌گیری مشورت کن، و قبل از این که وارد عمل شوی، فکر کن.



ب) تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای : برای تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای، کافی است که هر یک از جمله‌های چند جمله‌ای را بر یک جمله‌ای تقسیم کنیم. (تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای)

مثال :
$$\frac{2a^4 + 5a^3 - 1a}{4a^2} = \frac{2a^4}{4a^2} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{1a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{4}a - \frac{1}{4a}$$

ب)
$$\frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z}{2x^2y^2z}$$

$$= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xyz} + \frac{3z}{2}$$

ج)
$$(6b^4 - 9b^3 + 15b) \div (-3b) = \frac{6b^4}{-3b} - \frac{9b^3}{-3b} + \frac{15b}{-3b} = -2b^3 + 3b^2 - 5$$

د)
$$\frac{24x^4y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{x^2z} - \frac{2z}{x^2z} + \frac{3xyz}{x^2z} = \frac{24x^2y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$$

ج) تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای :

$$\begin{array}{r|l} 437 & 17 \\ - 34 & 25 \\ \hline 97 & \\ - 15 & \\ \hline 12 & \end{array}$$

تقسیم مقابل را در نظر بگیرید :

« رابطه‌های تقسیم »

① $12 < 17$

② $25 \times 17 + 12 = 437$

ش ی د س ه ح

| | | |
|----|----|----|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰ | ۹ | ۸ |
| ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ |
| ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ |
| ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ |
| ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ |
| ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ |
| ۵۲ | ۵۱ | ۵۰ |
| ۵۹ | ۵۸ | ۵۷ |
| ۶۶ | ۶۵ | ۶۴ |
| ۷۳ | ۷۲ | ۷۱ |
| ۸۰ | ۷۹ | ۷۸ |
| ۸۷ | ۸۶ | ۸۵ |
| ۹۴ | ۹۳ | ۹۲ |

امام حسن مجتبی (ع) فرمود: هر که با علماء بسیار مجالست نماید، سخنش و بیانش در بیان حقایق آزاد و روشن خواهد شد، و ذهن و اندیشه اش باز و توسعه می یابد و بر معلوماتش افزوده می گردد و به سادگی می تواند دیگران را هدایت نماید.

در تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای به مانند تقسیم معمولی عمل می کنیم :

۱) جمله های مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان های نزولی متغیر (از بزرگ به کوچک) مرتب می کنیم.

مثال: $(-x^3 + x^2 + 2x + 4) \div (1+x) \rightarrow 2x^3 - x^2 + x + 4 \mid x+1$

۲) جمله با بزرگ ترین درجه مقسوم را بر جمله با بزرگ ترین درجه مقسوم علیه تقسیم می کنیم.

$\frac{2x^3}{x} = 2x^2$ « تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای »

۳) حالا خارج قسمت $(2x^2)$ را در مقسوم علیه ضرب کرده و جمله های به دست آمده

را از مقسوم کم می کنیم. « خارج قسمت \times مقسوم علیه - جملات مقسوم »

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} - x^2 + x + 4 \mid x+1 \\ \underline{-2x^3 - 2x^2} \\ -3x^2 + x + 4 \end{array}$$

$2x(x+1) = 2x^2 + 2x$
قرینه

۴) جمله های بعدی مقسوم را پائین آورده و مرحله های ۲ و ۳ را تاجایی ادامه

می دهیم که یا باقی مانده صفر شود و یا درجه باقی مانده کوچک تر از درجه مقسوم علیه

شود.

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} - x^2 + x + 4 \mid x+1 \\ \underline{-2x^3 - 2x^2} \\ -3x^2 + x + 4 \end{array}$$

① $\frac{-3x^2}{x} = -3x$

$$\begin{array}{r} \cancel{-3x^2} + x + 4 \\ \underline{+3x^2 + 3x} \\ 4x + 4 \end{array}$$

② $-3x(x+1) = -3x^2 - 3x$
قرینه

ش ی د س ج پ ع

۳ ۲ ۱
۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶ ۵ ۴
۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱
۲۴ ۲۳ ۲۲ ۲۱ ۲۰ ۱۹ ۱۸
۳۱ ۳۰ ۲۹ ۲۸ ۲۷ ۲۶ ۲۵

امام هادی (ع) فرمود: برای خداوند بقیه ها و مکان هائی است که دوست دارد در آن ها خدا خوانده شود تا آن که دعاها را مستجاب گرداند که یکی از بقیه ها حائر و حرم امام حسین - علیه السلام - خواهد بود.

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 + x + 4 \\ - 2x^3 - 2x^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{x+1} \\ \hline 2x^2 - 3x + 4 \end{array}$$

① $\frac{4x}{x} = 4$

$$\begin{array}{r} - 3x^2 + x \\ + 3x^2 + 3x \\ \hline \end{array}$$

② $4(x+1) = \underline{4x+4}$
قرینه

$$\begin{array}{r} \cancel{4x} + 4 \\ - 4x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

⑤ برای امتحان تقسیم کافی است رابطه زیر را انجام دهید:

باقی مانده + مقسوم علیه \times خارج قسمت = مقسوم

مثال بالا: $2x^3 - x^2 + x + 4 = (x+1)(2x^2 - 3x + 4) + 0$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x + 2x^2 - 3x + 4 + 0 \\ \hline 2x^3 - x^2 + x + 4 \end{array}$$

مثال: تقسیم مقابل را انجام دهید. $(-x^3 - 12 + 8x) \div (x+6)$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 8x - 12 \\ + x^2 + 6x^2 \\ \hline 4x^2 + 8x \\ - 4x^2 - 34x \\ \hline -28x - 12 \\ + 28x + 168 \\ \hline 156 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+6 \\ \hline -x^2 + 6x - 28 \\ \hline \end{array}$$

① $\frac{-x^3}{x} = -x^2$
 ② $-x^2(x+6)$
 ③ $\frac{6x^2}{x} = 6x$
 ④ $6x(x+6)$
 ⑤ $\frac{-28x}{x} = -28$
 ⑥ $-28(x+6)$

ش ی د س ج پ ج

| | | |
|----|----|----|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰ | ۹ | ۸ |
| ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ |
| ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ |
| ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ |
| ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ |
| ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ |

درجه مقسوم علیه < درجه باقی مانده (یک) (صفر)

پایان تقسیم ۱۵۶

امام رضا (ع) فرمود: نماز، هر شخص با تقوا و پرهیزکاری را - به خداوند متعال - نزدیک کننده است.

مثال: خارج قسمت و باقی مانده تقسیم زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \quad \cancel{6x^3} + 5x^2 - 9 \quad | \quad \cancel{2x} - 1 \\
 \textcircled{2} \quad - \cancel{6x^3} + 3x^2 \\
 \hline
 \textcircled{3} \quad \quad \cancel{1x^2} + 4x - 9 \\
 \textcircled{4} \quad - \cancel{1x^2} + 4x \\
 \hline
 \textcircled{5} \quad \quad \quad \cancel{4x} - 9 \\
 \textcircled{6} \quad - \cancel{4x} + 2 \\
 \hline
 \textcircled{7} \quad \quad \quad \quad \quad - 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1} \quad \frac{6x^3}{2x} = 3x^2 \\
 \textcircled{2} \quad 3x^2(2x-1) \\
 \quad - (6x^3 - 3x^2) \\
 \textcircled{3} \quad \frac{1x^2}{2x} = 4x \\
 \textcircled{4} \quad 4x(2x-1) \\
 \quad - (1x^2 - 4x) \\
 \textcircled{5} \quad \frac{4x}{2x} = 2 \\
 \textcircled{6} \quad 2(2x-1) \\
 \quad - (4x - 2)
 \end{array}$$

خارج قسمت: $3x^2 + 4x + 2$
باقی مانده: -7

مثال: مساحت مستطیل مقابل بر حسب x برابر با

?

$S = 12x^2 + 37x + 28$

$3x+4$

$12x^2 + 37x + 28$ می باشد. اگر عرض مستطیل

$3x+4$ باشد، طول این مستطیل را پیدا کنید.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \quad \frac{12x^2}{3x} = 4x \\
 \textcircled{2} \quad 4x(3x+4) \\
 \textcircled{3} \quad \frac{21x}{3x} = 7 \\
 \textcircled{4} \quad 7(3x+4)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \cancel{12x^2} + 37x + 28 \quad | \quad 3x+4 \\
 - \cancel{12x^2} - 12x \\
 \hline
 21x + 28 \\
 - \cancel{21x} - 28 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

طول مستطیل: $4x+7$

ش ی د س ج پ ع

| | | |
|-----|-----|----|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰ | ۹ | ۸ |
| ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ |
| ۲۴ | ۲۳ | ۲۲ |
| ۳۱ | ۳۰ | ۲۹ |
| ۳۸ | ۳۷ | ۳۶ |
| ۴۵ | ۴۴ | ۴۳ |
| ۵۲ | ۵۱ | ۵۰ |
| ۵۹ | ۵۸ | ۵۷ |
| ۶۶ | ۶۵ | ۶۴ |
| ۷۳ | ۷۲ | ۷۱ |
| ۸۰ | ۷۹ | ۷۸ |
| ۸۷ | ۸۶ | ۸۵ |
| ۹۴ | ۹۳ | ۹۲ |
| ۱۰۱ | ۱۰۰ | ۹۹ |

رسول خدا (ص) فرمود: هر کس نگاه حرامی به زن نامحرمی بیفکند، خداوند چشم های او را پر از آتش می گرداند.