

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

@kollektivwazi

جزوه فصل ۶ ریاضی نهم (خط و معادله های خطی) گروه پروژه ۹

دبیرستان عمارتیه ابوالمحاق

دبیر: حسین کهراب

- درس اول: معادله خط
- درس دوم: تب خط و عرض از مبدأ
- درس سوم: دستگاه معادله های خطی

درس اول: معادله خط:

هر معادله به صورت کلی  $y = ax + b$  معادله یک خط راست است.  
 در این صورت  $x$  و  $y$  با هم رابطه خطی دارند. مثال:  $a=2$  و  $b=1$   
 $y = 2x + 1$   
 رابطه خطی بین  $x$  و  $y$  ←  $y = ax + b$  دارای بی شمار جواب است ولی  
 اتحاد نیست.

مثال: اگر طول ضلع یک مربع  $x$  و محیط آن را با  $y$  نشان دهیم چه رابطه ای بین  $x$  و  $y$  هست؟ آیا این رابطه یک رابطه خطی است؟ چرا؟

ضلع  $x$  →  $\begin{bmatrix} x \\ 4x \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 20 \\ 80 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  → محیط  $y$

رابطه خطی است  $\Rightarrow a=4$  و  $b=0$   
 $y = 4x$   
 محیط مربع برابر است با یک ضلع  $4x$

$y = ax + b$   
 $y = 4x + 0 \Rightarrow a=4$  و  $b=0$

مثال: اگر طول ضلع یک مربع  $x$  و مساحت آن  $y$  نشان دهیم چه رابطه ای بین  $x$  و  $y$  هست؟ آیا این رابطه یک رابطه خطی است؟ چرا؟

مساحت مربع = یک ضلع  $x$  منورش  $\begin{bmatrix} x \\ x^2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  ضلع  $x$  مساحت  $y$

رابطه خطی نیست  $\Rightarrow y = x \times x \Rightarrow y = x^2$   
 چون در صورتی رابطه خطی است که به صورت  $y = ax + b$  باشد و توان  $x$  باید ۱ باشد



x معادله‌ی  $x+y=10$  چند پاسخ دارد؟ چهار پاسخ از آن را بنویسید

چرا این ستاره معادله است ولی اتحاد نیست؟

$x=1$   $\xrightarrow[\text{در نظر}]{\text{جایگزینی}}$   $1+y=10 \Rightarrow y=9 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=9 \end{cases}$

$x=2$   $\xrightarrow{\quad}$   $2+y=10 \Rightarrow y=8 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$

$x=-3$   $\xrightarrow{\quad}$   $-3+y=10 \Rightarrow y=13 \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=13 \end{cases}$

$x=0$   $\xrightarrow{\quad}$   $0+y=10 \Rightarrow y=10 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=10 \end{cases}$

معادله‌ی  $x+y=10$  بی شمار جواب دارد. این ستاره یکی معادله است زیرا به ازای هر  $x$  و  $y$  هایی به یک ستاره عددی تبدیل می‌شود.

این ستاره اتحاد نیست زیرا به ازای تمام  $x$  و  $y$  ها به ستاره عددی تبدیل نمی‌شود.

به عنوان مثال  $x=3$  و  $y=8$  را جایگزین کنیم به ستاره عددی تبدیل نمی‌شود.

$$\begin{aligned} x+y &= 10 \\ 3+8 &= 10 \end{aligned}$$

$$11 \neq 10 \rightarrow$$

ستاره برقرار نیست

چون اگر نخواهد اتحاد شود باید برای هر  $x$  و  $y$  سی معادله درست باشد.

مثال) سه جواب برای معادلات زیر بنویسید.

الف)  $y = 2x - 1$

$x=0 \Rightarrow y = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

$x=1 \Rightarrow y = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x=2 \Rightarrow y = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب)  $3x - 4y = 12$

$x=0 \Rightarrow 3(0) - 4y = 12 \Rightarrow 0 - 4y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{-4} = -3 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$

$y=0 \Rightarrow 3x - 4(0) = 12 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}$

$x=1 \Rightarrow 3(1) - 4y = 12 \Rightarrow 3 - 4y = 12 \Rightarrow -4y = 12 - 3 \Rightarrow -4y = 9 \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{9}{4} \end{cases}$

تذکر: دقت کنید معادله  $y = 2x - 1$  ساده تر و سریع تر است و راحت تر می توان

بایستخ های متنوعتری بدست آورد  
 پس اگر ابعاد جدولی به صورت  $y = ax + b$  باشد بهتر است.

(پس  $y$  یک طرف و بقیه عبارت طرف دیگر) کار کردن با آن راحت تر است

روش رسم خط  $y = ax + b$

برای اینکه یک خط به صورت کلیتا مشخص شود ۲ نقطه از آن را داشته باشیم  
 کافی است. پس کافی است ۲ نقطه از این رابطه را داشته باشیم و آن ها را در

رستگاه مختصات مشخص کرده و به هم وصل کنیم تا خط راست بدست آید.

تذکر: بهتر است به جای  $x = 0$  یا  $x = 1$  مگر دهم و مقدار  $y$  را بدست آوریم.

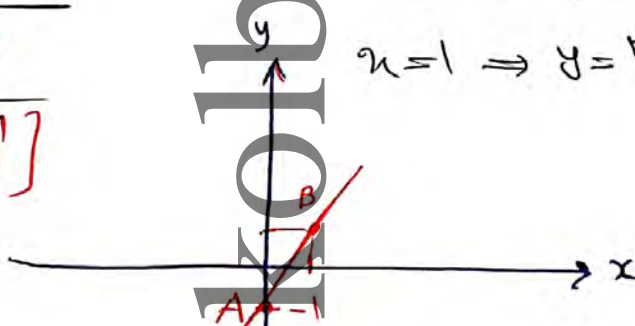
تذکر: اگر ضریب  $x$  کسری باشد بجای  $x = 0$  و صفر ضریب  $x$  را قرار می دهیم تا ساده شود.

مثال: نمودار خط  $y = 2x - 1$  را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2(0) - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

$x$	0	1
$y$	-1	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ A	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ B

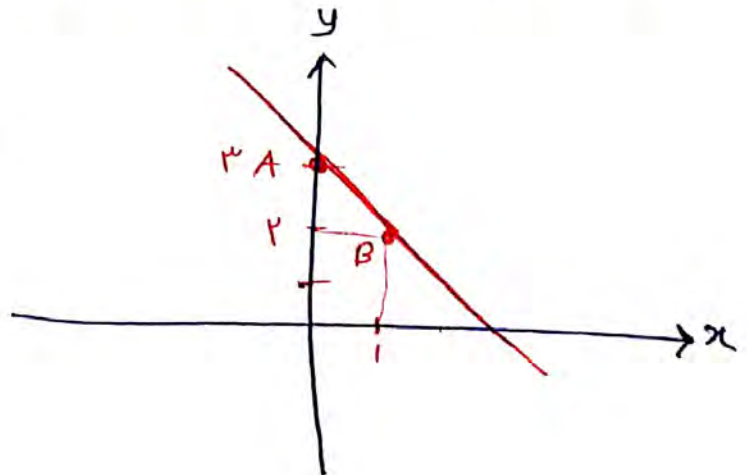


مثال: نمودار خط  $y = -x + 3$  را رسم کنید.

$x$	0	1
$y$	3	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ A	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ B

$$x = 0 \Rightarrow y = -0 + 3 = 3$$

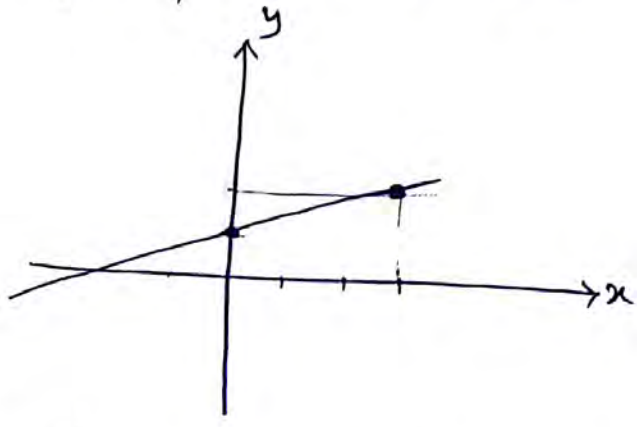
$$x = 1 \Rightarrow y = -1 + 3 = 2$$





مسئله: خط  $y = \frac{1}{3}x + 1$  را رسم کنید.

x	0	3
y	1	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

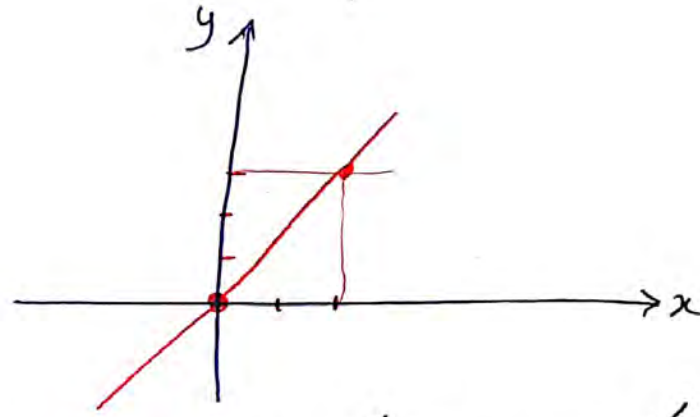


$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}(3) + 1 = 1 + 1 = 2$

مسئله: خط  $y = \frac{3}{2}x$  را رسم کنید.

x	0	2
y	0	3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$



$x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \times 0 = 0$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \times 2 = 3$

نکته مهم: خطوط  $y = ax$  به صورت  $y = ax$  هستند از مبدأ مختصات می گذرند.

$y = x$     $y = -x$     $y = 2x$     $y = 4x$  و ...

نکته: اگر معادله یک خط را داشته باشیم و بخواهیم مختصات نقطه ای که طول آن را داشته باشیم، را مشخص کنیم، کافی است در معادله خط به جای آن طول را درج کنیم و پس از آن از جدول حل معادله مقدار  $y$  را بدست می آوریم.

نکته: اگر معادله یک خط را داشته باشیم و بخواهیم مختصات نقطه ای که عرض آن را داشته باشیم، را مشخص کنیم، کافی است در معادله خط به جای  $y$  آن عرض را درج کنیم و پس از آن از جدول حل معادله مقدار  $x$  را بدست می آوریم.

مثال (مختصات نقطه‌ای به طول ۲ و عرض ۲ و خط  $y = 3x - 2$  پیدا کنید.)

$x = 2 \Rightarrow y = 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  مختصات نقطه

مثال (مختصات نقطه‌ای به طول ۳ و عرض ۳ - روی خط  $y = \frac{2}{3}x + 2$  پیدا کنید.)

$x = -3 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(-3) + 2 = -2 + 2 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

مثال (مختصات نقطه‌ای به عرض ۵ و خط  $y = -2x + 1$  پیدا کنید.)

$y = 5 \Rightarrow 5 = -2x + 1 \Rightarrow 2x = 1 - 5 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$

$\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$

مثال (مختصات نقطه‌ای به عرض ۳ و خط  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  پیدا کنید.)

$y = -3 \Rightarrow -3 = -\frac{1}{2}x + 2$   $\xrightarrow{\times 2}$   $-6 = -x + 4 \Rightarrow$

$x = 4 + 6 \Rightarrow x = 10$

$\begin{bmatrix} 10 \\ -3 \end{bmatrix}$

نکته: مختصات محل برخورد خط با محورهای مختصات

این مختصات محل برخورد خط با محور  $x$  از آن جایی که روی محور  $x$  ها، عرض صفر است پس کافی است در معادله خط به جای  $y = 0$  قرار دهیم و پس  $x$  را بدست می آوریم

پس مختصات محل برخورد با محور  $y$  ها از آن جایی که روی محور  $y$  ها، طول صفر است پس کافی است در معادله خط به جای  $x = 0$  قرار دهیم و پس  $y$  را بدست می آوریم.

مثال (مختصات محل برخورد خط  $y = x - 2$  را با محورهای مختصات پیدا کنید.)

مختصات  $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow x = 2 \Rightarrow 0 = x - 2 \Rightarrow x = 2$  محل برخورد با محور  $x$  ها

مختصات  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$   $\Rightarrow y = 2 \Rightarrow y = 0 - 2 \Rightarrow y = -2$  محل برخورد با محور  $y$  ها



مثال، معنقات محل برخورد خط  $y = 5x + 1$  را با محورهای مختصات پیدا کنید.

محل برخورد با محور  $x \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = 5x + 1 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور  $y \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5(0) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

مثال، معنقات محل برخورد خط  $y = -\frac{1}{3}x + 1$  را با محورهای مختصات پیدا کنید.

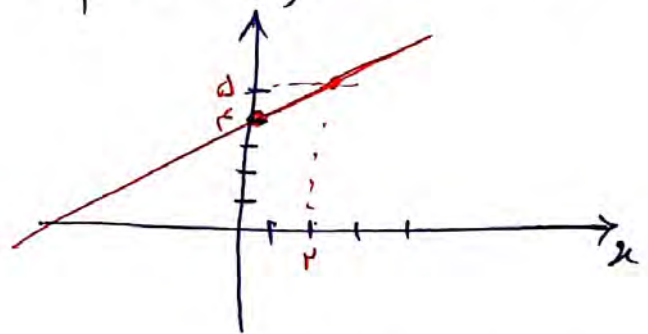
محل برخورد با محور  $x \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x + 1 \xrightarrow{\times 3} 0 = -x + 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور  $y \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(0) + 1 = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

مثال، خط به معادله  $y = \frac{1}{2}x + 4$  را رسم کنید.

$x$	0	2
$y$	4	5

$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  |  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$



$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(0) + 4 = 0 + 4 = 4$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(2) + 4 = 1 + 4 = 5$

الف: آیا نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  روی این خط است؟ چرا؟

برای اینکه مشخص کنیم یک نقطه روی یک خط قرار دارد یا نه باید به جای  $x$  و  $y$  در معادله خط معنقات آن نقطه را قرار دهیم اگر به یک تساوی درست تبدیل شود نتیجه می‌گیریم آن نقطه روی خط قرار دارد:

$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow$

$-1 = \frac{1}{2}(2) + 4$

$-1 = 1 + 4$

$-1 = 5 \quad \times$

پس نقطه روی خط قرار ندارد.

ب) نقطه‌ای از این خط، به طول ۱- را پیدا کنید.

$x = -1 \rightarrow y = \frac{1}{2}(-1) + 4 = -\frac{1}{2} + \frac{8}{2} = \frac{-1+8}{2} = \frac{7}{2}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix}$

ج) مختصات نقطه‌های برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

عمل برخورد با محور  $x \rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}x + 4 \xrightarrow{\times 2} 0 = x + 8 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 عمل برخورد با محور  $y \rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(0) + 4 = 0 + 4 = 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

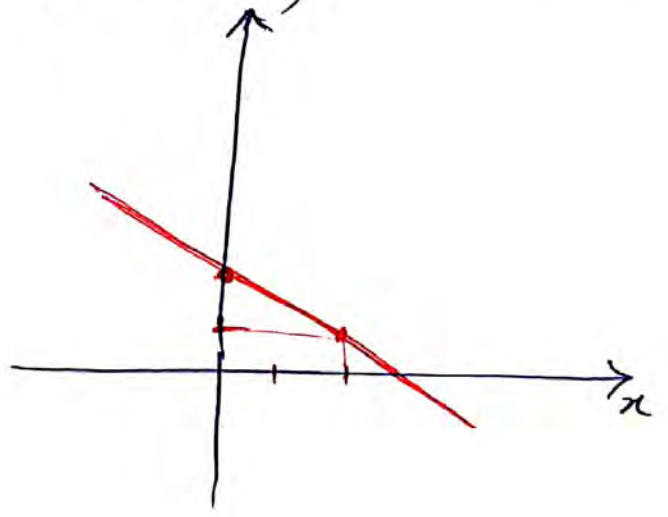
مثال) مختصات عمل برخورد خط با محورهای مختصات بیابید.  
 $y = -x + 2$   
 عمل برخورد با محور  $x \rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -x + 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 عمل برخورد با محور  $y \rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -0 + 2 = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

مثال) مختصات نقطه‌ای از خط با محورهای مختصات بیابید که طول آن نقطه ۵ باشد.  
 $y = -\frac{4}{5}x + 4$   
 $x = 5 \rightarrow y = -\frac{4}{5}(5) + 4 = -4 + 4 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

مثال) خط  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  را رسم کنید.

$x$	0	2
$y$	2	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(0) + 2 = 0 + 2 = 2$   
 $x = 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(2) + 2 = -1 + 2 = 1$





ص ۸

افتد آما نقطه  $[-2]$  رو این خط قرار دارد

$x = -2$   
→  
 $y = 3$

$y = -\frac{1}{2}x + 2$   
 $3 = -\frac{1}{2}(-2) + 2$   
 $3 = +1 + 2$   
 $3 = 3$  ✓

لبه زیر ←

ب) نقطه این به طول ۱- رو این خط پیدا کنید

$x = -1$   
→

$y = -\frac{1}{2}(-1) + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$   
→  $\begin{bmatrix} -1 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

$y = -2$   
→

ب) نقطه این به عرض ۲- رو این خط پیدا کنید  
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$   
 $-2 = -\frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\times 2} -4 = -x + 4 \Rightarrow x = 4 + 4$   
 $\Rightarrow x = 8$

→  $\begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

ت) محل برخورد خط با محورهای مختصات پیدا کنید

محل برخورد با محور  $y \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}x + 2 \xrightarrow{\times 2} 0 = -x + 4 \Rightarrow x = 4$   
→  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

محل برخورد با محور  $x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(0) + 2 = 0 + 2 = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

سوال: طول یک فنر ۱۰ cm است. وقتی وزنه ای به جرم ۵ kg به آن وصل شود، طول فنر از رابطه  $y = 0.1x + 10$  برآید. اگر به وزنه ای به جرم ۱۸ kg به آن وصل شود، طول فنر چند می شود؟

$x = 5$

→  $y = 0.1(5) + 10 \Rightarrow y = 0.5 + 10 = 10.5$

$y = 18$   
→

الطول فنر ۱۸ سانتی متر باشد در این صورت وزن به جرم چند نیوتون است؟  
 $18 = 0.1x + 10 \Rightarrow 18 - 10 = 0.1x \Rightarrow 8 = 0.1x$   
 $\Rightarrow x = \frac{8}{0.1} = 80$





مثال: معادله خط را بنویسید که شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱ باشد.

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \text{شیب} &= a = -2 \\ \text{عرض از مبدأ} &= b = +1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = -2x + 1$$

مثال: معادله خط را بنویسید که شیب آن  $\frac{1}{2}$  و عرض از مبدأ آن ۳ باشد.

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \text{شیب} &= a = \frac{1}{2} \\ \text{عرض از مبدأ} &= b = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 3$$

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط  $y = 2x + 1$  موازی باشد و از نقطه  $(0, 4)$  بگذرد.

معادله خطی را که می‌خواهیم بنویسیم با خط  $y = 2x + 1$  موازی است پس هر دو خط دارای شیب یکسان هستند  $a = 2$

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x + b \\ [0, 4] &= [0, 4] \Rightarrow b = 4 \end{aligned} \right\} y = 2x + 4$$

**تکلیف:** برابر نوشتن معادله خط که شیب آن را داشته باشیم و هم چنین یک نقطه گذرنده از آن را نیز داشته باشیم:

ابتدا معادله خط  $y = ax + b$  را بنویسیم چون شیب را داریم پس به جای  $a$  مقدار آن را جایگزین می‌کنیم. پس چون خط از نقطه داده شده می‌گذرد در معادله فضا به جای  $x$  و  $y$  محتمل است آن نقطه را قرار دهیم و با حل یک معادله ساده  $b$  را بدست می‌آوریم.

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه  $[1, 2]$  بگذرد.

شیب = ۲  $\Rightarrow a = 2$

معادله خط  $y = ax + b$

$\Rightarrow y = 2x + b$   $\begin{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$2 = 2(1) + b$

$2 = 2 + b$

$b = 2 - 2 = 0$

$\rightarrow y = 2x + 0 \Rightarrow y = 2x$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن ۴ باشد و از نقطه  $[-1, 3]$  بگذرد.

شیب = ۴  $\Rightarrow a = 4$

معادله خط  $y = ax + b$

$\Rightarrow y = 4x + b$   $\begin{matrix} \left[ \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$3 = 4(-1) + b \Rightarrow$

$3 = -4 + b$

$\Rightarrow b = 7$

$\Rightarrow y = 4x + 7$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن -۳ باشد و از نقطه  $[2, -5]$  بگذرد.

شیب = -۳  $\Rightarrow a = -3$

معادله خط  $y = ax + b$

$y = -3x + b$   $\begin{matrix} \left[ \begin{matrix} 2 \\ -5 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$-5 = -3(2) + b \Rightarrow$

$-5 = -6 + b \Rightarrow$

$b = -5 + 6 = +1$

$\rightarrow y = -3x + 1$

مسئله (سوال) معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن  $\frac{1}{2}$  باشد و از نقطه  $[1, 3]$  بگذرد.

شیب =  $\frac{1}{2}$   $\Rightarrow a = \frac{1}{2}$

معادله خط  $y = ax + b$

$y = \frac{1}{2}x + b$   $\begin{matrix} \left[ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right] \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$3 = \frac{1}{2}(1) + b \Rightarrow 3 - \frac{1}{2} = b$

$\Rightarrow \frac{5}{2} = b$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$



معادله خط بنویسید که با خط  $y = -x + 3$  موازی باشد و از نقطه  $(-1, -4)$  می‌گذرد

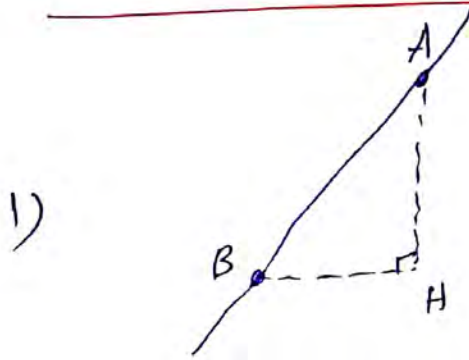
موازی است  $\Rightarrow a = -1 \Rightarrow y = -x + 3$

$y = ax + b \Rightarrow y = -1x + b$   $\begin{matrix} \leftarrow x \\ \leftarrow y \end{matrix}$

$-4 = -1(-1) + b$

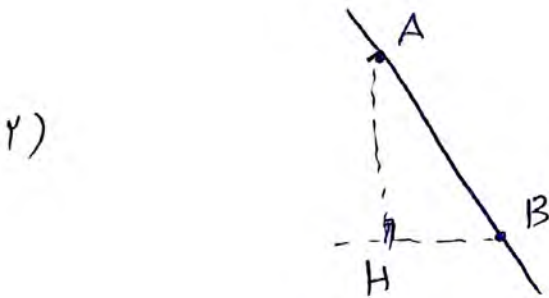
$-4 = +1 + b \Rightarrow b = -4 + 1 = -3$

$y = -x - 3$



مفهوم شیب:  $\text{شیب خط } AB = \frac{\text{مقابل } AH}{\text{مجاور } BH}$

شیب خط  $AB$  مثبت است.



$\text{شیب خط } AB = - \frac{\text{مقابل } AH}{\text{مجاور } BH}$

در این حالت شیب خط  $AB$  منفی است.

روش رسم خط به کمک مثلث قائم الزاویه:  
 ۱- ابتدا عرض از مبدأ یا  $b$  را در روی محور  $y$  ها (عرضها) مشخص کنیم خط از این نقطه می‌گذرد

۲- به کمک شیب خط نقطه دیگری از خط بدست می‌آوریم.  
 دقت کنید در این روش شما باید شیب را به صورت کسر بنویسیم

$\text{شیب} = \frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}$

اگر شیب یک عدد صحیح باشد باید به آن مخرج ۱ بدهیم

از نقطه  $b$  عرض از مبدأ یک مثلث قائم الزاویه رسم می‌کنیم. با این کار نقطه دیگری از خط

بدست می‌آید.  $\Rightarrow$  شیب  $+$  (الف)



$\Rightarrow$  شیب  $-$  (ب)



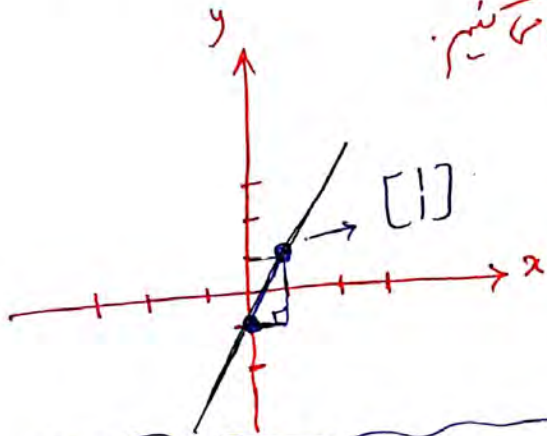
۳- این دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم.

مثال: خط  $y = 2x - 1$  را به روش مثلث قائم الزاویه (مفهوم شیب) رسم کنید.

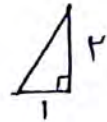
$y = 2x - 1 \Rightarrow a = 2, b = -1$

شیب = ۲ و عرض از مبدأ برابر ۱- است.

انتخاب کردن محور عرض ها نقطه ۱- را مشخص می کنیم.

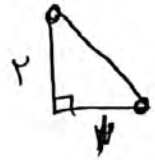
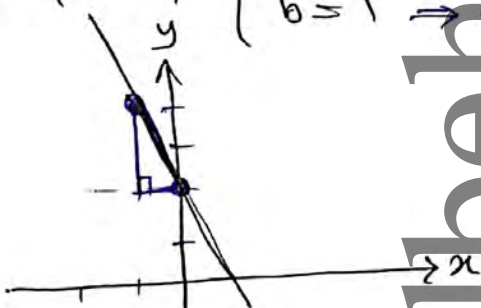


مقابل مجاور  $a = \text{شیب} = 2 = \frac{2}{1}$



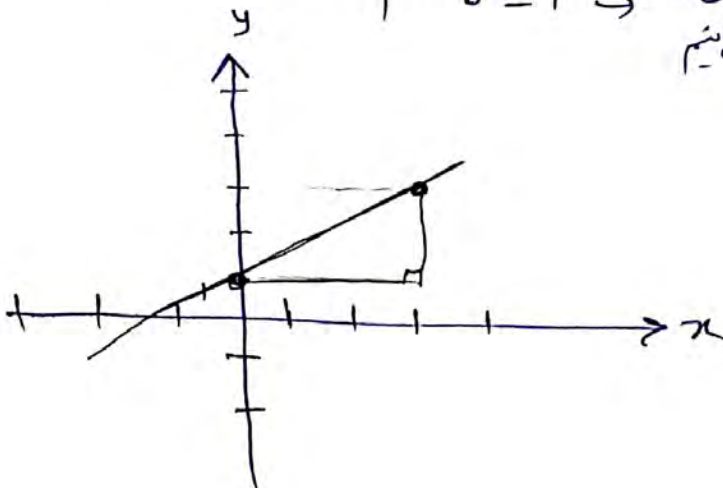
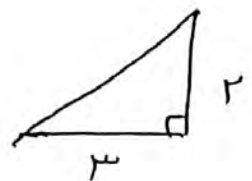
مثال: خط  $y = -2x + 2$  را به روش مثلث قائم الزاویه رسم کنید. شیب منفی است

$y = -2x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \Rightarrow a = \frac{-2}{1} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \\ b = 2 \Rightarrow \text{روى محور عرض ها مشخص می کنیم} \end{cases}$



مثال: خط  $y = \frac{2}{3}x + 1$  را به روش مثلث قائم الزاویه رسم کنید.

$y = \frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \\ b = 1 \Rightarrow \text{روى محور عرض ها مشخص می کنیم} \end{cases}$

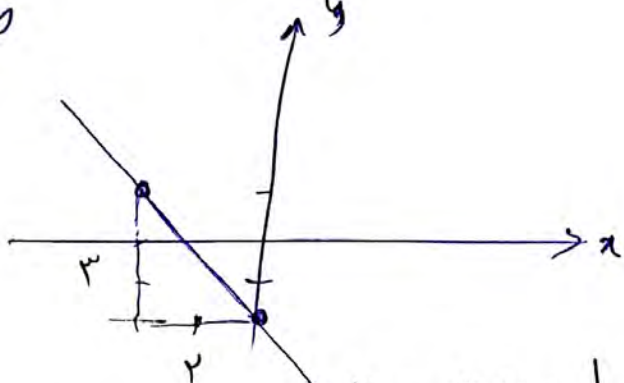




سؤال: معادله خط زیر را بنویسید.

عرض از مبدأ =  $b = -2$

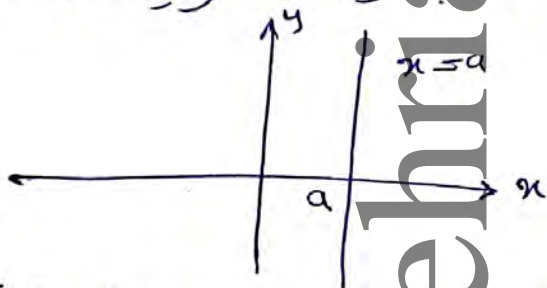
شیب =  $-\frac{3}{2} = a$



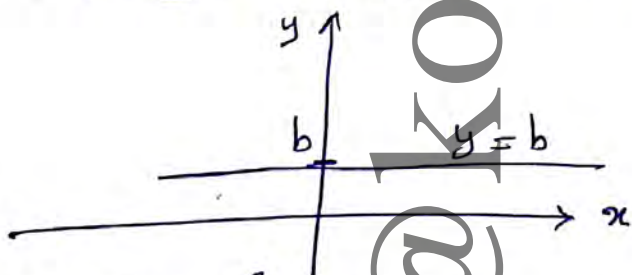
$y = ax + b \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x - 2$

دو خط خاص

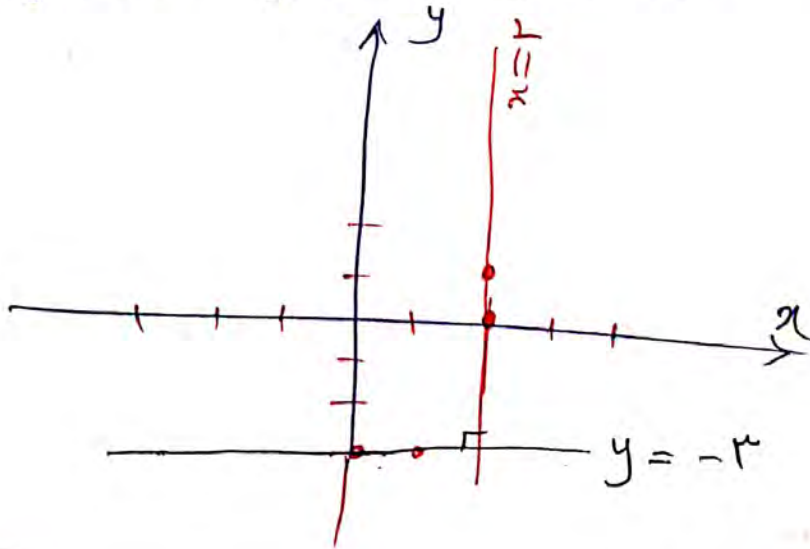
۱ خط  $x = a$  ← خطی موازی با محور  $y$  ها و عمود بر محور  $x$  ها است تمام نقاط روی این دایره از طول  $a$  هستند و شیب این خط تعریف نشده است.



۲ خط  $y = b$  ← خطی موازی با محور  $x$  ها و عمود بر محور  $y$  ها است تمام نقاط روی این خط دارای عرض  $b$  هستند و شیب این خط صفر است.



سؤال: دو خط  $x = 2$  و  $y = -3$



معادلات دستگاه معادلات رسم کنید.

$x = 2$

$x$	2	2
$y$	0	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$x$	0	1
$y$	-3	-3
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

نکته مهم: صورت کسر معادلات حاصل به صورت  $ax + by = c$  است.

تذکره: اگر  $c = 0$  باشد در این صورت خط از مبدأ مختصات عبور می کند.

مثال: با توجه به ضرایب داده شده، مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  را بیابید.

الف)  $-3x + 2y = 2$        $a = -3$  و  $b = 2$  و  $c = 2$

ب)  $y = 2x + 1$        $\Rightarrow -2x + y = 1$        $a = -2$   
 $b = +1$   
 $c = 1$

ج)  $x = 2$        $\Rightarrow$   $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}$

د)  $y = -1$        $\Rightarrow$   $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$

نکته: اگر یک خط به صورت کسر داده شود و بخواهیم شیب و عرض از مبدأ آن را بدست آوریم - ابتدا جبهه شامل  $y$  را یک طرف و بقیه عبارت را طرف دیگر منتقل

می کنیم اگر جبهه  $y$  منبسط راست طرفین را بر منبسط  $y$  تقسیم کنیم تا منبسط  $y$  یک شود.

و پس منبسط  $x =$  شیب      عدد ثابت = عرض از مبدأ

مثال: شیب و عرض از مبدأ خطهای داده شده را بدست آورید.

۱)  $2y - 4x = 8 \Rightarrow 2y = 4x + 8 \xrightarrow{\div 2} \frac{2y}{2} = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2}$   
 $\Rightarrow y = 2x + 4$       عرض از مبدأ =  $+4$       شیب =  $2$

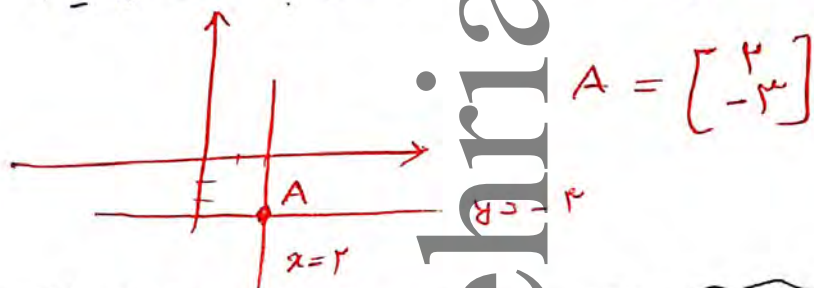
۲)  $3x - 2y = 6 \Rightarrow -2y = -3x + 6 \xrightarrow{\div -2} \frac{-2y}{-2} = \frac{-3x}{-2} + \frac{6}{-2}$   
 $\Rightarrow y = +\frac{3}{2}x - 3$       شیب =  $+\frac{3}{2}$   
 عرض از مبدأ =  $-3$



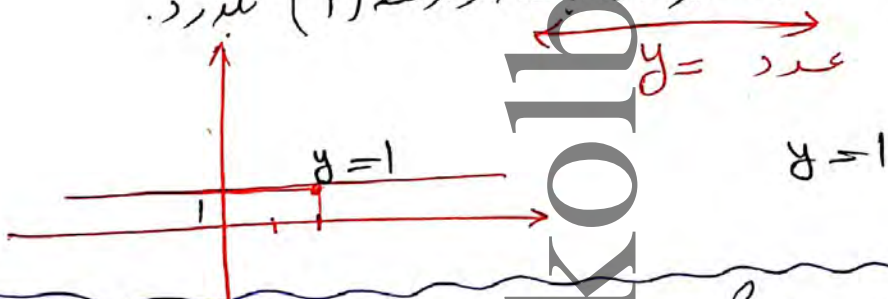
۳)  $x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow 3y = -x + 9 \xrightarrow{\div 3} \frac{3y}{3} = \frac{-x + 9}{3}$   
 $\Rightarrow y = \frac{-1}{3}x + 3 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{3}$   
 عرض از مبدأ = +۳

۴)  $3y = 9x - 10 \xrightarrow{\div 3} \frac{3y}{3} = \frac{9x - 10}{3} \Rightarrow y = 3x - \frac{10}{3}$   
 شیب = ۳ و عرض از مبدأ =  $-\frac{10}{3}$

سؤال: از برخورد دو خط موازی  $y = -3$  و  $x = 2$  کدام نقطه به دست می آید؟



سؤال: معادله خطی بنویسید که موازی محور  $x$  باشد و از نقطه  $(2, 1)$  بگذرد.

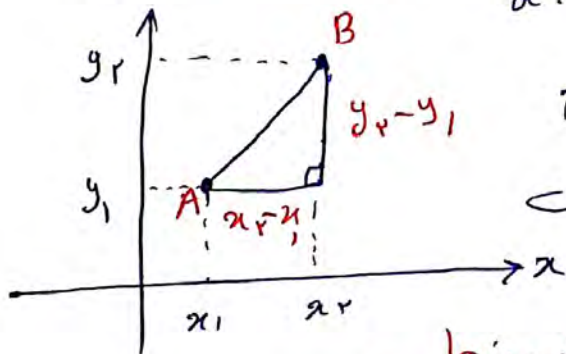


نکته مهم: نوشتن معادله خطی از دو نقطه  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$

ابتدا شیب خط را از فرمول زیر بدست می آوریم.

برای بدست آوردن  $b$  عرض از مبدأ کافی است

یکی از دو نقطه را در معادله خط قرار می دهیم تا  $b$  بدست آید.



$$a = \frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

سؤال ۱: معادله خط بنویسید که از دو نقطه  $[1, 2]$  و  $[2, 1]$  بگذرد.

$$y = ax + b$$

$$\begin{aligned} [1] &\rightarrow x_1 \\ [2] &\rightarrow y_1 \\ [2] &\rightarrow x_2 \\ [1] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2}{2 - 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\begin{matrix} [1] \rightarrow x \\ [2] \rightarrow y \end{matrix}} \quad 2 = -1(1) + b \Rightarrow 2 = -1 + b \Rightarrow b = 2 - (-1) = 3$$

$$\Rightarrow y = -x + 3$$

سؤال ۲: معادله خط بنویسید که از دو نقطه  $[3, 2]$  و  $[4, -1]$  بگذرد.

$$\begin{aligned} [3] &\rightarrow x_1 \\ [2] &\rightarrow y_1 \\ [4] &\rightarrow x_2 \\ [-1] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 3} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = -3x + b$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} [3] \rightarrow x \\ [2] \rightarrow y \end{matrix}}$$

$$2 = -3(3) + b$$

$$2 = -9 + b \Rightarrow b = 2 + 9 = 11$$

$$y = -3x + 11$$

سؤال ۳: معادله خط بنویسید که از دو نقطه  $[2, 0]$  و  $[0, -4]$  بگذرد.

$$\begin{aligned} [2] &\rightarrow x_1 \\ [0] &\rightarrow y_1 \\ [0] &\rightarrow x_2 \\ [-4] &\rightarrow y_2 \end{aligned}$$

$$\text{شیب خط} = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 0}{0 - 2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = 2x + b$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} [2] \rightarrow x \\ [0] \rightarrow y \end{matrix}}$$

$$0 = 2(2) + b \Rightarrow 0 = 4 + b \Rightarrow b = -4$$

$$y = 2x - 4$$



مقادیر محور طول و عرض هر را بنویسید، محل برخورد آن‌ها چه نقطه‌ای است؟



روى محور x ها  $\Leftarrow$  عرض  $= 0 \Leftarrow y = 0$

روى محور عرض ها  $\Leftarrow$  طول  $= 0 \Leftarrow x = 0$

مثال) شیب و عرض از مبدأ خطوط زیر را پیدا کردن و پس آن خط‌ها را رسم کنید.

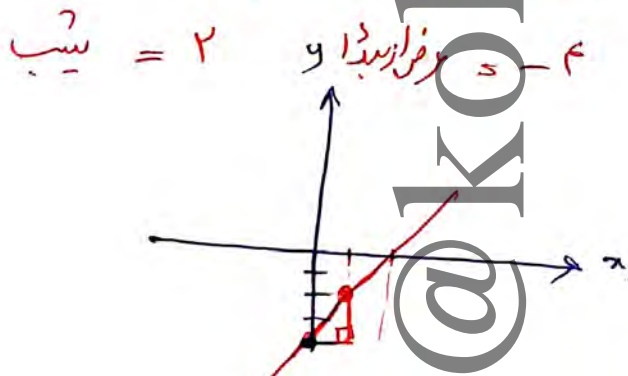
۱)  $3y - 2x = 7 \Rightarrow 3y = 2x + 7 \xrightarrow{\div 3} y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

شیب  $= \frac{2}{3}$  عرض از مبدأ  $= \frac{7}{3}$



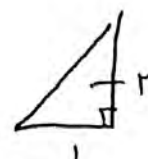
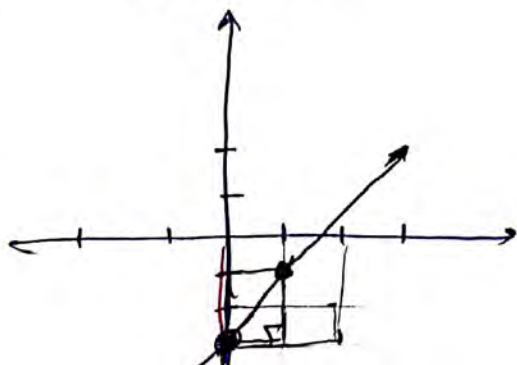
۲)  $4x - 2y = 8 \Rightarrow -2y = -4x + 8 \xrightarrow{\div -2} y = 2x - 4$

شیب  $= 2$  عرض از مبدأ  $= -4$



۳)  $2x - y = 3 \Rightarrow -y = -2x + 3 \xrightarrow{\div -1} y = 2x - 3$

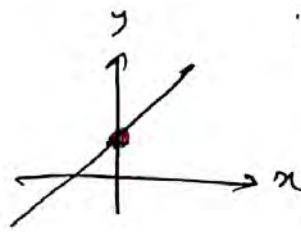
شیب  $= 2$  عرض از مبدأ  $= -3$



مسئله ۱) خط  $y = ax + b$  را در نظر بگیرید. در هر یک از حالات های زیر خط را به صورت گراف رسم کنید.

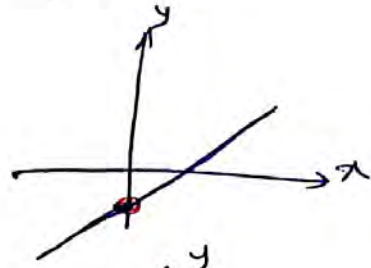
۱)

$a > 0 \rightarrow$  شیب +  
 $b > 0 \rightarrow$  عرض از مبدأ +



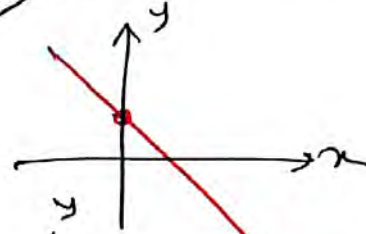
۲)

$a > 0 \rightarrow$  شیب +  
 $b < 0 \rightarrow$  عرض از مبدأ -



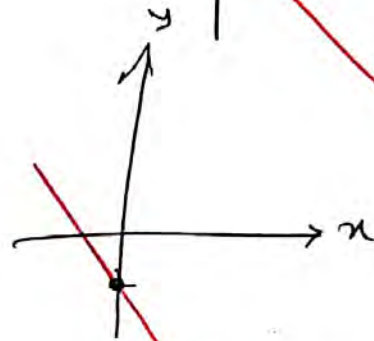
۳)

$a < 0 \rightarrow$  شیب -  
 $b > 0 \rightarrow$  عرض از مبدأ +

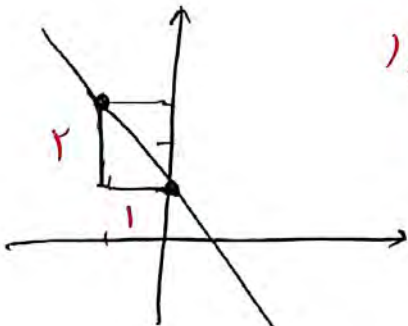


۴)

$a < 0 \rightarrow$  شیب -  
 $b < 0 \rightarrow$  عرض از مبدأ -



مسئله ۲) معادله خط های زیر را بنویسید.



عرض از مبدأ  $b = +1 = b$

شیب  $a = -\frac{2}{1} = -2 = a$

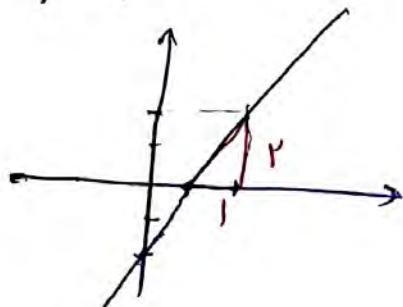
$$y = ax + b \Rightarrow y = -2x + 1$$



عرض از مبدأ  $b = -1 = b$

شیب  $a = +\frac{1}{1} = 1 = a$

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \Rightarrow y &= 1x - 1 \end{aligned} \right\}$$



عرض از مبدأ  $b = -2 = b$

شیب  $a = +\frac{2}{1} = 2 = a$

$$\left. \begin{aligned} y &= ax + b \\ \Rightarrow y &= 2x - 2 \end{aligned} \right\}$$



مثال: معادله خط بنویسید که با خط  $2y - 4x = 5$  موازی باشد ص ۲۵  
 و از نقطه  $(-1, 1)$  بگذرد.

ابتدا شیب این خط را بدست می آوریم چون موازی هستند پس شیب خط  
 را که می خواهیم بنویسیم با این شیب یکی است.

فرم کلی  $2y - 4x = 5 \Rightarrow 2y = 4x + 5 \xrightarrow{\div 2} y = 2x + \frac{5}{2}$   
 $a = \text{شیب} = 2$

معادله خط موازی داشته شده را می نویسیم

$$y = ax + b$$

$a = 2, y = 2x + b \xrightarrow{\begin{matrix} (-1) \rightarrow x \\ (1) \rightarrow y \end{matrix}} -1 = 2(1) + b \Rightarrow$   
 $-1 = 2 + b \Rightarrow b = -1 - 2 = -3$

$$y = 2x - 3$$

مثال: معادله  $a$  را بخوان باید که نقطه  $(-2, 3)$  روی خط  $ax + 2y - 2 = 0$  باشد و پس شیب و عرض از مبدأ این خط را نیز بدست آورید.

$\begin{matrix} (3) \rightarrow x \\ (-2) \rightarrow y \end{matrix} \quad a(3) + 2(-2) - 2 = 0 \Rightarrow 3a - 4 - 2 = 0 \Rightarrow 3a - 6 = 0$   
 $\Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{3} = 2$

معادله  $a = 2$  را در معادله خط قرار دهیم و وقت می کنیم فرم کلی خط است.

$$2x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow 2y = -2x + 2 \xrightarrow{\div 2} y = -1x + 1$$

شیب  $a = -1$

عرض از مبدأ  $b = +1$

درین سوّم: دستگاه معادله‌های خطی ← دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \text{۲ معادله} \\ 2x + 3y = 4 & \text{۲ مجهول } x \text{ و } y \end{cases}$$

هدف از این درس حل این دستگاه معادله‌های خطی است. منظور از حل پیدا کردن  $x$  و  $y$  است که در هر دو معادله صدق کند.

روش‌های حل دستگاه معادله‌های خطی که در این درس بررسی می‌شوند عبارتند از:

۱- روش تریسبی (روش هندسی)

۲- روش جابجایی

۳- روش حذفی

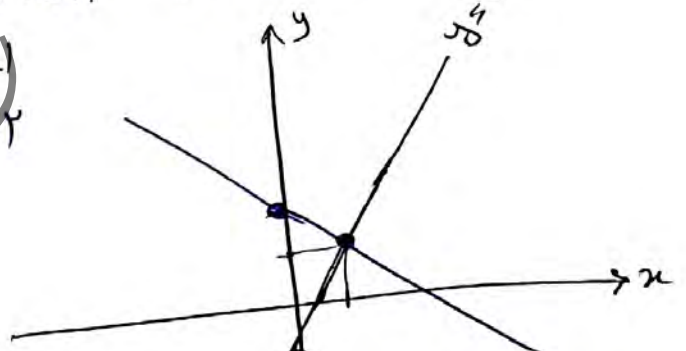
۱- روش تریسبی: در این روش ابتدا دو خط را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و پس یک جواب مشترک برای دو معادله بدست می‌آوریم.

این روش زیاد استفاده نمی‌شود چون برخی از خطوط به راحتی رسم نمی‌شوند و ممکن است جواب‌های  $x$  و  $y$  به صورت کسری یا اعداد اعشاری باشند. پس این روش محدودیت دارد.

مثال: معادله‌های خطوط  $y = 2x - 1$  و  $y = -x + 2$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و یک جواب مشترک برای آن‌ها بیابید.

$$y = 2x - 1$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$



حل برقرار دو خطا جواب می‌باشد

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \leftarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y = -x + 2$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



مسئله) با رسم خط‌های زیر دستگاه معادلات خطی را حل کنید.

$$\textcircled{1} \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - y = 1 \Rightarrow x - 1 = y \Rightarrow \underline{y = x - 1}$$

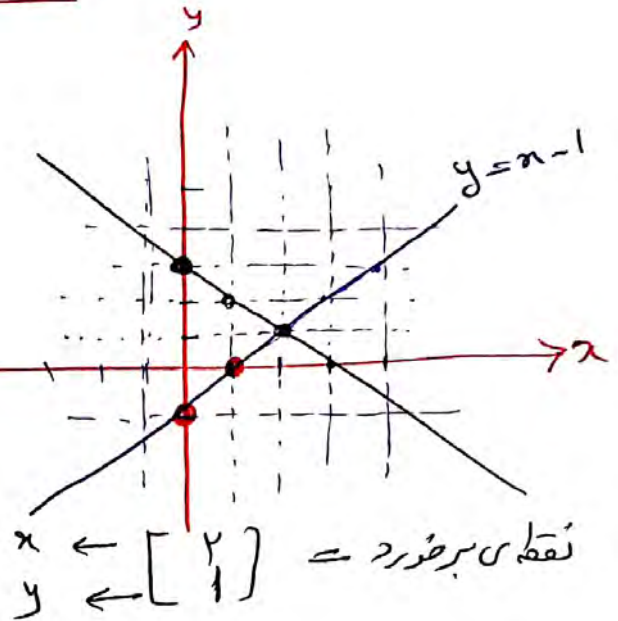
$$\rightarrow \underline{y = -x + 3}$$

$$y = x - 1$$

x	0	1
y	-1	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$y = -x + 3$$

x	0	1
y	3	2
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



$$\textcircled{2} \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2x - 3 = y$$

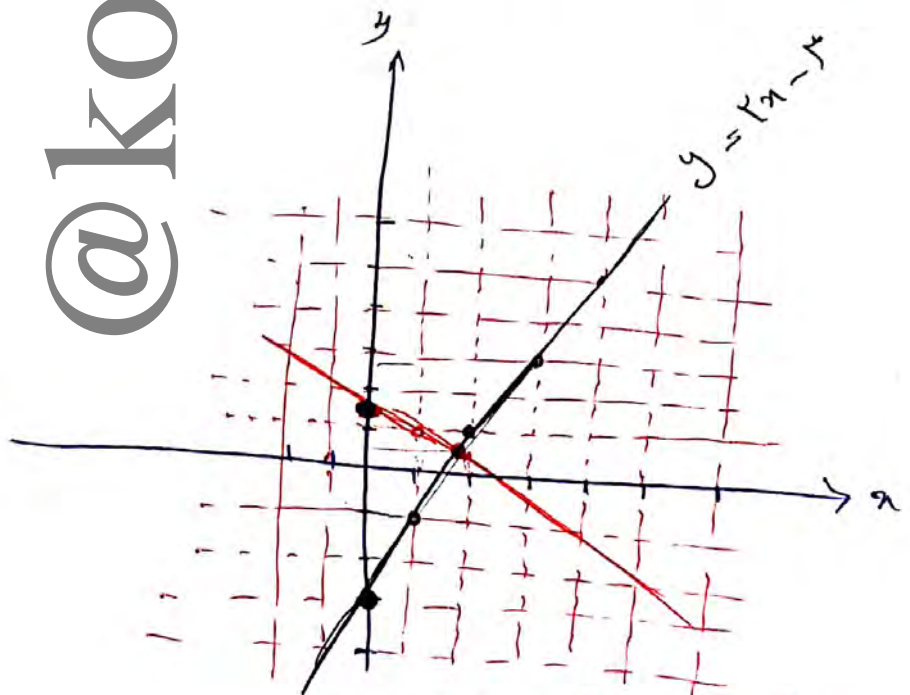
$$\rightarrow 2y = -x + 3 \xrightarrow{\div 2} y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = 2x - 3$$

x	0	1
y	-3	-1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

x	0	1
y	$\frac{3}{2}$	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$



در این قسمت حل به روش گسست است

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{9}{5} \\ y &= \frac{4}{5} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{اینه از روش} \\ &\text{ضربن حل کردم} \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}(1) + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

نکته مهم در روش گسسته:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حالت اول)  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow$  ~~این دو خط متقاطع اند~~ ~~دستگاه دارای یک جواب است.~~  
~~یک جواب مشترک دارند.~~

حالت دوم)  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  ~~این دو خط موازی اند~~ ~~دستگاه جواب ندارد~~  
~~این دو خط با هم موازی اند.~~

حالت سوم)  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  ~~این دو خط هم منطبق اند.~~ ~~دستگاه بی شمار جواب دارد~~  
~~این دو خط با هم منطبق اند.~~

مثال: دستگاه معادلات خطی زیر چند جواب دارد

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x - 4y = 4 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{-4}{-2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

دو خط با هم منطبق اند  $\Leftarrow$  دستگاه بی شمار جواب دارد.

$$\textcircled{2} \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{1}{7}$$

دو خط موازی اند  $\Leftarrow$  دستگاه جواب ندارد.

$$\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{-3}{-7}$$

این دو خط متقاطع اند  $\Leftarrow$  دستگاه دارای یک جواب است.



۲ روش جایگزینی: در این روش یکی از متغیرها را بر حسب متغیر دیگر بدست می آوریم پس آن را در معادله دیگر قرار می دهیم تا به یک معادله یک مجهول برسیم آن را حل می کنیم و سپس با جایگزین کردن در معادله متغیر دیگر نیز بدست می آید.

مثال: دستگاه معادله را حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

در معادله دوم  $y$  را بر حسب  $x$  است پس مقدار آن را در معادله بالا قرار می دهیم

$$2x - 3\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) = 5 \Rightarrow 2x - x + 2 = 5$$

$$\rightarrow x + 2 = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 = 3$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{1}{3}(3) - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases} \Rightarrow x = 2y + 7$$

$$2x - 7y = 15 \Rightarrow 2(2y + 7) - 7y = 15 \Rightarrow$$

$$4y + 14 - 7y = 15 \Rightarrow -3y = 15 - 14 \Rightarrow -3y = 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$x = 2y + 7 \Rightarrow x = 2\left(-\frac{1}{3}\right) + 7 = -\frac{2}{3} + 7 = \frac{19}{3}$$

$$\begin{cases} x = \frac{19}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۲۵

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \Rightarrow 3x - 4 = y \\ 2x + \frac{1}{3}y = 8 \end{cases}$$

جایگزینی

$$2x + \frac{1}{3}y = 8 \Rightarrow 2x + \frac{1}{3}(3x - 4) = 8$$

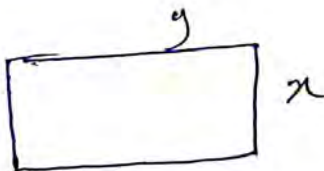
$$\Rightarrow 2x + \frac{1}{3} \times 3x + \frac{1}{3}(-4) = 8 \Rightarrow 2x + x + 2 = 8$$

$$\Rightarrow 3x + 2 = 8 \Rightarrow 3x = 8 - 2 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = 3x - 4 \Rightarrow y = 3\left(\frac{6}{3}\right) - 4 = 6 - 4 = 2 \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

سؤال: برای سال زیر یک دستگاه بنریسید و آن را حل کنید.

طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتی متر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.



$$\text{عرض مستطیل} = x$$

$$\text{طول مستطیل} = y$$

$$\text{طول} = 2x - 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\text{محیط} = 2(\text{طول} + \text{عرض}) = 24 \Rightarrow \text{طول} + \text{عرض} = 12$$

$$\Rightarrow x + y = 12$$

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

جایگزینی

$$x + (2x - 3) = 12 \Rightarrow 3x - 3 = 12 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5$$

$$y = 2x - 3 \Rightarrow y = 2(5) - 3 = 10 - 3 = 7$$





(اقت کنید اگر در صورت سوال ذکر نشده بود روش استفاده کنید بهر است از روش حذف استفاده کنید)

$$1) \begin{cases} 2x \\ 1 \end{cases} \begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ + \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$6x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{6} = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} x - y = 3 \Rightarrow 2 - y = 3 \Rightarrow 2 - 3 = y \Rightarrow y = -1$$

$$2) \begin{cases} 3x \\ 2x \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 12y = 3 \\ + \\ 10x + 12y = 14 \end{cases}$$

$$19x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{19} = 2$$

$$\xrightarrow{x=2} 3x - 2y = 1 \Rightarrow 3(2) - 2y = 1 \Rightarrow 6 - 2y = 1$$

$$6 - 1 = 2y \Rightarrow 5 = 2y \Rightarrow y = \frac{5}{2} = 1$$

$$3) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -1 \times \\ 2x + 2y = 3d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ + \\ -2x - 2y = -3d \end{cases}$$

$$x = 1d$$

$$\xrightarrow{x=1d} 3x + 2y = 5 \Rightarrow 3(1d) + 2y = 5$$

$$\rightarrow 3d + 2y = 5 \Rightarrow 2y = 5 - 3d = d$$

$$\rightarrow 2y = d \Rightarrow y = \frac{d}{2}$$



1A

$$f) \begin{cases} -rx \\ x - ry = v \\ rx - vy = 1a \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -rx + 4y = -1r \\ rx - 4y = 1a \end{cases}$$

$$-1y = 1 \Rightarrow y = \frac{+1}{-1} = -1$$

$$\underline{y = -1} \rightarrow x - ry = v \Rightarrow x - r(-1) = v \Rightarrow$$

$$x + r = v \Rightarrow x = v - r = r$$

$$d) \begin{cases} r(x-y) + ry = r \\ rx - r(x-y) = v \end{cases}$$

$$\begin{cases} rx - ry + ry = r \\ rx - rx + ry = v \end{cases} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} rx + y = r \\ -x + ry = v \end{cases}$$

$$\begin{cases} rx + y = r \\ -rx + ry = 1r \end{cases}$$

$$\underline{y = \frac{1a}{a}} \rightarrow rx + \frac{1a}{a} = r \Rightarrow rx = r - \frac{1a}{a} = \frac{r}{a} \Rightarrow x = \frac{r}{a} = \frac{r}{a}$$

$$ay = 1a \Rightarrow y = \frac{1a}{a}$$

$$g) \begin{cases} \frac{x-1}{r} - \frac{y-1}{r} = 1 \\ x + y = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} r(x-1) - r(y-1) = 1 \\ x + y = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} rx - r - ry + r = 1 \\ x + y = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} rx - ry = 1 \\ x + y = r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx - ry = 1 \\ rx + ry = 1 \end{cases}$$

$$\underline{\Delta x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{0} = r}$$

$$\underline{x = r} \rightarrow x + y = r \Rightarrow r + y = r \Rightarrow y = r - r = 0$$

مسئله: یک جواب برای  $x$  و  $y$  چگونه تعیین کنیم که مساوی نیز برقرار باشد.

$$2^{2x-y-2} = 3^{x+y-1}$$

تذکره: دو عدد توان دار با پایه های نامساوی در صورتی با هم مساوی می شوند که توان آن ها برابر صفر باشد

$$2^0 = 3^0 = 1$$

پس داریم:

$$2x - y - 2 = 0 \quad \text{و} \quad x + y - 1 = 0$$

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$3x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

$$x = 1 \rightarrow x + y = 1 \Rightarrow 1 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$

مسئله: معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط  $x - y = 1$  و  $x + y = 1$  بگذرد و شیب آن  $\frac{2}{3}$  باشد.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$x + y = 1 \Rightarrow 1 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 1 = 0$$

$$2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

پس  $[0, 1]$  نقطه برخورد این دو خط است.

$$y = ax + b \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \quad y = -\frac{2}{3}x + b$$

$$\begin{cases} [0, 1] \rightarrow x \\ [0, 1] \rightarrow y \end{cases} \quad 0 = -\frac{2}{3} \times 1 + b \Rightarrow b = \frac{2}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

مسئله: مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و افتخار آن ها ۲۶ سال است. سن هر یک را با متغیر  $x$  و  $y$  بنویسید.

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 41 + y = 70 \end{cases}$$

$$2x = 94 \Rightarrow x = \frac{94}{2} = 47$$

$$y = 70 - 41 = 29$$



سؤال: در یک مزرعه، ۲۰ شتر مرغ و گاو وجود دارد. باکال آن‌ها ۵۶ عدد است. ۳۰

داین مزرعه چند شتر مرغ و چند گاو وجود دارد؟  
 تعداد شتر مرغ =  $x$   
 تعداد گاو =  $y$

$$\Rightarrow x + y = 20$$

تعداد باکال شتر مرغ ها =  $2x$

تعداد باکال گاو =  $4y$

$$\Rightarrow 2x + 4y = 56$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 4y = -80 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

$$-2x = -24 \Rightarrow x = \frac{-24}{-2} = +12$$

$$x + y = 20 \rightarrow 12 + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 12 = 8$$

(روش حذف)

سؤال: دستگاه معادله خطی زیر را از روش حذفی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -14 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$$0 = -9$$

تناقض است.

معادله جواب ندارد.

روش تراز

$$2x - 3y = 7 \Rightarrow -3y = -2x + 7 \xrightarrow{\div -3} y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

$$4x - 6y = 5 \Rightarrow -6y = -4x + 5 \xrightarrow{\div -6} y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$$

این دو خط با هم موازی نیستند پس همدیگر را قطع نمی کنند. دستگاه جواب ندارد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{7}{5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{7}{5}$$

پس دو خط دارای شیب یکسان هستند که موازیند.