




نوشتن معادله خط

در درس های قبل یاد گرفتیم که معادله خط در حالت کلی به صورت $y = ax + b$ است که در آن a همان شیب خط و b عرض از مبدأ خط می باشد. عرض از مبدأ در واقع نقطه ای است که خط محور عرض ها را در آن جا قطع میکند. یعنی اگر به جای x در معادله خط صفر قرار دهیم عرض از مبدأ به دست می آید.



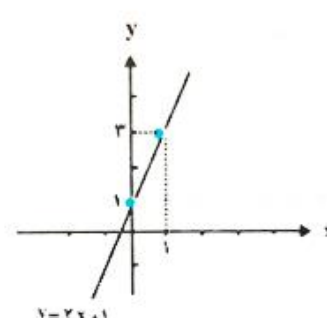
عرض از مبدأ

مثال

خط زیر را رسم می کنیم.

$y = 2x + 1$

x	0	1
y	1	3



خط $y = 2x + 1$ محور عرض ها را در نقطه‌ی $+1$ قطع کرده است به همین دلیل به عدد $+1$ عرض از مبدأ می گویند.

خودمونی

عرض از مبدأ یعنی اینکه بناب آقای فط ، شما کجا محور عمودی (محور عرض ها یا y ها) رو قطع کردی. در مثال بالا آقای فط $y = 2x + 1$ در نقطه $+1$ محور y ها رو قطع کرده، پس همون $+1$ عرض از مبدأ فط ماست.

بدون رسم خط هم می توان زود عرض از مبدأ را تشخیص داد، درست است عدد ثابت b در معادله خط $y = ax + b$ همان عرض از مبدأ است.

$y = ax + b$
فرم کلی معادله خط

شیب خط

عرض از مبدأ

دقت داشته باشید معادله خط باید مرتب و به فرم کلی $y = ax + b$ نوشته شده باشد.

$$y = \square x + \square \quad \text{فرم کلی معادله خط}$$

هر عددی اینجا نوشته شود
شیب خط می باشد

هر عددی اینجا نوشته شود
عرض از مبدأ خط می باشد

در هر یک از معادله های زیر شیب و عرض از مبدأ خط را پیدا کنید.

مثال

$$y = 4x - 3 \quad \begin{array}{l} \text{شیب خط } a = 4 \\ \text{عرض از مبدأ } b = -3 \end{array}$$

$$y = -x + 7 \quad \begin{array}{l} \text{شیب خط } a = -1 \\ \text{عرض از مبدأ } b = +7 \end{array}$$

$$y = \frac{3}{2}x \quad \begin{array}{l} \text{شیب خط } a = \frac{3}{2} \\ \text{عرض از مبدأ } b = 0 \end{array}$$

در مثال آخر مشاهده می شود که عدد ثابتی در معادله خط نوشته نشده است و این یعنی عرض از مبدأ خط صفر است. درست حدس زدید این خط مبدأ گذر است یعنی از مبدأ مختصات می گذرد.

نکته

عرض از مبدأ خطی که از مبدأ مختصات می گذرد، یعنی خط $y = ax$ برابر صفر است.

خط های $y = x$ ، $y = -x$ ، $y = 3x$ ، $y = 7x$ ، $3y = 7x$ ، $y = -\frac{1}{4}x$ همگی مبدأگذر بوده و عرض از مبدأ ندارند. به عبارت دیگر عرض از مبدأ همه ی آن ها برابر صفر است.

حال اگر معادله خط به فرم استاندارد نوشته نشود و به صورت $ax + by = c$ باشد، ابتدا باید آن را به فرم استاندارد تبدیل کنیم تا شیب و عرض از مبدأ مشخص شود. برای این کار جمله هایی که شامل x و عددهای ثابت هستند، باید به سمت راست انتقال داده شوند، (یادتون نره علامتشون هم عوض میشه) بعد از آن تمام جملات را بر ضریب y تقسیم می کنیم.

مثال

شیب و عرض از مبدأ خط $3x - 2y = 5$ را به دست آورید.

پاسخ: چون معادله بالا استاندارد نیست پس باید آن را مرتب کنیم.

$$\begin{aligned}
 3x - 2y = 5 & \xrightarrow{1} -2y = -3x + 5 & \xrightarrow{2} \frac{-2}{-2}y = \frac{-3}{-2}x + \frac{5}{-2} \\
 & & \xrightarrow{3} y = +\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

۱ در مرحله اول $3x$ را به طرف دیگر انتقال داده علامت آن قرینه می شود.

۲ در مرحله دوم تمام جملات را بر ضریب y یعنی عدد -2 تقسیم می کنیم.

۳ در مرحله آخر پس از ساده کردن کسرها (در صورت امکان) شیب و عرض از مبدأ به دست می آیند.

در مثال بالا داریم :

$$y = +\frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \begin{cases} \text{شیب خط} = \frac{3}{2} \\ \text{عرض از مبدأ} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

مثال

شیب و عرض از مبدأ خط های زیر را به دست آورید.

الف) $2x - y = 4 \Rightarrow -y = -2x + 4 \Rightarrow \frac{-1}{-1}y = \frac{-2}{-1}x + \frac{4}{-1}$

$\Rightarrow y = +2x - 4 \Rightarrow$ شیب خط = ۲ و عرض از مبدأ = -۴

ب) $-x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow 3y = +x + 9 \Rightarrow \frac{3}{3}y = \frac{+1}{3}x + \frac{9}{3}$

$\Rightarrow y = +\frac{1}{3}x + 3 \Rightarrow$ شیب خط = $\frac{1}{3}$ و عرض از مبدأ = ۳

سوال

شیب و عرض از مبدأ خط های $12x - 3y = 12$ و $3x = 15 - 3y$ را به دست آورید.

$$12x - 3y = 12$$

$$-3y = -12x + 12$$

$$y = \frac{-12}{-3}x + \frac{12}{-3} \Rightarrow \boxed{y = +4x - 4}$$

شیب خط = +4
عرض از مبدأ = -4

$$3x = 15 - 3y$$

$$+3y = -3x + 15$$

$$y = \frac{-3}{+3}x + \frac{15}{+3} \Rightarrow \boxed{y = -x + 5}$$

شیب خط = -1
عرض از مبدأ = +5

نحوه نوشتن معادله خط

همان طور که قبلاً گفتیم معادله خط به صورت استاندارد به صورت $y = ax + b$ می باشد، پس اگر از ما خواستند معادله خط را بنویسیم باید a و b معلوم باشند. یعنی اگر شیب و عرض از مبدأ را داشته باشیم به راحتی می توانیم معادله خط را بنویسیم.

به خاطر داشته باشیم

جملات زیر همگی یک مفهوم دارند و همه عرض از مبدأ را برای ما مشخص می کنند.

در هر سه حالت b عرض از مبدأ است.

- ۱ - عرض از مبدأ آن b باشد.
 - ۲ - محور عرض ها را در نقطه ای به عرض b قطع کند.
 - ۳ - از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$ بگذرد.
- معادله خطی را بنویسید که

معادله خطی را بنویسید که شیب آن ۴ و عرض از مبدأ آن -۲ باشد.

مثال

پاسخ : می دانیم در معادله خط ضریب x یعنی a همان شیب خط است پس ما به جای a عدد شیب یعنی ۴ را جای گذاری می کنیم. همچنین طبق صورت سوال به جای b یعنی عرض از مبدأ عدد -۲ را جای گذاری می کنیم.

پس معادله خط خواسته شده به صورت $y = 4x - 2$ خواهد بود.

مثال

معادله خطی را بنویسید که شیب آن -1 باشد و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض 5 قطع کند.

$$b = 5$$

$$a = -1$$

$$y = ax + b$$

\Rightarrow

معادله خط

$$y = -1x + 5$$

نکته

هرگاه دو خط دارای شیب های مساوی باشند (ضریب x هاییشان برابر باشند) آنگاه آن دو خط با هم موازی هستند.

برعکس اگر دو خط موازی باشند آنگاه شیب های آن ها مساوی خواهد بود.

سوال

آیا دو خط $y = 2x - 1$ و $y = 2x$ با هم موازی هستند؟

پاسخ: چون شیب هر دو خط مساوی 2 می باشد از اینرو دو خط با هم موازی هستند.

سوال

مقدار m را طوری تعیین کنید که دو خط $y = 6x - 3$ و $y = (2m - 1)x + 1$ با هم موازی باشند.

$$y = (2m - 1)x + 1 \rightarrow \text{شیب} = 2m - 1$$

$$y = 6x - 3 \rightarrow \text{شیب} = 6$$

برای اینکه موازی باشند باید شیب

های آن ها با هم برابر باشند.

$$2m - 1 = 6$$

حال وقتی شیب ها را مساوی هم قرار دهیم یک معادله تشکیل می شود از حل آن مقدار m را به دست می آوریم.

$$2m - 1 = 6 \Rightarrow 2m = 6 + 1 = 7$$

$$\Rightarrow m = \frac{7}{2}$$

مثال

معادله خطی را بنویسید که با خط $y = -x + 1$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

پاسخ: وقتی گفته شده که با خط $y = -x + 1$ موازی باشد، این به چه معنی است؟

همچنان که در نکته بالا گفتیم وقتی دو خط موازی باشند باید شیب آن ها مساوی باشد. خوب پس شیب خطی که قرار است معادله آن را بنویسیم باید با شیب خط $y = -x + 1$ برابر باشد. این که خیلی ساده است.

شیب خط $y = -x + 1$ برابر است با -1 . پس ما الان هم شیب خط و هم عرض از مبدأ را داریم. بنا به نقطه مشخص است که عرض از مبدأ باید -3 باشد.

بنابراین معادله خط برابر است با $y = -x - 3$

مثال

معادله خطی را بنویسید که محور y ها را در 7 قطع کند و با خط $2x - 4y = 6$ موازی باشد.

پاسخ: ابتدا معادله خط را استاندارد می کنیم.

$$2x - 4y = 6 \Rightarrow -4y = -2x + 6 \Rightarrow \frac{-4}{-4}y = \frac{-2}{-4}x + \frac{6}{-4} \Rightarrow y = +\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

چون دو خط موازی هستند پس شیب آن ها باید برابر باشد. پس شیب خط ما باید $+\frac{1}{2}$ باشد. از طرفی بنا به گفته سوال عرض از مبدأ 7 است. پس معادله خط خواسته شده به صورت زیر است:

$$y = +\frac{1}{2}x + 7$$

مثال

معادله خطی را بنویسید که با خط $y = 2x - 5$ موازی باشد و از نقطه $(-1, 6)$ بگذرد.

پاسخ: دقت کنید این سوال با سوال های قبل کمی متفاوت است زیرا عرض از مبدأ را به ما نداده است. از روی معادله خط مشخص است که شیب خط ما باید 2 باشد. پس معادله خط مورد نظر به صورت $y = 2x + b$ است. حال مقدار b (عرض از مبدأ را چگونه به دست بیاوریم؟) بسیار ساده است. نقطه ای که در صورت سوال داده شده است را در معادله خط جای گذاری می کنیم. یعنی چی؟

یعنی در معادله خط به جای x ، طول نقطه مورد نظر و به جای y ، عرض نقطه مورد نظر را جایگذاری می کنیم.

$$y = 2x + b$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x \\ \rightarrow y \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 6 & -1 \end{matrix}$$

$$6 = 2 \times (-1) + b \Rightarrow 6 = -2 + b$$

$$\Rightarrow b = 6 + 2 = 8 \quad \text{بنابراین عرض از مبدأ برابر 8 است.}$$

و در آخر معادله خط به صورت زیر خواهد بود. $a = 2$ $b = 8$

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + 8 \quad \text{معادله خط}$$

مثال

معادله خطی را بنویسید که شیب آن -2 و از نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

پاسخ: در ابتدا شیب خط و مختصات نقطه را در معادله‌ی کلی خط یعنی $y = ax + b$ قرار می‌دهیم تا عرض از مبدأ را به دست آوریم و سپس با داشتن شیب خط و عرض از مبدأ آن، معادله‌ی خط را می‌نویسیم.

$$y = ax + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, a = -2} 2 = -2 \times (-1) + b$$

$$2 = +2 + b$$

$$\boxed{0 = b}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{a = -2, b = 0} y = -2x + 0$$

$$y = -2x$$

نوشتن معادله خط با معلوم بودن مختصات دو نقطه

اگر مختصات دو نقطه را داشته باشیم ابتدا شیب خط را از رابطه‌ی زیر به دست می‌آوریم. سپس همانند مثال‌های بالا با جایگذاری یکی از نقطه‌ها در معادله، مقدار عرض از مبدأ را به دست می‌آوریم.

محاسبه شیب خط گذرنده از دو نقطه

شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{یا} \quad a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{شیب خط} = \frac{\text{تفاضل عرض‌ها}}{\text{تفاضل طول‌ها}}$$

در اینجا x_1 یعنی طول نقطه اول، y_1 یعنی عرض نقطه اول و به همین ترتیب x_2 یعنی طول نقطه دوم، y_2 یعنی عرض نقطه دوم. انتخاب شماره‌ی نقطه‌ها اختیاری است، فقط دقت داشته باشید که همواره در صورت کسر عرض‌های دو نقطه (y ها) از هم کم شده و در مخرج هم طول‌های دو نقطه (x ها) را از هم کم می‌کنیم.

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ می گذرد، به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x_2 \\ \rightarrow y_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x_1 \\ \rightarrow y_1 \end{matrix}$$

ابتدا به صورت دلخواه یکی از نقطه را به عنوان نقطه اول و دیگری را به عنوان نقطه دوم در نظر می گیریم سپس طول و عرض آن ها را مانند بالا شماره گذاری می کنیم. سپس از طریق رابطه شیب خط، مقدار آن را به دست می آوریم.

$$\text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{5 - 3} = \frac{6}{2} = 3$$

پس از این که شیب به دست آمد همانند مثال های قبلی، به دلخواه یکی از نقطه های داده شده را در معادله خطی که فعلا شیب آن به دست آمده است را جایگذاری می کنیم.

$$y = ax + b \xrightarrow{\text{شیب} = 3} y = 3x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}} 4 = 3 \times 5 + b$$

$$\longrightarrow 4 = 15 + b \longrightarrow b = 4 - 15 = -11$$

پس معادله خط به صورت $y = 3x - 11$ می باشد.

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ می گذرد، به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x_2 \\ \rightarrow y_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x_1 \\ \rightarrow y_1 \end{matrix}$$

ابتدا شیب خط را به دست آورده و سپس آن را به همراه یک نقطه ی دلخواه در معادله $y = ax + b$ قرار می دهیم تا عرض از مبدأ را به دست آوریم. با داشتن شیب خط و عرض از مبدأ آن، معادله ی خط را می نویسیم.

$$\text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{4 - 3} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$y = ax + b \xrightarrow{\text{شیب} = -3} y = -3x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ جایگذاری نقطه}} 2 = -3 \times 3 + b$$

$$2 = -9 + b$$

$$2 + 9 = b$$

$$11 = b$$

$$a = -3, b = 11$$

$$y = ax + b \longrightarrow y = -3x + 11$$

هر خط موازی محور x ها (طول ها)، شیبش صفر است. (یعنی شیب ندارد. $a = 0$)

پس معادله این نوع خط ها به صورت $y = 0 \times x + b$ یعنی $y = b$ می باشد. (در معادله y این نوع خطها اصلاً متغیر x وجود ندارد.)

عدد ثابت b همان عرض از مبدأ خط می باشد. جالب این است که تمام نقاط روی این نوع خط ها همگی عرض ثابتی دارند، و عرض همه y آن ها b است. یعنی به صورت $\begin{bmatrix} x \\ b \end{bmatrix}$ می باشند.

مثال

معادله خط $y = 2$ در زیر رسم شده است.

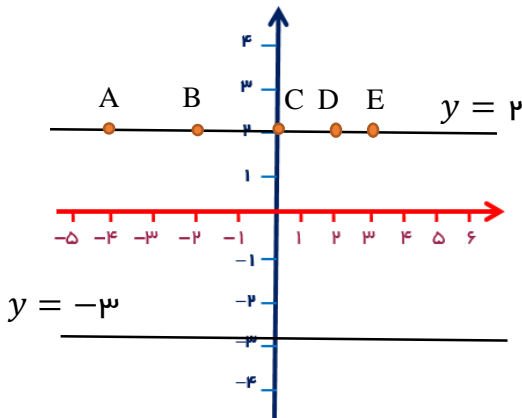
چند نقطه روی خط مشخص شده اند، مختصات آن ها

در زیر نوشته شده است.

$$A = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

همانطور که می بینید عرض همه y نقطه های واقع بر خط

$y = 2$ برابر 2 می باشد.



یادمان باشد هر وقت دو نقطه به ما دادند که عرض آن ها برابر بود و از ما خواستند معادله آن خط را بنویسیم، این مورد همان خط موازی محور طول ها خواهد بود. معادله خط برابر است با

عرض یکی نقطه ها $y =$

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$ می گذرد، به دست آورید.

همانطور که گفتیم چون عرض دو نقطه برابر است پس خطی که از این دو نقطه می گذرد موازی محور طول ها یا همان محور x ها است. پس معادله y آن به صورت زیر است:

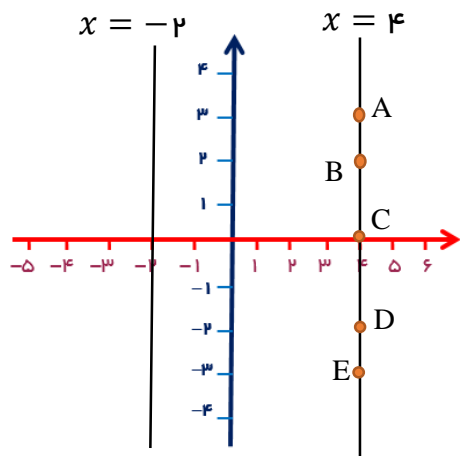
$$y = -1$$

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ می گذرد، برابر است با $y = 3$

اگر خطی موازی محور y ها (عرض ها) باشد و محور x ها را در نقطه ای به طول a قطع کرده باشد، معادله ی آن به صورت $x = a$ خواهد بود. (در معادله ی این نوع خطها اصلاً متغیر y وجود ندارد.) این نوع خط ها عرض از مبدأ ندارند، همچنین برای آن ها شیب هم تعریف نمی شود. تمام نقاط روی این نوع خط ها همگی طول ثابتی دارند، و طول همه ی آن ها a است. یعنی به صورت $\begin{bmatrix} a \\ y \end{bmatrix}$ می باشند.

مثال



معادله خط $x = 4$ در زیر رسم شده است.

چند نقطه روی خط مشخص شده اند، مختصات آن ها در زیر نوشته شده است.

$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

همانطور که می بینید طول همه ی نقطه های واقع بر خط $x = 4$ برابر ۴ می باشد.

یادمان باشد هر وقت دو نقطه به ما دادند که طول آن ها برابر بود و از ما خواستند معادله آن خط را بنویسیم، این مورد همان خط موازی محور عرض ها خواهد بود. معادله خط برابر است با

طول یکی نقطه ها $x =$

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ می گذرد، به دست آورید.

همانطور که گفتیم چون طول دو نقطه برابر است پس خطی که از این دو نقطه می گذرد موازی محور عرض ها یا همان محور y ها است. پس معادله ی آن به صورت زیر است:

$$x = 1$$

مثال

معادله خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix}$ می گذرد، برابر است با $x = 3$

مثال

معادله خطی که موازی محور x هاست و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ می گذرد، را بنویسید.

پاسخ: چون خط موازی محور x هاست، پس معادله آن به صورت $y = b$ خواهد بود. (همچنان که قبلا گفتیم در معادله این خط ها متغیر x وجود ندارد.) چون عرض نقطه مورد نظر ۱ می باشد، پس معادله خط به صورت $y = 1$ می باشد.

مثال

معادله خطی که موازی محور y هاست و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ می گذرد، را بنویسید.

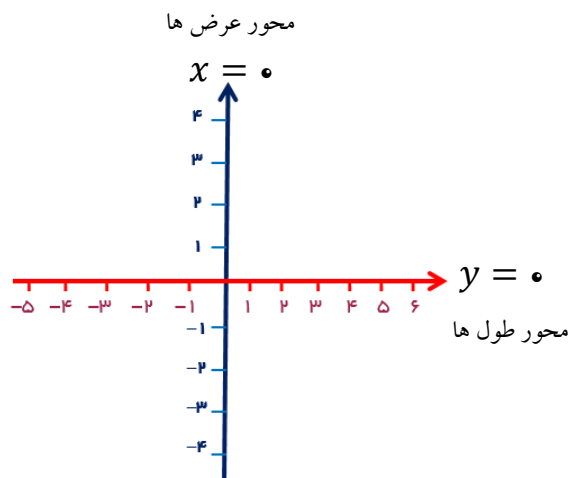
پاسخ: چون خط موازی محور y هاست، پس معادله آن به صورت $x = a$ خواهد بود. (همچنان که قبلا گفتیم در معادله این خط ها متغیر y وجود ندارد.) چون طول نقطه مورد نظر ۲ می باشد، پس معادله خط به صورت $x = 2$ می باشد.

نکته

اگر $x = a$ خطی موازی محور عرض ها و $y = b$ خطی موازی محور طول ها باشد، نقطه برخورد آن ها نقطه $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ می باشد و زاویه بین آن ها همیشه ۹۰ درجه می باشد.

به عنوان مثال محل برخورد دو خط $x = 4$ و $y = -3$ نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ می باشد. زاویه بین این دو خط ۹۰ درجه است.

نکته



معادله خط محور طول ها برابر $y = 0$

معادله خط محور عرض ها برابر $x = 0$

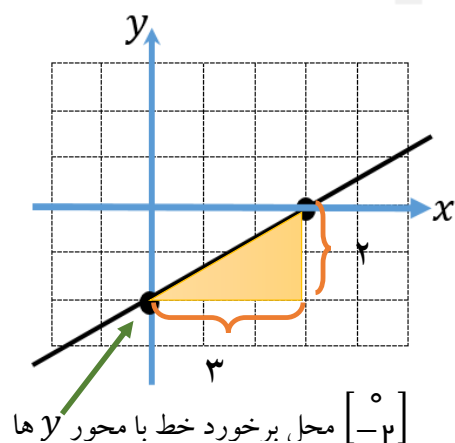
نوشتن معادله خط از روی رسم آن

اگر خطی رسم شده باشد و بخواهیم معادله آن را پیدا کنیم، از دو روش می توان معادله آن را پیدا کرد.

اول اینکه از روی رسم آن دو نقطه دلخواه را پیدا کرده ، با استفاده از آن ها شیب خط و سپس معادله خط را می نویسیم. اما روش دوم که مدنظر ماست و ساده تر نیز می باشد، از طریق تعریف شیب خط و عرض از مبدأ است.

مثال

معادله خط زیر را پیدا کنید.



هر وقت بحث از معادله خط شد یعنی $y = ax + b$ پس ما باید شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنیم. می دانیم جایی که خط با محور y ها برخورد می کند همان عرض از مبدأ خط می باشد. در شکل مقابل خط در نقطه ای به عرض -2 محور y ها را قطع کرده است. پس $-2 =$ عرض از مبدأ.

اما شیب خط را چگونه به دست بیاوریم؟ جواب بسیار ساده است. از

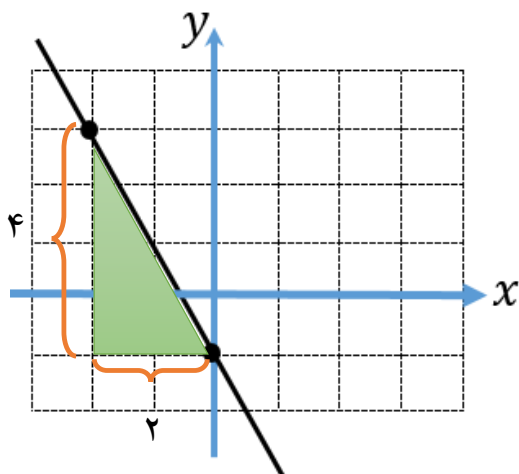
تعریف شیب خط داشتیم $\frac{\text{ارتفاع}}{\text{قاعده}} =$ شیب خط . دو نقطه دلخواه را روی

خط مشخص کرده مثلث قائم الزاویه ای که از دو نقطه و خط رسم شده حاصل می شود شیب خط را برای ما مشخص

می کند. $\frac{\text{ارتفاع}}{\text{قاعده}} = + \frac{2}{3}$ شیب خط . پس معادله خط می شود: $y = + \frac{2}{3}x - 2$.

مثال

معادله خط زیر را پیدا کنید.



خط ، محور عرض ها را در نقطه ای به عرض -1 قطع کرده است.

این یعنی $-1 =$ عرض از مبدأ.

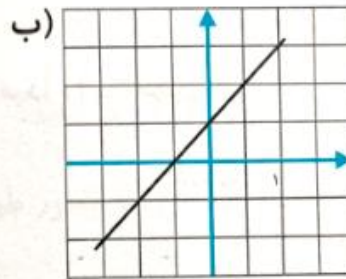
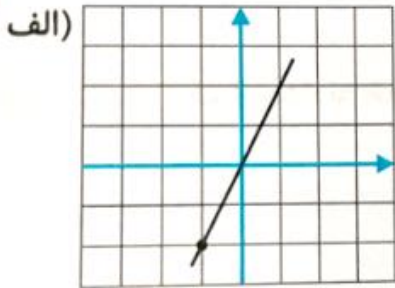
از طرفی شیب خط برابر است با $-\frac{4}{2} = -2$ $\frac{\text{ارتفاع}}{\text{قاعده}}$

(دقت داشته باشید که شیب خط منفی است.)

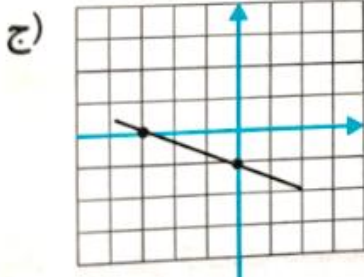
این هم از معادله خط $y = -2x - 1$

معادله خط‌های زیر را بنویسید.

الف) $y = 2x$



ب) $y = x + 1$



ج) $y = -\frac{1}{3}x - 1$

خودتون درستی پاسخ‌ها را بررسی کنید.

سوالات امتحانی با پاسخ تشریحی

۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) عرض از مبدأ خط $y = -5x + 3$ برابر ۳ است.ب) شیب خط $3y = -x + 2$ برابر -۱ است.ج) عرض از مبدأ خط $y = -2$ برابر با -۲ است.

د) محل برخورد خط با محور طول‌ها را عرض از مبدأ می‌گویند.

۲- جاهای خالی را با اعداد و یا کلمات مناسب کامل کنید.

الف) شیب خط $y = 3$ برابر ... است.

ب) دو خط زمانی با یکدیگر موازی هستند که ... آنها برابر باشند.

ج) خط زمانی صعودی است که شیب آن ... باشد.

د) عرض از مبدأ خط $y = 2x - \frac{7}{3}$ برابر است با ...

۳- شیب و عرض از مبدأ خط $12x - 3y = 12$ را به دست آورید.

۴- شیب و عرض از مبدأ خط $3x = 15 - 3y$ را به دست آورید.

۵- معادله‌ی خطی بنویسید که با خط $y = -2x + 3$ موازی بوده و از مبدأ مختصات بگذرد.

۶- معادله‌ی خطی بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۷- معادله‌ی خطی بنویسید که شیب آن ۳ بوده و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۸- عدد m را چنان تعیین کنید که دو خط $y = (m-7)x + 3$ و $y = 5x - 2$ موازی باشند.

۹- معادله‌ی خطی بنویسید که با خط $y = -3$ موازی باشد. این سؤال چند جواب دارد؟

۱۰- m را چنان تعیین کنید که خط به معادله‌ی $y = -\frac{7}{3}x + \left(\frac{m+9}{4}\right)$ از مبدأ مختصات بگذرد.

پاسخ تشریحی سوالات

۱- الف) درست

ب) نادرست

ج) درست

د) نادرست

۲- الف) صفر

ب) شیب

ج) مثبت

د) $-\frac{7}{3}$

عرض از مبدأ = -4

۳- شیب خط = +4

$$12x - 3y = 12$$

$$-3y = -12x + 12$$

$$y = \frac{-12}{-3}x + \frac{12}{-3} \Rightarrow \boxed{y = +4x - 4}$$

۴- شیب خط = -1

عرض از مبدأ = +5

$$3x = 15 - 3y$$

$$+3y = -3x + 15$$

$$y = \frac{-3}{+3}x + \frac{15}{+3} \Rightarrow \boxed{y = -x + 5}$$

۵- وقتی با خط $y = -2x + 3$ موازی است بنابراین «شیب خط = -2» است. وقتی از مبدأ مختصات می‌گذرد بنابراین عرض از مبدأ آن صفر است.

$$y = ax + b \xrightarrow{a=-2, b=0} y = -2x + 0 \Rightarrow \boxed{y = -2x}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix}$$

$$m = \text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 1}{-1 - (-2)} = \frac{7 - 1}{-1 + 2} = \frac{6}{+1} = 6$$

$$a = 6, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y = ax + b \longrightarrow 2 = 6 \times (-1) + b$$
$$2 = -6 + b$$
$$2 + 6 = b \rightarrow b = 8$$

معادله خط $y = 6x + 8$

$$a = 3, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = ax + b \longrightarrow 0 = 3 \times (2) + b$$
$$0 = 6 + b$$
$$0 - 6 = b \rightarrow b = -6$$

معادله خط $y = 3x - 6$

۸- چون دو خط با یکدیگر موازی هستند بنابراین شیب آنها با یکدیگر برابر است.

$$y = (m-7)x + 3 \rightarrow m-7 = \text{شیب}$$

$$y = 5x - 2 \rightarrow 5 = \text{شیب}$$

$$m-7 = 5 \Rightarrow m = 5+7 \Rightarrow \boxed{m=12}$$

۹- بی شمار جواب دارد.

$$y = -2$$

$$y = -1$$

$$y = 1$$

۱۰- وقتی خط از مبدأ مختصات می گذرد عرض از مبدأ آن صفر خواهد بود.

$$\frac{m+9}{4} = 0 \Rightarrow m+9 = 0 \Rightarrow \boxed{m=-9}$$

سالم و سرپلند باشید.



@majazyclass