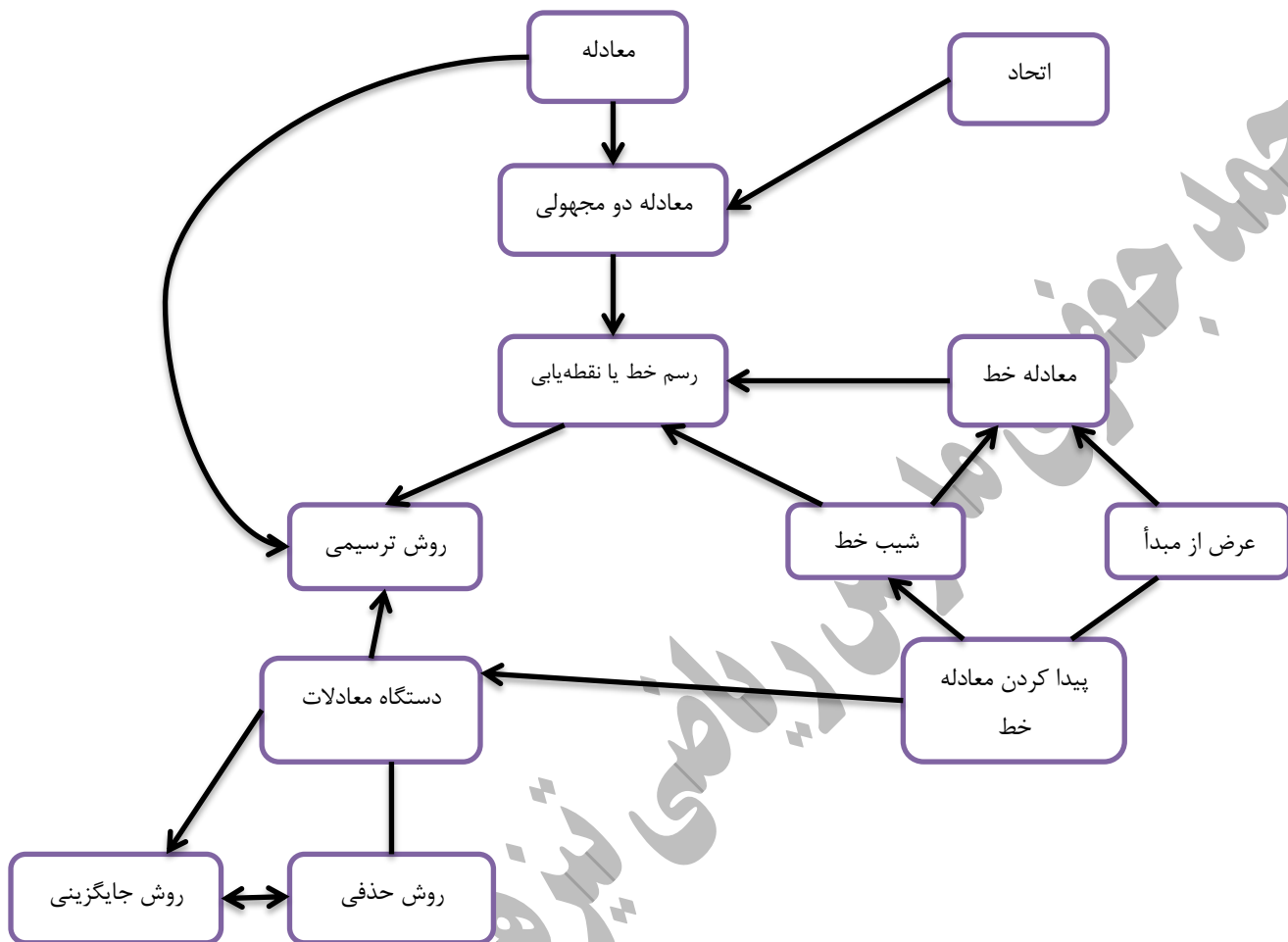


نقشه مفهومی:



معادله خط: رابطه‌ی بین طول و عرض نقاط تشکیل دهنده‌ی یک خط را معادله‌ی آن خط می‌گویند.

$$y = ax + b$$

فرم کلی و استاندارد خط به صورت $y = ax + b$ است:

نکته: در حالت‌هایی که نمودار رابطه بین دو مقدار به صورت خط راستی باشد، گوییم آن دو مقدار با هم رابطه‌ی خطی دارند و ویژگی مشترک رابطه‌ی خطی آن است که نسبت افزایش یا کاهش یک متغیر به افزایش و کاهش متغیر دیگری مقداری ثابت است.

مثال: سارا و اکرم دو خواهر هستند وقتی اکرم به دنیا آمد سارا ۴ ساله بود، وقتی سارا ۷ ساله شود اکرم چند سال خواهد داشت؟

پاسخ: اگر سن سارا را y و سن اکرم را x در نظر بگیریم داشت $y = x + 4$

سارا (y)	۴	۷	۱۰
اکرم (x)	۰	۸

سؤال: آیا رابطه‌ی بین طول ضلع مربع و مساحت مربع یک رابطه‌ی خطی است؟

ضلع	۱	۲	۳	۴
مساحت	۱	۴	۹	۱۶

خیر زیرا اگر ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر بگیریم خواهیم داشت: $y = x^2$

رسم خط: برای رسم نمودار یک معادله‌ی خط کافی است دو نقطه از آن خط را بیابیم.

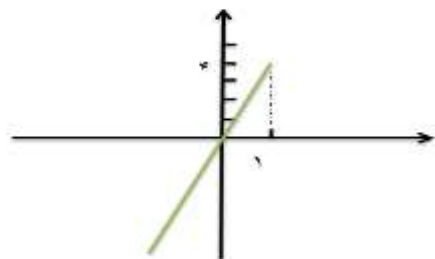
از آنجا که از هر دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد، با رسم خط گذرنده از آن دو نقطه نمودار مورد نظر بدست می‌آید.

مثال: خط $y = 4x$ را رسم کنید.

x	۰	۱
y	۰	۴
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$x = 0 \rightarrow y = 4 \times 0 = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x = 1 \rightarrow y = 4 \times 1 = 4 \rightarrow y = 4$$



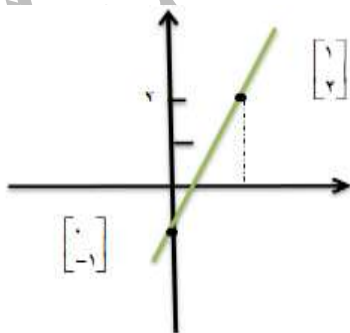
نکته: معادله‌ی خط به فرم $y = ax$ مبدأ گذر نام دارد.

مثال: خط به معادله $y = 3x - 1$ را رسم کنید؟

x	۰	۱
y	-۱	۲
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$x = 0 \rightarrow y = 3 \times 0 - 1 = -1$$

$$x = 1 \rightarrow y = 3 \times 1 - 1 = 2$$



نکته: در معادله $y=ax+b$ اگر a عددی کسری باشد. بهتر است پس از اینکه به x صفر دادیم در نقطه‌ی دوم بجای x از مخرج کسر استفاده کنیم تا مقدار y عددی صحیح بدست آید و کار راحت‌تر شود. مانند: $y = \frac{2}{5}x - 1$ (بجای x از 5 استفاده کنید).

نکته: شرط اینکه نقطه‌ای روی خط قرار گیرد آن است که مختصات نقطه در معادله صدق کند یعنی با قرار دادن طول و عرض نقطه بجای x و y در معادله، تساوی برقرار شود.

$$y = 3x - 5$$

$$-8 = 3 \times (-1) - 5 \rightarrow -8 = -8 \checkmark$$

مثال: آیا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x - 5$ قرار دارد؟

نکته: در رسم معادلاتی که به فرم $ax+by=c$ هستند، یک بار $x=0$ و بار دیگر $y=0$ قرار می‌دهیم.

مثال: خط به معادله‌ی $-2x + 3y = 6$ را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow -2 \times 0 + 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = 0 \Rightarrow -2x + 3 \times 0 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-2} = -3$$

x	0	-3
y	2	0
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

کار در منزل

۱- معادله دو مجهولی $2x + y = 6$ چند پاسخ دارد؟ چرا؟ ۳ پاسخ برای آن بنویسید؟

۲- خط به معادله‌ی $y = 2x - 3$ را رسم کنید.

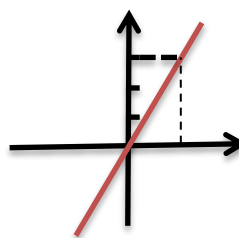
۳- معادله‌ی خطی بنویسید که از مبدأ مختصات و نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۴- آیا نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ روی خط به معادله‌ی $y = 2x + 1$ قرار دارد؟ چرا؟

۵- روی خط $2x - 3y = 1$ نقطه‌ای را تعیین کنید که عرض آن -1 باشد؟

۶- مختصات محل برخورد نمودار خط $y = 2x - 4$ را با محورهای مختصات بیابید؟

۷- معادله‌ی خط زیر را بدست آورید؟

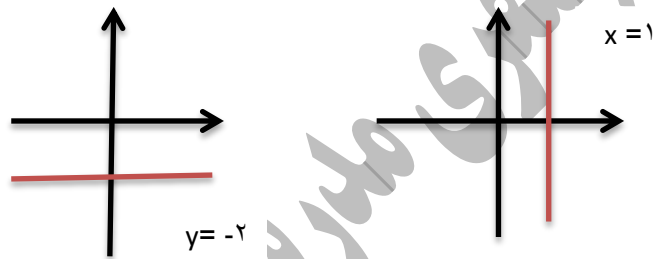


خط‌های موازی با محورهای مختصات:

الف) خط موازی با محور X ها: حالت کلی خطوط معادله $y=m$ موازی محور X ها (طول ها) است که در آن m عضو اعداد حقیقی است.

ب) خط موازی با محور Y ها: معادله این خطوط به فرم $x=n$ می‌باشد که در آن n عضو اعداد حقیقی است.

مثال: خطوط $x=1$ ، $y=-2$ را رسم کنید؟



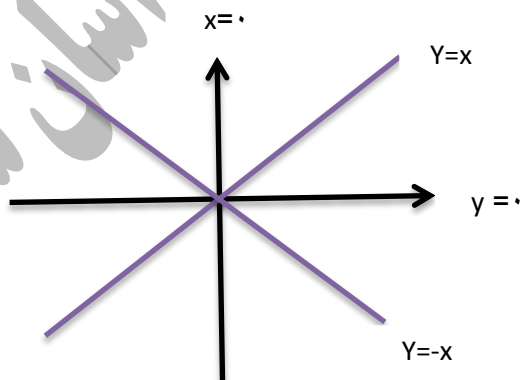
نکته:

۱) معادله $y=0$ محور طول ها (X ها):

۲) معادله $x=0$ محور عرض‌ها (Y ها):

۳) معادله $y=x$ نیم‌ساز ناحیه اول و سوم:

۴) معادله $y=-x$ نیم‌ساز ناحیه دوم و چهارم:



شیب و عرض از مبدأ خط:

در معادله به فرم $y=ax+b$ ، ضریب x یعنی a را شیب خط و b را عرض از مبدأ خط گویند.

مثال: شیب و عرض از مبدأ هر یک از خطهای زیر را مشخص کنید؟

الف) $y = 4x \Rightarrow$ شیب $= 4$ و عرض از مبدأ $= 0$

ب) $y = x - 5 \Rightarrow$ شیب $= 1$ و عرض از مبدأ $= -5$

ج) $12x + 4y = 16 \Rightarrow 4y = -12x + 16 \Rightarrow y = \frac{-12}{4}x + \frac{16}{4} \Rightarrow y = -3x + 4$ عرض از مبدأ $= 4$ و شیب $= -3$

نکته: شرط اینکه چند خط با هم موازی باشند این است که شیب برابر داشته باشند.

نکته: شرط اینکه دو خط بر هم عمود باشند این است که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یعنی $a = -\frac{1}{a'}$ یا به عبارت دیگر:

$$a \times a' = -1$$

شیب خط گذرنده از دو نقطه: شیب خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} X_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} X_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ می گذرد عبارت است از:

$$a(\text{شیب}) = \frac{y_2 - y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\text{تفاضل عرضها}}{\text{تفاضل طولها}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

نکته: خط موازی با محور X ها ($y=k$) دارای شیب صفر هستند.

نکته: خط موازی با محور y ها ($x=k$) شیب برایشان تعریف نشده است. ($\Delta x = 0$)

طول از مبدأ: طول نقطه‌ای که در آن نقطه خط محور طولها را قطع کند طول از مبدأ گویند.

مثال: خطوط زیر نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

الف) $y = 9x + 10$ ، $y = 9x$

با هم موازیند چون $a = a'$

ب) $y = 2x + 1$ ، $y = -\frac{1}{2}x$

به هم عمودند چون $2 \times -\frac{1}{2} = -1$ ، $a = -\frac{1}{a'} \Rightarrow 2 = -\frac{1}{-\frac{1}{2}}$

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$ می گذرد.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}, \Delta x = 6 - 2 = 4$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = 4x + b$$

$$\Delta y = 12 - (-4) = 16$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}, 12 = 4 \times 6 + b \Rightarrow b = 12 - 24 = -12 \rightarrow y = 4x - 12$$

$$y = 0 \Rightarrow 4x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

مثال: طول از مبدأ خط $y = 4x - 7$ را بیابید؟

کار در منزل:

۱- شیب و عرض از مبدأ خط $3y - 2x = 6$ را بیابید؟

۲- معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱ باشد؟

۳- مقدار m را طوری تعیین کنید که خط $3y - x = m$ از نقطه ی $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۴- معادله ی خطی را بنویسید که شیب آن ۲- باشد و از نقطه ی $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۵- معادله ی خطی را بنویسید که از نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد.

۶- معادله ی خطی را بنویسید که از دو نقطه ی $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

نکته: دو خط یا با یکدیگر موازی اند یا اینکه یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند. اگر دو خط موازی باشند و عرض از مبدأ آن ها یکی باشد. می گوئیم این دو خط بر هم منطبق هستند و اگر دو خط بر هم منطبق باشند در بی شمار نقطه اشتراک دارند، دو خط موازی و غیر منطبق در هیچ نقطه ای اشتراک ندارند و دو خط متقاطع تنها در یک نقطه اشتراک دارند.

دستگاه معادلات خطی:

مسئله: در یک مزرعه روی هم ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. مجموع پاهای همه ی آن ها ۵۶ عدد است در این مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد؟

پاسخ: این مسئله با راهبردهایی مانند شکل، حدس و آزمایش و تشکیل معادله یک مجهولی و دو مجهولی قابل حل است. به عنوان نمونه از طریق تشکیل معادله دو مجهولی آن را حل می کنیم.

تعداد مرغ ها X و تعداد گاوها را Y می گیریم پس $X + Y = 20$ هر مرغ ۲ پا و هر گاو ۴ پا دارد پس $2X + 4Y = 56$ این دو معادله را در کنار هم قرار داده و یک دستگاه تشکیل می دهیم.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

هر گاه به دنبال جواب مشترکی برای دو یا چند معادله باشیم، می‌گوییم می‌خواهیم دستگاه متشکل از آن معادلات را حل کنیم. چند تا از روش‌های حل دستگاه معادلات خطی را هم توضیح خواهیم داد.

(الف) حل دستگاه از روش حذفی: یکی از مجهولات را در عددی ضرب کرده بطوریکه ضرایب یکی از مجهولات قرینه شوند. سپس با جمع نمودن دو معادله، یکی از مجهولات بدست آید.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases} \times -2 \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -40 \\ 2x + 4y = 56 \end{cases}$$

$$2y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{2} = 8$$

$$x + y = 20 \Rightarrow x + 8 = 20 \Rightarrow x = 20 - 8 = 12 \Rightarrow x = 12$$

(ب) روش جایگزینی (تبدیلی): در این روش در یکی از معادلات یک مجهول را بر حسب دیگری حساب کرده و در معادله‌ی دیگر جایگزین می‌کنیم تا یک معادله‌ی یک مجهولی ساخته شود. مسئله قبل را به این روش هم حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} x + y = 20 \rightarrow x = 20 - y \\ 2x + 4y = 56 \rightarrow 2(20 - y) + 4y = 56 \rightarrow 40 - 2y + 4y = 56 \rightarrow 2y = 56 - 40 \rightarrow \end{cases}$$

$$y = \frac{16}{2} = 8$$

$$x + y = 20 \rightarrow x = 12$$

(ج) روش قیاسی: از هر معادله یکی از مجهولات را بر حسب دیگری حساب کرده و مساوی هم قرار می‌دهیم تا یک معادله یک مجهولی بدست آید. مثال قبل:

$$\begin{cases} x + y = 20 \rightarrow x = 20 - y \quad (1) \\ 2x + 4y = 56 \rightarrow 2x = 56 - 4y \rightarrow x = 28 - 2y \quad (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow 20 - y = 28 - 2y \Rightarrow y = 8$$

$$x + y = 20 \rightarrow x = 12$$

(د) روش ترسیمی: هر دو معادله را در یک دستگاه مختصات رسم کرده، محل تقاطع دو خط جواب معادله است.

مثال: محل برخورد دو خط $x + y = 3$ ، $-2x + y = -3$ را از روش رسم خطوط پیدا کنید؟

$$\text{نکته: در دستگاه } \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ داریم:}$$

(الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد آنگاه دستگاه دارای یک جواب است.

(ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه جواب ندارد. یعنی دو خط با هم موازی هستند و نقطه‌ی برخوردی ندارند.

مثال: دستگاه $\begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ 4x + 8y = 10 \end{cases}$ جواب ندارد زیرا: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} \neq \frac{6}{10}$

کار در منزل:

آیا نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ جواب دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$ می باشد یا خیر؟

با رسم خطها معین کنید جواب دستگاه $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}$ در کدام ناحیه از دستگاه مختصات قرار می گیرد؟

دستگاه $\begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$ را به روش حذفی حل کنید؟

دستگاه $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ را به روش جایگزینی حل کنید؟

مجموع سن علی و پدرس ۵۰ سال و اختلاف سن آنها ۲۶ سال است سن هر یک را بیابید؟

نکات و سوالات تکمیلی

سؤال ۱- معادله ی خطی در دستگاه xOy به صورت $2y = 3x + 11$ است. اگر محورهای مختصات را به موازات خود به نقطه ی $(-۱, ۴)$ انتقال بدهیم. معادله این خط در دستگاه جدید کدام است؟

الف) $2y - 3x = 0$ ب) $3y - 2x = 0$ ج) $2y - 3x = 3$ د) $2y + 3x = 5$

نکته ۱: اگر محورهای دستگاه مختصات را از مبدأ به نقطه ی (a, b) منتقل کنیم. مختصات نقطه $m(x, y)$ در دستگاه قبلی، در دستگاه جدید

به این صورت خواهد بود: $M \begin{cases} X = x - a \\ Y = y - b \end{cases}$

نکته ۲: مختصات M وسط پاره خط AB به مختصات $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ برابر است با: $M = \begin{bmatrix} \frac{a+c}{2} \\ \frac{b+d}{2} \end{bmatrix}$

سؤال ۲- سه نقطه $A(۱-۱)$ و $B(۱۵)$ و $C(۵-۳)$ روی محیط دایره ای واقع اند. مختصات مرکز دایره برابر است با:

الف) $(-۱, ۲)$ ب) $(۲, -۱)$ ج) $(\frac{-1}{2}, 2)$ د) $(۱, -۲)$

راهنمایی: مرکز دایره محیطی در مثلث قائم الزاویه وسط وتر است.

نکته ۳: فاصله نقطه‌ی A و B عبارت است از: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

سؤال ۳- نقطه‌ی A به طول $\sqrt{7}$ روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم و نقطه B به عرض ۵- روی نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم می‌باشد فاصله‌ی A تا B برابر است با:

- الف) ۸ (ب) $5\sqrt{7}$ (ج) $2\sqrt{6}$ (د) ۱۰

نکته ۴: معادله خطوطی که از مبدأ مختصات می‌گذرند به صورت کلی $y=ax$ نمایش داده می‌شود $a = \frac{\text{عرض نقطه}}{\text{طول نقطه}}$

سؤال ۴: مقدار m چقدر باشد تا خط $3y - 5x + 3m - 2 = -6$ از مبدأ مختصات بگذرد؟

- الف) $\frac{4}{3}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $-\frac{4}{3}$ (د) $-\frac{2}{3}$

سؤال ۵- معادله‌ی خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$ گذشته و عرض از مبدأ آن با عرض از مبدأ خط $2x - y = 1$ برابر باشد چیست؟

- الف) $x = 2y - 1$ (ب) $y = 2x + 1$ (ج) $2x - y = 1$ (د) $y = -1$

سؤال ۶- مقادیر m و n چقدر باشند تا دو خط $d': 2x - (n+1)y = 2$ ، $d: (m-2)x - 3y = 1$ به هم منطبق شوند؟

- الف) $m=n=-2$ (ب) $m=3$ و $n=5$ (ج) $m=1$ و $n=-1$ (د) $m=2$ و $n=-1$

نکته ۵: خطوطی که شیب شان مساوی و عرض مبدأ مختلف دارند با هم موازیند، چنانچه عرض از مبدأ آن‌ها نیز با هم برابر باشند با هم منطبق‌اند.

سؤال ۷- دو خط $\frac{y}{2} - \frac{x}{3} = 1$ ، $3y - 2x = 5$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- الف) موازیند (ب) منطبق‌اند (ج) تعامدند (د) نمی‌توان مشخص کرد

نکته ۶: در معادله به فرم $ay + bx + c = 0$ شیب خط برابر است با: (وقتی x, y در یک طرف تساوی باشند)

$$m = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y}$$

سؤال ۸- مقدار m چقدر باشد تا دو خط $(2m-1)x + y = 6$ ، $3x + 4y = 6$ روی محور طول یکدیگر را قطع کنند؟

- الف) $m = -2$ (ب) $m = 4$ (ج) $m = 2$ (د) $m = -4$

سؤال ۹- خط D به معادله $(2m-5)x - 2y = x - my + 1$ موازی محور طول‌هاست. مقدار m چقدر است؟

$$m = 1 \text{ (الف)} \quad m = 2 \text{ (ب)} \quad m = 3 \text{ (ج)} \quad m = -3 \text{ (د)}$$

نکته ۷: معادله عمومی خطوطی که موازی محور عرض می‌باشند عبارت است از $x=k$ که شیب آن تعریف نشده است.

نکته ۸: معادله عمومی خطوطی که موازی محور طول‌ها می‌باشند عبارت است از $y=k$ که شیب آن صفر است.

سؤال ۱۰- اگر خط $(m-2)x - (m-1)y - 1 = 0$ موازی محور عرض باشد مقدار m چقدر است؟

$$m = 2 \text{ (الف)} \quad m = -1 \text{ (ب)} \quad m = 1 \text{ (ج)} \quad m = \frac{1}{2} \text{ (د)}$$

سؤال ۱۱- اگر $A = (m, -n)$, $B = (m, n)$ دو سر یک پاره‌خط باشند معادله عمود منصف AB کدام است؟

$$m = x \text{ (الف)} \quad x = 0 \text{ (ب)} \quad y = -x \text{ (ج)} \quad y = 0 \text{ (د)}$$

سؤال ۱۲- معادله خطی که از $(0, -2)$ گذشته و بر خط $y = 2$ عمود باشد چیست؟

$$y = 0 \text{ (الف)} \quad x = 0 \text{ (ب)} \quad y = \frac{1}{2} \text{ (ج)} \quad x = -\frac{1}{2} \text{ (د)}$$

نکته ۹: معادله‌ی خطی که طول از مبدأ و عرض از مبدأ آن p, q باشد را به این صورت نیز می‌توان نوشت $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

اثبات کنید؟؟

سؤال ۱۳- معادله‌ی خطی که محور عرض‌ها را در نقطه‌ی ۳ و محور طول‌ها را در نقطه‌ی ۲- قطع می‌کند برابر است با:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \text{ (الف)} \quad \frac{y}{3} - \frac{x}{2} = 1 \text{ (ب)} \quad \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \text{ (ج)} \quad -\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \text{ (د)}$$

سؤال ۱۴- خط $y = 2x + a$ به ازای چه مقادیری از a موازی نیمساز ربع اول است؟

$$a = 1 \text{ (الف)} \quad a = -1 \text{ (ب)} \quad a = 2 \text{ (ج)} \quad \text{هیچ مقدار از } a \text{ (د)}$$

سؤال ۱۵- نقطه‌ی برخورد دو خط $y = x + 2$ و $y = mx - 2$ بر نیمساز ربع دوم واقع است. در این صورت مقدار m برابر است با:

$$2 \text{ (الف)} \quad -2 \text{ (ب)} \quad 3 \text{ (ج)} \quad -3 \text{ (د)}$$

نکته ۱۰- اگر حالت کلی معادله خط به صورت $Ax + By + C = 0$ باشد آنگاه: $-\frac{C}{A}$ = طول از مبدأ، $-\frac{C}{B}$ = عرض از مبدأ، $-\frac{A}{B}$ = شیب خواهند بود

سؤال ۱۶- شیب خطی ۳- و طول از مبدأ آن ۱- است. عرض از مبدأ آن چقدر است؟

- الف) 3 (ب) 1- (ج) $\frac{1}{3}$ (د) 3-

نکته ۱۱- اگر شیب و طول از مبدأ دو خط با هم برابر باشند آن دو خط بر هم منطبق اند.

سؤال ۱۷- شیب و طول از مبدأ دو خط برابرند آنگاه این دو خط

- الف) برهم عمودند (ب) در نقطه‌ای واقع بر محور طول‌ها یکدیگر را قطع می‌کند (ج) موازیند (د) منطبق اند.

نکته ۱۲- اگر طول از مبدأ و عرض از مبدأ دو خط با هم برابر باشند دو خط بر هم منطبق اند.

سؤال ۱۸- دو خط که طول از مبدأ و عرض از مبدأ برابر داشته باشند نسبت به هم چه وضعی دارند؟ (این دو خط از مبدأ نمی‌گذرند).

- الف) عمودند (ب) موازیند (ج) منطبق اند (د) فقط در یک نقطه متقاطع اند

نکته ۱۳- اگر خطی طول از مبدأ و عرض از مبدأ مساوی داشته باشد آنگاه خط بر نیم‌ساز ناحیه اول و سوم عمود است.

سؤال ۱۹- خطی که طول از مبدأ و عرض از مبدأ مساوی داشته باشد.

- الف) موازی محور طول‌ها است. (ب) از مبدأ مختصات می‌گذرد

- (ج) بر نیم‌ساز ناحیه‌ی سوم عمود است (د) موازی نیم‌ساز ناحیه اول است.

نکته ۱۴- اگر طول از مبدأ و عرض از مبدأ خطی قرینه باشد آنگاه خط بر نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم عمود است.

سؤال ۲۰- در خطی که طول از مبدأ و عرض از مبدأ قرینه‌ی یکدیگر باشند؟

- الف) بر محور طول عمود است (ب) با نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم موازی است.

- (ج) بر نیم‌ساز ناحیه‌ی سوم عمود است (د) شیب آن برابر یک است.

سؤال ۲۱- معادله‌ی خطی که در نقطای به طول ۳- متعلق به $2x = 3y$ بر همین خط عمود باشد کدام است؟

- الف) $y = -\frac{2}{3}x$ (ب) $3x + 2y + 13 = 0$ (ج) $2y + 3x = 6$ (د) $y = 3$

سؤال ۲۲- نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ k \end{bmatrix}$ مفروض اند به ازای چه مقداری از k خط AB بر نیمساز ناحیه دوم و چهارم عمود است؟

الف) $k = 5$ ب) $k = -1$ ج) $k = 0$ د) $k = 2$

نکته ۱۵- سه نقطه A, B, C زمانی بر یک استقامت اند (روی یک خط هستند) که: $m_{AB} = m_{BC}$

سؤال ۲۳- به ازای چه مقدار m سه نقطه $A(1, 2)$ ، $B(-2, 1)$ ، $C(m, m-3)$ بر یک استقامت اند؟

الف) $m = 7$ ب) $m = 5$ ج) $m = -5$ د) $m = -2$

نکته ۱۶- معادله ی خطی که شیب آن m و از نقطه $A(x, y)$ بگذرد به صورت: $y - y_A = m(x - x_A)$

سؤال ۲۴- معادله ی خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ بر خط $\frac{x-y}{3} = \frac{x}{2}$ عمود باشد. عبارت است از:

الف) $y = 5x + 2$ ب) $2y = x - 5$ ج) $y = 5x - 2$ د) $y - 5 = 2x$

نکته ۱۷: معادله خطی که از دو نقطه A, B می گذرد عبارت است از:

$$A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} x_B \\ y_B \end{vmatrix}, \Delta \begin{vmatrix} \Delta x = x_A - x_B = x_B - x_A \\ \Delta y = y_A - y_B = y_B - y_A \end{vmatrix}, m = \frac{\Delta y}{\Delta x}, y - y_A = m(x - x_A)$$

سؤال ۲۵- معادله خطی که از دو نقطه $A(1, -2)$ ، $B(-3, 2)$ می گذرد کدام است؟

الف) $y + 2x = 0$ ب) $y + x + 1 = 0$ ج) $y = 2x$ د) $y + x = 1$

نکته ۱۸: مساحت حاصل از برخورد خط به محورهای مختصات برابر است با:

$$\frac{\text{عرض از مبدأ} \times \text{طول از مبدأ}}{2}$$

سؤال ۲۶- مساحت سطح محصور بین خط $3x + 4y = 12$ و خطوط $x = 0$ ، $y = 0$ چند واحد مربع است؟

الف) ۱۲ ب) ۴ ج) ۸ د) ۶

نکته ۱۹: فاصله نقطه ی A از مبدأ مختصات برابر است با: $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$

سؤال ۲۷- فاصله ی نقطه ی تقاطع دو خط $y = x\sqrt{3}$ ، $x - y\sqrt{3} + 2 = 0$ از مبدأ مختصات برابر است با:

الف) ۱ ب) ۲ ج) $\sqrt{3}$ د) $\sqrt{5}$

نکته ۲۰: فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید.

$$d = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

سؤال ۲۸- فاصله‌ی نقطه‌ای واقع بر نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم از خطی به معادله $3y - 2x + 4 = 0$ برابر $3\sqrt{13}$ واحد است عرض نقطه کدام است؟

الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸

$$OH = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته ۲۱- فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه مقابل بدست می‌آید.

سؤال ۲۹- فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط $2x + y = \sqrt{5}$ برابر است با:

الف) $2\sqrt{5}$ (ب) $\sqrt{5}$ (ج) $\sqrt{16}$ (د) ۲

$$\frac{|C - C'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته ۲۲- فاصله‌ی ۲ خط موازی برابر است با:

سؤال ۳۰- فاصله دو خط d و d' را پیدا کنید. $d: 4x + 4y + 5 = 0$ ، $d': 2x + 2y + 3 = 0$

الف) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (ب) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ (ج) $\frac{2\sqrt{2}}{8}$ (د) $2\sqrt{2}$

نکته ۲۳: هر چه شیب خط بیشتر باشد زاویه‌ای که آن خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد بزرگتر است.

سؤال ۳۱- در فضای R^2 کدام یک از خطوط زیر با جهت مثبت محور Xها زاویه بزرگتر می‌سازد؟

الف) $y = x + 1$ (ب) $y = -2x$ (ج) $7x - 2y = 6$ (د) $y = 2x - 1$

نکته ۲۴- اگر شیب خط مثبت باشد زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول درست می‌کند زاویه‌ای تند و اگر شیب منفی باشد زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول درست می‌کند زاویه‌ای باز است.

سؤال ۳۲- خط $2y = 1 - 2x$ با خط $x = -35$ چه زاویه‌ای می‌سازد؟

الف) ۳۰ (ب) ۶۰ (ج) ۹۰ (د) ۴۵

سؤال ۳۳- معادله خطی که از نقطه $A(1, 1)$ بگذرد و با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه 135° بسازد کدام است؟

الف) $y = -x$ (ب) $y = -x + 2$ (ج) $y = x + 1$ (د) $y = x$

نکته ۲۵- اگر سه نقطه A, B, C تشکیل یک مثلث بدهند نقطه‌ی G محل برخورد میانه‌های آن برابر است با:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

سؤال ۳۴- اگر سه نقطه $A(1,3), B(2,7), C(6,1)$ راس‌های یک مثلث باشند. مختصات نقطه G محل برخورد میانه‌های آن برابر است با:

الف) $(1,1)$ ب) $(3,1)$ ج) $(9,1)$ د) $(3, \frac{11}{3})$

نکته ۲۶- اگر A, B, C, D چهار رأس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند بین رأس‌های این متوازی الاضلاع رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$y_A + y_C = y_B + y_D, \quad x_A + x_C = x_B + x_D$$

سؤال ۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$ مختصات سه رأس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند. مختصات رأس D برابر است با؟

الف) $\begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -12 \\ -6 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -6 \\ 12 \end{bmatrix}$

نکته ۲۷: دو خط $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ اگر تشکیل یک دستگاه بدهند حالت‌های زیر برقرار است.

الف) دستگاه جواب ندارد (دو خط با هم موازیند؛ هرگاه: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$)

ب) دستگاه بی‌شمار جواب دارد (دو خط منطبق‌اند) هرگاه: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

ج) دستگاه یک جواب دارد (دو خط متقاطع‌اند) هرگاه: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

د) دو خط بر هم عمودند؛ هرگاه: $aa' + bb' = 0$

سؤال ۳۶- به ازای چه مقادیری از m, n دستگاه $\begin{cases} mx - 2y = x - 1 \\ 2x - ny = 2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

الف) $m=n=0$ ب) $n=2$ و $m=-1$ ج) $m=0$ و $n=-2$ د) $m=0$ و $n=-4$

سؤال ۳۷- چه اعدادی باشند تا دو خط $d' = \frac{m-n}{3}x - 5y$ ، $d = (2m-1)x + 1 = ny$ در نقطه‌ی (-1) و (1) تلاقی می‌کنند.

الف) $m=n=1$ ب) $n=-2$ و $m=1$ ج) $n=2$ و $m=-1$ د) $n=2$ و $m=-\frac{1}{5}$

سؤال ۳۸- به ازای چه مقدار m دو خط $2x+5y=1$ ، $mx+8y=5$ بر هم عمودند؟

الف) ۳ ب) ۲ ج) ۱ د) ۰

نکته ۲۸- دو نقطه نسبت به یک خط متقارن‌اند هر گاه خطی که از دو نقطه می‌گذرد بر خط مذکور عمود باشد.

سؤال ۳۹- دو نقطه‌ی $A(2, -1)$ و $B(-2, 1)$ نسبت به کدام یک از خطوط زیر قرینه یکدیگرند؟

الف) $x = -y$ ب) $x = -2y$ ج) $y = 2x$ د) $y = -2x$

نکته ۲۹: قرینه یک نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$:

الف) نسبت به مبدأ مختصات $A' = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$

ب) نسبت به محور طول‌ها: $A' = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$

ج) نسبت به محور عرض‌ها $A' = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$

د) نسبت به خط $x=m$: $A' = \begin{bmatrix} 2m-x \\ y \end{bmatrix}$

ه) نسبت به خط $y=n$: $A' = \begin{bmatrix} x \\ 2n-y \end{bmatrix}$

و) نسبت به نقطه $m = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$: $A' = \begin{bmatrix} 2a-x \\ 2b-y \end{bmatrix}$

ز) نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم $A' = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$

س) نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم: $A' = \begin{bmatrix} -y \\ -x \end{bmatrix}$

سؤال ۴۰- نقطه های $A(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ ، $B(\sqrt{3}, -\sqrt{2})$ نسبت به کدام یک از خط های قرینه یکدیگرند؟

الف) نیمساز ناحیه دوم (ب) نیمساز ناحیه اول (ج) محور X ها (د) محور Y ها

سؤال ۴۱- مختصات قرینه نقطه $A(4, 1)$ نسبت به خط $x-1=0$ عبارت است از:

الف) $(2, -2)$ (ب) $(1, -2)$ (ج) $(1, -3)$ (د) $(-1, -2)$

سؤال ۴۲- نقطه $(2, -1)$ با کدام یک از نقاط زیر نسبت به نقطه $(-1, 1)$ متقارن است؟

الف) $(-4, -3)$ (ب) $(1, -3)$ (ج) $(-4, 3)$ (د) $(-1, -2)$

نکته ۳۰- اگر نقاط A, B, C سه رأس یک مثلث باشند. مساحت مثلث ABC از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\frac{1}{2} |(x_A - x_B)(y_A - y_C) - (x_A - x_C)(y_A - y_B)|$$

$$\text{و نیز: } \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

سؤال ۴۳- مساحت مثلثی به رئوس $A(3, -3)$ و $B(-3, 3)$ و $C(6, 6)$ برابر است با؟

الف) ۱۸ (ب) ۳۶ (ج) ۹ (د) ۷۲

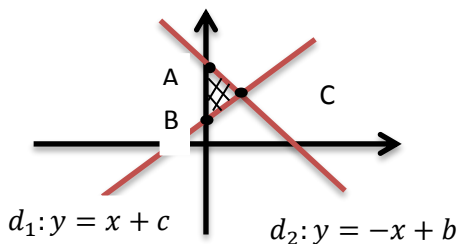
نکته ۳۱- اگر نقطه ای همواره در ناحیه اول باشد طول و عرض آن مثبت خواهد بود. اگر در ناحیه دوم باشد طول منفی و عرض مثبت. اگر در ناحیه سوم
در ناحیه ی سوم

سؤال ۴۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-1 \\ 1-x \end{bmatrix}$ همواره در ناحیه ی اول باشد. X در چه محدوده ای باید باشد؟

سؤال ۴۵- به ازای کدام مقدار a دو خط $(2-a)x + 5ay = 2$ ، $ax - 5(a+1)y = 1$ موازی هستند.

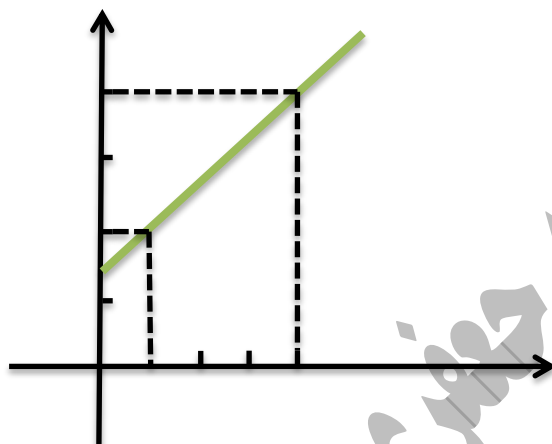
الف) ۲ (ب) $-\frac{1}{2}$ (ج) ۲ (د) نمی توان حساب کرد.

سؤال ۴۶- در شکل رو به رو مساحت قسمت هاشور خورده چند واحد مربع است؟ (قلمچی تیزهوشان ۹۶/۱۲/۴)



الف) ۱ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{3}{2}$ (د) ۲

سؤال ۴۷- معادله خط مقابل کدام است؟ (قلمچی تیزهوشان ۹۶/۱۲/۴)



$$y = \frac{2}{3}x - 2 \quad (۴) \quad y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \quad (۳) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad (۲) \quad y = \frac{3}{2}x - 2 \quad (۱)$$

سؤال ۴۸- به ازای چه مقدار m نقطه $A = \begin{bmatrix} 2m-1 \\ -m+1 \end{bmatrix}$ روی خط $y + \frac{x}{2} = -\frac{4}{3}$ قرار می گیرد.

$$(۱) \text{ به ازای } m = -\frac{4}{3} \quad (۲) \text{ به ازای } m = -\frac{8}{3} \quad (۳) \text{ به ازای هر مقدار از } m \quad (۴) \text{ به ازای هیچ مقدار از } m$$