

فصل ششم: «عبارت‌های جبری و اتحاد»

۱	<p>اگر متغیری مانند x در یک چندجمله‌ای وجود داشته باشد، بزرگ‌ترین توانی از x را که در آن چندجمله‌ای وجود دارد، درجه‌ی آن چند جمله‌ای نسبت به x می‌نامند.</p>
۲	<p>هرگاه حاصل چند عبارت را که هر کدام مجذور هستند برابر صفر باشد، تک‌تک عبارتها باید صفر باشد مانند:</p> $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$
۳	<p style="text-align: right;">اتحاد:</p> <p>اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشد که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم. اتحادهای مهم به شرح زیر هستند:</p> <p>۱- اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ <p>۲- اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای</p> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ <p>۳- اتحاد مزدوج</p> $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ <p>۴- اتحاد جمله مشترک</p> $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ <p>۵- اتحاد مکعب مجموع دو جمله‌ای</p> $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ <p>۶- اتحاد مکعب تفاضل دو جمله‌ای</p> $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ <p>۷- اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای</p> $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ <p>۸- اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای</p> $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ <p>۹- اتحاد مربع سه جمله‌ای</p> $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ <p>* به اتحادهای مجموع و تفاضل مکعب دو جمله‌ای، اتحاد چاق و لاغر نیز گفته می‌شود.</p>
۴	<p style="text-align: right;">اتحادهای فرعی مربع دو جمله‌ای:</p> <p>از اتحادهای نوع اول و دوم مربع دو جمله‌ای می‌توان اتحادهای دیگری را نتیجه گرفت:</p>

$$۱) a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

از این اتحاد موقعی استفاده می‌کنیم که مجموع و حاصل ضرب دو عدد را بدهند و مجموع مربعات آن‌ها را بخواهند.

$$۲) a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

از این اتحاد موقعی استفاده می‌کنیم که تفاضل و حاصل ضرب دو عدد را بدهند و مجموع مربعات آن‌ها را بخواهند.

$$۳) (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$۴) (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

۵ اتحاد فرعی مکعب دو جمله‌ای:

$$۱) a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

از این اتحاد موقعی استفاده می‌کنیم که مجموع و حاصل ضرب دو عدد معلوم باشد و مجموع مکعبات آن‌ها را بخواهند.

$$۱) a^3 - b^3 = (a - b)^3 - 3ab(a - b)$$

از این اتحاد موقعی استفاده می‌کنیم که تفاضل و حاصل ضرب دو عدد را بدهند و تفاضل مکعبات آن‌ها را بخواهند.

۶ تجزیه‌ی چند جمله‌ای‌ها:

برای ساده‌تر شدن عملیات روی چند جمله‌ای‌ها و برای تعیین ریشه‌های یک چند جمله‌ای می‌توان بهترین روش را تجزیه‌ی چند جمله‌ای‌ها نامید تبدیل کردن یک چند جمله‌ای به صورت ضرب دو یا چند، چند جمله‌ای دیگر با درجه کمتر، تجزیه‌ی آن چند جمله‌ای نامیده می‌شود و هنگامی کامل است که هریک از چند جمله‌ای‌های به دست آمده دیگر تجزیه‌پذیر نباشند.

از مهم‌ترین روش‌های تجزیه‌ی چندجمله‌ای‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- فاکتورگیری ۲- اتحادها ۳- دسته‌بندی ۴- افزودن و کاستن

۷ تجزیه با دسته‌بندی:

در بعضی از عبارات‌های جبری برای تجزیه کردن لازم است ابتدا با کمی دقت جملات آن را به صورت چندین دسته‌ی مناسب در نظر گرفت، سپس با استفاده از فاکتورگیری و یا اتحادهای جبری هر دسته و در نهایت کل عبارت را تجزیه کرد.

بسیاری از چهارجمله‌ای‌ها را می‌توان با این روش تجزیه کرد. به مثال زیر توجه کنید:

مثال: اگر $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$ باشد، کدام رابطه درست است؟ (کنکور انسانی و تجربی)

$$x^2 + y^2 = 1 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = x + y \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 = 2x + 2y + 2 \quad (4)$$

پاسخ: ابتدا جمله‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{\text{اتحاد مربع دو جمله}} + \underbrace{y^2 - 2y + 1}_{\text{اتحاد مربع دو جمله}} = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

چون حاصل جمع عبارات با توان زوج صفر شده است پس تک‌تک آن‌ها برابر صفر هستند در نتیجه گزینه‌ی ۲ درست است.

$$x = 1, y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = x + y$$

۸ تعمیم اتحاد یک جمله‌ی مشترک:

۱- اگر حاصل ضرب سه عبارت با جمله‌ی مشترک x را بدهند خواهیم داشت:

$$(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x + abc$$

۲- اگر حاصل ضرب چهار عبارت با جمله‌ی مشترک x را بدهند خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) \\ = x^4 + (a + b + c + d)x^3 + (ab + ac + ad + bc + bd + cd)x^2 \\ + (abc + abd + acd + bcd)x + abcd \end{aligned}$$

۹	<p>اتحاد اویلر:</p> <p>به ازای هر سه عدد حقیقی مانند a و b و c داریم:</p> $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = a^3 + b^3 + c^3 - 3ab$
۱۰	<p>اتحاد لاگرانژ:</p> $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$
۱۱	<p>دستگاه نامعادلات (نامعادلات توأم):</p> <p>بعضی مواقع با نامعادلهایی مواجه می‌شویم که متغیر آن‌ها باید هم‌زمان در بیش از یک شرط صدق کند. یافتن جواب برای این نامعادلات در نهایت به حل یک دستگاه نامعادله می‌رسد. برای حل نامعادلات توأم ابتدا هریک از نامعادلات را به صورت تنهایی در نظر گرفته و حل می‌کنیم و مجموعه جواب آن را می‌یابیم. سپس برای به دست آوردن مجموعه جواب نهایی، اشتراک مجموعه‌های جواب را به دست می‌آوریم. به طور مثال عبارت زیر یک دستگاه نامعادلات است:</p> $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x-1}{6} \\ \frac{x+1}{2} < \frac{x+1}{3} \end{cases}$

سؤالات «عبارت‌های جبری و معادله»

۱	اگر $A = 3x^2 - 3x + 1$ و $B = x^2 - x + 1$ حاصل $A - 3B$ کدام است؟ (نمونه دولتی)	۱ (۱)	-۲ (۲)	$2x^2 - 6x - 2$ (۳)	$-6x + 4$ (۴)
۲	پاسخ عبارت $(1 - x^3)(1 + x^3)$ کدام است؟ (نمونه دولتی)	$1 - x^5$ (۱)	$1 + x^2 - x^3 - x^5$ (۲)	$1 - x^6$ (۳)	$1 + x^2 - x^3$ (۴)
۳	عبارت $7a^2 + 8x^2y^3 - y^3$ دارای چند جمله است؟ (نمونه دولتی)	۳ (۱)	۵ (۲)	۶ (۳)	۲ (۴)
۴	حاصل عبارت $(a + b)^2 - (a - b)^2$ برابر است با:	$4a^2b^2$ (۱)	صفر (۲)	$2ab$ (۳)	$4ab$ (۴)
۵	حاصل $(a - b)^{200} - (b - a)^{200}$ برابر است با: (تیزهوشان)	$2a^{200} - 2b^{200}$ (۱)	$b^{200} - a^{200}$ (۲)	صفر (۳)	$2(a - b)^2$ (۴)
۶	اگر $2a - 3b = 1$ حاصل $8a^2 - 24ab + 18b^2$ کدام است؟ (تیزهوشان)	۱ (۱)	۲ (۲)	۴ (۳)	۸ (۴)
۷	حاصل $(-\sqrt{18} - 3)(-\sqrt{18} + 3)$ کدام است؟	-۲۷ (۱)	-۹ (۲)	۹ (۳)	۲۷ (۴)
۸	اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$ آن گاه $a - 1$ برابر است با: (تیزهوشان)	b (۱)	$-b$ (۲)	$b + 1$ (۳)	$1 - b$ (۴)
۹	اگر $(a + b) = -3$ و $ab = -28$ باشد حاصل $(a - b)^3$ کدام است؟ (تیزهوشان)	۱۶۹ (۱)	۱۲۱ (۲)	۶۴ (۳)	۲۵ (۴)

۱۰	قطر مربعی $m + n$ است. مساحت آن بر حسب m و n کدام است؟ (تیزهوشان)	(۱) $m^2 + n^2 + mn$	(۲) $2m^2 + 2n^2 + mn$
		(۳) $\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}n^2 + mn$	(۴) $\frac{1}{3}m^2 + \frac{1}{3}n^2$
۱۱	اگر \overline{aaa} یک عدد سه رقمی با ارقام مساوی باشد، حاصل $\frac{\overline{aaaa} - \overline{aaa}}{a}$ کدام است؟ (المپیاد ۹۰)	(۱) ۱	(۲) ۱۰
		(۳) ۱۰۰	(۴) ۱۰۰۰
۱۲	حاصل عبارت $(x + a)(x + b) - (x - a)(x - b)$ برابر است با: (کنکور سراسری)	(۱) $(a + b)x$	(۲) صفر
		(۳) $a + b$	(۴) $2(a + b)x$
۱۳	حاصل عبارت $\left(x^{\frac{m}{2}} + y^{\frac{m+1}{2}}\right)\left(x^{\frac{m}{2}} - y^{\frac{m+1}{2}}\right)$ کدام است؟ (تیزهوشان)	(۱) $x^m - y^m$	(۲) $x^m - y^{m+1}$
		(۳) $x^{m-1} \cdot y^{m-1}$	(۴) $x^m + y^{m+1}$
۱۴	اگر $x + y = 9$ و $yx = 20$ باشد حاصل $x^3 + y^3$ کدام است؟ (کنکور سراسری)	(۱) ۱۸۸	(۲) ۱۰۸
		(۳) ۱۲۶	(۴) ۱۸۹
۱۵	حاصل $(\sqrt{2} + 1)^4 (\sqrt{2} - 1)^4$ برابر است با:	(۱) ۱	(۲) $3\sqrt{2}$
		(۳) $3 - 2\sqrt{2}$	(۴) $3 + 2\sqrt{2}$
۱۶	مقدار عبارت $1^2 - 2^2 + \dots + 97^2 - 98^2 + 99^2 - 100^2$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)	(۱) ۲۰۰۲	(۲) ۲۰۲۰
		(۳) ۴۰۴۰	(۴) ۵۰۵۰
۱۷	اگر $(x - y)^2 = 9$ و $x^2 + y^2 = 29$ باشد حاصل $(x + y)^2$ کدام است؟ (انرژی اتمی)	(۱) ۳۶	(۲) ۴۹
		(۳) ۲۵	(۴) ۴۶
۱۸	اگر $x + y = 7$ و $x^2 y^2 = 3$ باشد حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟	(۱) ۴۳	(۲) $49 - \sqrt{3}$
		(۳) $49 + \sqrt{3}$	(۴) $49 - 2\sqrt{3}$

۱۹	اگر $x - 2y = 1$ باشد، حاصل عبارت $x^2 + 4y^2 - 2x + 4y + 4xy$ کدام است؟ (کنکور سراسری)	۱ (۱)	۲ (۲) صفر	۳ (۳) -۴	۴ (۴) -۱
۲۰	اگر $c - d = -7$ و $d^2 - c^2 = 77$ مقدار $(c + d)^2$ کدام است؟ (کنکور سراسری)	۶۴ (۱)	۸۱ (۲)	۱۲۱ (۳)	۱۴۴ (۴)
۲۱	کمترین مقدار عبارت $k^2 + 10k + 32$ کدام است؟ (تیزهوشان ۸۹)	۷ (۱)	۱۰ (۲)	۳۲ (۳)	۲۲ (۴)
۲۲	حاصل عبارت $(x + a)(x + b) - (x - a)(x - b)$ برابر است با: (کنکور سراسری)	$(a + b)x$ (۱)	صفر (۲)	$a + b$ (۳)	$2(a + b)x$ (۴)
۲۳	به عبارت $\frac{a^2}{4} + 4b^2$ کدام یک از مقادیر زیر اضافه شود، تا مربع کامل گردد؟ (کنکور سراسری)	ab (۱)	$4ab$ (۲)	$-4ab$ (۳)	$2ab$ (۴)
۲۴	حاصل عبارت $(49/99)^2 - (50/01)^2$ برابر است با: (کنکور سراسری)	$0/2$ (۱)	$0/02$ (۲)	۲ (۳)	هیچ کدام (۴)
۲۵	حاصل عبارت $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ کدام است؟ (المپیاد ریاضی)	۶۲۵۰۰ (۱)	۱۰۰۰ (۲)	۵۰۰ (۳)	۲۵۰ (۴)
۲۶	حاصل عبارت $(4x^2 - 6x + 9)(2x + 3)$ به ازای $x = \sqrt[3]{-3}$ چقدر است؟ (کنکور سراسری)	$-\sqrt[3]{3}$ (۱)	-۳ (۲)	$3\sqrt[3]{-3}$ (۳)	۳ (۴)
۲۷	کدام مقدار A عبارت $9x^2y^2 + x^4 + A$ را به صورت توان دوم یک دو جمله‌ای درمی‌آورد؟ (کنکور سراسری)	$3x^3y$ (۱)	$6x^3y$ (۲)	$3x^3y^3$ (۳)	$6x^3y^2$ (۴)
۲۸	اگر $a > b > 0$ و $a^2 + b^2 = 6ab$ باشد، آن گاه $\frac{a+b}{a-b}$ برابر است با: (تیزهوشان)	$ab\sqrt{2}$ (۱)	$\sqrt{2}$ (۲)	ab (۳)	$\sqrt{2ab}$ (۴)

۲۹	اگر $5a + 4b + 6c = 80$ و $3a + 2b + 4c = 69$ آن گاه حاصل $a + b + c$ کدام است؟ (انرژی اتمی)	۵ (۱)	۵/۵ (۲)	۶ (۳)	۶/۵ (۴)
۳۰	حاصل عبارت $x^5y^4 + x^4y^5$ به ازای $x = 2 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟ (انرژی اتمی)	$2\sqrt{3}$ (۱)	$-2\sqrt{3}$ (۲)	۴ (۳)	-۴ (۴)
۳۱	اگر $xy = b$ و $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = a$ باشد، آن گاه $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + (x - y)^2$ کدام است؟	$b(ab + a - 2)$ (۱)	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲)	$a^2 + b^2$ (۳)	$a(b - a)$ (۴)
۳۲	فرض کنید a, b, m و n عددهای طبیعی هستند که در $\frac{m}{n} = \frac{a}{a-b}$ صدق می کنند. مقدار $\frac{a}{b} + \frac{m}{n}$ کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۳)	$\frac{ab}{mn}$ (۱)	$\frac{nb}{ma}$ (۲)	$\frac{mb}{na}$ (۳)	$\frac{am}{bn}$ (۴)
۳۳	فرض کنید $a = \sqrt{2005} + \sqrt{1995}$ ، کدام گزینه برابر $\sqrt{2005} - \sqrt{1995}$ است؟ (کانگورو ۲۰۰۵)	$10 - a$ (۱)	$\frac{1}{a}$ (۲)	$\frac{1}{a}$ (۳)	$\frac{a}{10}$ (۴)
۳۴	عددهای مثبت a, b, c و d در شرطهای $ab=2, bc=3, cd=4$ و $dc=5$ صدق می کنند. مقدار $\frac{e}{a}$ کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۶)	$\frac{15}{8}$ (۱)	$\frac{5}{6}$ (۲)	$\frac{3}{2}$ (۳)	$\frac{4}{5}$ (۴)
۳۵	فرض کنید هر دو ریشه‌ی $x^2 - 85x + c = 0$ عدد اول هستند. حاصل جمع رقم‌های c چقدر است؟ (کانگورو ۲۰۱۵)	۱۲ (۱)	۱۳ (۲)	۱۴ (۳)	۱۵ (۴)
۳۶	اگر $x^2y^3 - x^3y^2 = 100$ و $xy = 5$ باشد مقدار $(4y - 4x)^2$ کدام است؟ (المپیاد ۹۱)	۲۵۶ (۱)	۴۰۰ (۲)	۶۴ (۳)	۱۲۸ (۴)

۳۷	جواب معادله $\left(\frac{2}{3}x - \frac{4x-1}{2}\right)^{-1} = \frac{3x}{4x^2 - 8x + 4}$ کدام گزینه است؟ (تیزهوشان)
(۱) $\frac{8}{13}$	(۲) $-\frac{8}{13}$
(۳) $-\frac{13}{8}$	(۴) $\frac{13}{8}$
۳۸	در معادله $\frac{3(6x+7)}{9x+2} = \frac{35+4x}{2x+9}$ مقدار x برابر است با: (تیزهوشان)
(۱) -1	(۲) 11^{-4}
(۳) -4^{11}	(۴) 1
۳۹	حاصل عبارت $x^7 + x^5 - 12x^3$ به ازای $x = \sqrt{3}$ کدام است؟ (کنکور آزاد تجربی)
(۱) $36\sqrt{3}$	(۲) $12\sqrt{3}$
(۳) $3\sqrt{3}$	(۴) صفر
۴۰	اگر $a + 2b = 5$ و $c = 3$ باشد مقدار $a + 2(b + c)$ چه قدر است؟ (تیمز)
(۱) 6	(۲) 8
(۳) 11	(۴) 12
۴۱	اعداد طبیعی x_1, x_2 و x_3 (از کوچک به بزرگ) متوالی بوده، حاصل $x_3x_2 - x_2x_1$ برابر است با: (کنکور سراسری)
(۱) $2x_1$	(۲) x_1x_3
(۳) $2x_2$	(۴) $x_1 + x_2$
۴۲	اگر $a - \frac{1}{a} = \sqrt{21}$ باشد مقدار عبارت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ کدام است؟
(۱) 19	(۲) -19
(۳) 23	(۴) -23
۴۳	اگر y وارون x باشد حاصل $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right)$ کدام است؟ ($x, y \neq 0$)
(۱) $2x^2$	(۲) $x^2 - y^2$
(۳) $2y^2$	(۴) $x^2 + y^2$
۴۴	اگر $x + y = 20$ و $x^2 + y^2 = 13 + xy$ باشد، $x^3 + y^3$ کدام است؟
(۱) $260 - 20xy$	(۲) 260
(۳) 13	(۴) 20
۴۵	ساده شده عبارت $(12yx + 9x^2 + 16y^2)(3x - 4y) + 64y^3 + 8x^3$ کدام گزینه است؟
(۱) $35x^3$	(۲) x^3
(۳) $128y^3 + x^3$	(۴) $48y^3 - x^3$

۴۶	در ساده شده‌ی عبارت $(3x - 2y)^3$ مجموع ضرایب عددی چند جمله‌ای برابر با کدام گزینه است؟	۱ (۱)	۲ (۲) -۱	۳ (۳) صفر	۴ (۴) ۹
۴۷	حاصل ضرب دو عدد حقیقی ۱ و مجموع آن‌ها ۳ است. مجموع توان‌های سوم آن چه قدر است؟ (المپیاد ریاضی)	۱ (۱)	۲ (۲) ۱۸	۳ (۳) ۲۴	۴ (۴) ۲۷
۴۸	اگر $ab = 45$ و $a - b = 10$ باشد، آن‌گاه $a^3 - b^3$ کدام گزینه است؟	۱ (۱) ۳۵۰	۲ (۲) -۳۵۰	۳ (۳) ۲۳۵۰	۴ (۴) -۲۳۵۰
۴۹	حاصل عبارت 1001×999 برابر است با: (کنکور آزاد- تجربی)	۱ (۱) $10^6 + 1$	۲ (۲) 9×10^6	۳ (۳) $10^6 - 1$	۴ (۴) $10^9 - 1$
۵۰	مقدار عددی عبارت $(2^{64} + 1) \dots (2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)$ برابر است با: (کنکور آزاد- تجربی)	۱ (۱) $2^{256} + 1$	۲ (۲) $2^{128} + 1$	۳ (۳) $2^{128} - 1$	۴ (۴) $2^{256} - 1$
۵۱	اگر $x - y = 7$ باشد حاصل عبارت $7x^2 + 3y^2 - xy - 4x^2 - 5xy$ چقدر است؟ (تیزهوشان)	۱ (۱) ۱۴۷	۲ (۲) ۱۲۰	۳ (۳) ۲۱	۴ (۴) -۱۲۰
۵۲	در تجزیه‌ی عبارت $x^{16} - y^8$ کدام عامل وجود ندارد؟ (کنکور آزمایشی- انسانی)	۱ (۱) $x^2 + y$	۲ (۲) $x^4 + y$	۳ (۳) $x^8 + y^4$	۴ (۴) $x^2 - y$
۵۳	عبارت $6x^2 - 6x - 36$ بر کدام عبارت زیر بخش پذیر است؟ (کنکور انسانی)	۱ (۱) $x - 2$	۲ (۲) $x - 6$	۳ (۳) $x - 3$	۴ (۴) $x - 4$
۵۴	در تجزیه‌ی عبارت $8x^2 + 10x - 3$ کدام عامل وجود دارد؟ (کنکور آزمایشی- انسانی)	۱ (۱) $4x + 3$	۲ (۲) $2x - 1$	۳ (۳) $8x - 1$	۴ (۴) $2x + 3$
۵۵	اگر $a + b = 1$ و $a^2 + b^2 = 5$ باشد، $a^3 + b^3$ کدام است؟ (کنکور آزاد- انسانی)	۱ (۱) ۱	۲ (۲) ۴	۳ (۳) ۷	۴ (۴) ۸

۵۶	اگر $x + \frac{1}{x} = -2a$ باشد، مقدار عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2a^2$ کدام است؟ (تیزهوشان)	(۱) $2a^2$	(۲) $-2a^2$	(۳) $2a^2 + 2$	(۴) $2a^2 - 2$
۵۷	اگر $x + y + z = 1$ و $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ باشد، آن گاه $x^2 + y^2 + z^2$ برابر است با: (مسابقات جهانی)	(۱) ۰	(۲) ۱	(۳) ۲	(۴) ۳
۵۸	حاصل عبارت $(a+b+c)^2 - (a+b+c) + (a+b)^2 + (b+c)^2 + (a+c)^2$ برابر است با: (کنکور آزاد انسانی)	(۱) $a^2 + b^2 + c^2$	(۲) $ab + bc + ac$	(۳) $(a+b+c)^2$	(۴) $2(ab+bc+ac)$
۵۹	حاصل عبارت $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ برابر است با: (کنکور آزاد ریاضی)	(۱) $x^2 + y^2$	(۲) $x^4 - x^2y^2 + y^4$	(۳) $(x^2 - y^2)^2$	(۴) $x^4 + x^2y^2 + y^4$
۶۰	حاصل عبارت $(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^{101} (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^{102}$ برابر است با: (کنکور)	(۱) $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$	(۲) $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$	(۳) $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$	(۴) $-\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$
۶۱	عبارت جبری $(x^3 + bx^2) + (4xy + 4by)$ به صورت ضرب دو عبارت جبری کدام است؟ (تیزهوشان ۹۲)	(۱) $x + b(x^2 - 4y)$	(۲) $(x+b)x^2 + 4y$	(۳) $x(bx^2 + 4y)$	(۴) $(x+b)(x^2 + 4y)$
۶۲	تجزیه‌ی عبارت $x^3 - 3x + 6x^2 - 18$ شامل کدام یک از گزینه‌های زیر است؟	(۱) x^2	(۲) $x - 3$	(۳) $x + 6$	(۴) $x^2 + 6$
۶۳	اگر عبارت $x^4 + 4$ را تجزیه کنیم، کدام عبارت زیر حاصل می‌شود؟	(۱) $x^2 + x$	(۲) $x^2 - 2x$	(۳) $x^2 - 2 + 2x$	(۴) $x^2 + 2 - 2x$
۶۴	اگر $(a-b)^2 = 12$ و $ab = -2$ باشد، آن گاه حاصل $\sqrt{a^2 + b^2} + 1$ برابر است با: (تیزهوشان)	(۱) ۵	(۲) $\sqrt{5}$	(۳) ۹	(۴) ۳

۶۵	حاصل $(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+2\sqrt{n})+(\sqrt{n+1}+n)(\sqrt{n+1}-2\sqrt{n})$ کدام است؟	۲ (۱)	۲ (۲)	$2\sqrt{n(n+1)}$ (۳)	$2-2n$ (۴)
۶۶	حاصل عبارت $(x+1)(x^2-x+1)-(x-1)(x^2+x+1)$ کدام است؟ (کنکور سراسری)	صفر (۱)	۲ (۲)	-۲ (۳)	$2x^3$ (۴)
۶۷	حاصل عبارت $77777^2 - 22223^2$ چند صفر در سمت راستش دارد؟ (مسابقات ریاضی)	۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)
۶۸	حاصل عبارت $(5-2\sqrt{6})^{201} (3\sqrt{12}+2\sqrt{18})^{400}$ چقدر است؟	$4^{600} (5+2\sqrt{6})$ (۱)	$4^{600} (5-2\sqrt{6})$ (۲)	$6^{400} (5+2\sqrt{6})$ (۳)	$6^{400} (5-2\sqrt{6})$ (۴)
۶۹	اگر $x + \frac{1}{x} = -2$ باشد حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟	۲ (۱)	-۲ (۲)	۴ (۳)	-۴ (۴)
۷۰	به عدد مثبتی مانند t که در شرط $t^2 = t - 1$ صدق کند «عدد طلایی» می‌گوییم. مقدار t^5 کدام است؟ (مسابقات جهانی)	$3t + 1$ (۱)	$4t + 2$ (۲)	$5t + 3$ (۳)	$6t + 4$ (۴)
«نامعادله و دستگاه نامعادلات»					
۷۱	اگر $a > b > 0$ آن‌گاه کدام نامساوی درست است؟ (کنکور سراسری)	$\frac{-1}{a} > \frac{-1}{b}$ (۱)	$-a > -b$ (۲)	$b - a > 0$ (۳)	$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (۴)
۷۲	جواب نامعادله‌ی $\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3}$ کدام است؟ (کنکور انسانی)	$x < \frac{2}{3}$ (۱)	$x > \frac{2}{4}$ (۲)	$x > \frac{7}{6}$ (۳)	$x < \frac{5}{4}$ (۴)

۷۳	جواب دستگاه نامعادلات زیر کدام است؟ (کنکور آزاد)
	$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x-1}{6} \\ \frac{x+1}{2} < \frac{x+2}{3} \end{cases}$
	$1 < x < \frac{2}{3}$ (۴) $-1 < x < \frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3} < x < 1$ (۲) $-\frac{2}{3} < x < -1$ (۱)
۷۴	حداکثر چند عدد اول در مجموعه جواب نامعادله‌ی $3 - \frac{x}{4} \geq 1$ قرار دارند؟ (کنکور آزاد)
	۲ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) بی‌شمار (۴)
۷۵	نرخ جدید کالایی عدد طبیعی P و روابط دوبار خرید از آن به صورت‌های $2P + 1 > 55$ و $85 < 3P - 2$ می‌باشد، P کدام است؟ (کنکور آزاد)
	۳۰ (۱) ۲۹ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴)
۷۶	جواب نامعادله‌ی $x - 1 \leq 2x - 2 < 3x - 3$ کدام است؟ (کنکور سراسری)
	$x > 1$ (۱) $x \leq 1$ (۲) $x < 1$ (۳) $x \geq 1$ (۴)
۷۷	اگر $c < 0$ و $a < b$ آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟ (کنکور سراسری)
	$ac > bc$ (۱) $ac^2 > bc^2$ (۲) $a^2c > b^2c$ (۳) $a + c > b + c$ (۴)
۷۸	مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \\ x(x-4) \leq x^2-16 \end{cases}$ کدام است؟ (کنکور سراسری)
	$\{4\}$ (۱) \emptyset (۲) $\{x x > 3\}$ (۳) $\{x x \leq 4\}$ (۴)
۷۹	اگر $\frac{1}{K} > pq$ ، کدام گزینه همواره درست است؟ (انرژی اتمی)
	$1 > Kpq$ (۱) $\frac{1}{K^2} > p^2q^2$ (۲) $K < \frac{1}{pq}$ (۳) $K > pK^2q$ (۴)
۸۰	اگر $\frac{x+1}{2} < \frac{5x+3}{4} \leq x + \frac{5}{2}$ باشد، آن‌گاه حدود x کدام است؟
	$-\frac{1}{2} \leq x \leq 5$ (۱) $-\frac{1}{2} \leq x < 7$ (۲) $-\frac{1}{2} < x \leq 7$ (۳) $-\frac{1}{2} \leq x < 5$ (۴)

۸۱	<p>مجموع ثلث و ربع عددی از مجموع نصف و خمس آن عدد کوچکتر است. آن عدد کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟</p> <p>(۱) $\frac{-1}{24}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) صفر (۴) $-\frac{1}{25}$</p>
۸۲	<p>مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{1-3x}{5} + (x-1)^2 > \frac{x}{2} + (x+1)^2$ کدام است؟</p> <p>(۱) $x < \frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{51} < x$ (۳) $x < \frac{51}{2}$ (۴) $\frac{51}{2} < x$</p>

کاملا