

فصل هفتم

عبارات گویا

*یادآوری:

برای بدست آوردن ب.م.م و ک.م.م دو عدد به کمک تجزیه به روش زیر عمل میکنیم

ب.م.م: عددهای اول مشترک با توان کمتر را در هم ضرب میکنیم

ک.م.م: عددهای اول مشترک و غیر مشترک با توان بیشتر

مثال: ب.م.م و ک.م.م دو عدد ۱۸۰۰ و ۸۴۰۰ را حساب کنید

$$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$8400 = 2^4 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$\text{ب.م.م} (1800, 8400) = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 8 \times 3 \times 25 = 600$$

$$\text{ک.م.م} [1800, 8400] = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 16 \times 9 \times 25 \times 7 = 25200$$

بزرگترین شمارنده مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چند جمله ای ها:

برای تعیین ب.م.م جمله های جبری ابتدا هر کدام از آنها را تجزیه می کنیم سپس از بین عامل های مشترک ، عاملی که توان کوچکتری دارد را انتخاب و در هم ضرب می کنیم

برای محاسبه ک.م.م جمله های جبری ، پس از تجزیه هر کدام از جمله ها ، عامل های مشترک را با توان بزرگتر و عامل غیر مشترک را انتخاب کرده و در هم ضرب میکنیم

مثال: ب.م.م و ک.م.م دو عبارت جبری زیر را بنویسید

$$A = 2^2 \times 3^2 \times (x-1)(x+2)^2$$

$$B = 2 \times 3^2 \times (x-1)^4 (x+2)^2$$

$$(A \text{ و } B) = 2 \times 3^2 \times (x-1)(x+2)^2$$

$$[A \text{ و } B] = 2^2 \times 3^2 \times (x-1)^4 (x+2)^2$$

عبارت گویا: عبارت جبری به صورت $\frac{A(x)}{B(x)}$ که در آن $A(x)$ و $B(x)$ چند جمله ای و $B(x) \neq 0$ (مخالف صفر)

باشد یک عبارت گویا نامیده می شود عبارت $\frac{x+2}{x^2-3x+7}$ یک عبارت گویاست اما عبارت $\frac{\sqrt{x}+7}{x+1}$ گویا نیست چون

صورت چندجمله ای نیست

*عبارت گویا در صورتی تعریف نشده است که مخرج آن برابر صفر است

مثال: عبارت $\frac{4x+3}{x-1}$ به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟ $x-1=0 \Rightarrow x=1$ یعنی این عبارت گویا به

ازای $x=1$ تعریف نشده است

ساده کردن عبارت گویا:

ابتدا صورت و مخرج را تجزیه می کنیم سپس عامل های مشترک را از صورت و مخرج حذف می

کنیم

مثال: عبارات زیر را ساده کنید

$$\frac{6ax + 12ay}{4bx + 8by} = \frac{6a(x + 2y)}{4b(x + 2y)} = \frac{6a}{4b} = \frac{3a}{2b}$$

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 4x + 4} = \frac{(x - 3)(x + 2)}{(x + 2)^2} = \frac{(x - 3)}{(x + 2)}$$

ضرب و تقسیم عبارت گویا:

برای بدست آوردن حاصل ضرب چند کسر ابتدا کسرها را ساده می کنیم سپس صورت ها را در هم و مخرج ها را در هم ضرب می کنیم

برای بدست آوردن حاصل تقسیم کسرها ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم برای اینکار ابتدا کسر دوم را معکوس می کنیم سپس همانند ضرب کسرها عمل می کنیم

$$\text{الف) } \frac{2a-2b}{4a+4b} \times \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{2(a-b)}{4(a+b)} \times \frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4a^2-b^2}{2a^2-ab} \div \frac{4a^2+4ab+b^2}{a^2b} = \frac{4a^2-b^2}{2a^2-ab} \times \frac{a^2b}{4a^2+4ab+b^2} = \frac{(2a-b)(2a+b)}{a(2a-b)} \times \frac{a^2b}{(2a+b)^2} = \frac{ab}{2a+b}$$

ب)

تعیین مخرج مشترک بین چند عبارت گویا:

برای تعیین مخرج مشترک بین چند کسر هر یک از مخرج ها را تجزیه کرده و کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها را پیدا کرده به عنوان مخرج مشترک انتخاب می کنیم

جمع و تفریق عبارات گویا:

برای بدست آوردن حاصل جمع یا تفاضل کسرها ابتدا هر کسر را در صورت امکان ساده می کنیم سپس کسرها را هم مخرج کرده و یکی از مخرج ها را نوشته و مجموع جبری صورت ها را در صورت قرار می دهیم

مثال : حاصل عبارت زیر را بدست آورید

عبارت $x(x+1)$ بعنوان مخرج مشترک قرار می دهیم

$$\frac{1}{x} + \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{3x(x)}{x(x+1)} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{x+1+3x^2-1}{x(x+1)} = \frac{3x^2+x}{x(x+1)} = \frac{x(3x+1)}{x(x+1)} = \frac{3x+1}{x+1}$$

ساده کردن عبارات های گویای مرکب:

برای ساده کردن عبارات های گویای مرکب ، صورت و مخرج کسر را جداگانه ساده و سپس آن ها را بر هم تقسیم می کنیم و هم چنین می توان از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب کرد

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} = \frac{(a+1) - a}{a(a+1)} = \frac{a+1-a}{a(a+1)} = \frac{1}{a(a+1)}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1} = \frac{(a+1) + a}{a(a+1)} = \frac{a+1+a}{a(a+1)} = \frac{2a+1}{a(a+1)}$$

تقسیم چند جمله ای ها: برای تقسیم دو یک جمله ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و ساده کردن توان ها استفاده می کنیم

مثال:

$$\frac{6x^3y^5}{8xy^8} = \frac{3x^2}{4y^3}$$

تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای

برای تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای، ابتدا از قانون $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (استفاده می کنیم و سپس

$\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ را با توجه به حالت اول ساده می کنیم

مثال:

$$\frac{2x^3 + 8x^2 - 4x}{2x} = \frac{2x^3}{2x} + \frac{8x^2}{2x} - \frac{4x}{2x} = x^2 + 4x - 2$$

تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای باید به نکات زیر توجه کرد

*مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان نزولی متغیر مرتب می کنیم

*باقی مانده ی تقسیم باید صفر باشد یا درجه آن از درجه مقسوم علیه کم تر باشد

مثال: چند جمله ای $3x^2 - 5x + 2$ را بر چند جمله ای $x + 2$ تقسیم کنید

۱- ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان نزولی مرتب میکنیم

۲- اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله ی مقسوم علیه تقسیم میکنیم و حاصل را در خارج قسمت قرار می

دهیم

$$\frac{3x^2}{x} = 3x \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 \overline{) x + 2} \quad \begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline \end{array}$$

۳- خارج قسمت به دست آمده را در مقسوم علیه ضرب می کنیم و قرینه آن را زیر مقسوم می نویسیم و با مقسوم جمع می کنیم

$$3x(x+2) = 3x^2 + 6x \rightarrow \begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 2 \overline{) x + 2} \\ -3x^2 - 6x \\ \hline -11x + 2 \\ \hline \end{array}$$

۴- چند جمله ای بدست آمده جدید را مانند یک مقسوم علیه جدید می گیریم و مراحل ۲ و ۳ را تکرار می کنیم و این عمل را آنقدر تکرار می کنیم تا باقی مانده صفر یا درجه آن کم تر از درجه مقسوم علیه شود

$$\frac{-11x}{x} = -11, -11(x+2) = -11x - 22 \rightarrow \begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 2 \overline{) x + 2} \\ -3x^2 - 6x \\ \hline -11x + 2 \\ -11x + 22 \\ \hline 24 \end{array}$$

*اگر باقی مانده تقسیم صفر باشد، می گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است

*در تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای، درجه خارج قسمت برابر تفاضل درجه های مقسوم و مقسوم علیه است

پیدا کردن باقی مانده تقسیم بدون عمل تقسیم

اگر مقسوم علیه درجه یک باشد عددی که مقسوم علیه را صفر میکند را بجای متغیر در مقسوم قرار می دهیم باقی مانده بدست می آید

مثال: باقی مانده ی $3x^2 + 2x^2 - x + 5$ بر $x - 2$ را بدست آورید

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow 3(2)^2 + 2(2)^2 - 2 + 5 = 24 + 8 - 2 + 5 = 35$$