

اسفند ۹۸

کداری از  
علی صطفیریاضی نام  
فصل پنجم

دبر ریاضی استنوی

@riazisaeedamini

مفهوم اتحاد

اگر به ازای هر مقدار از متغیرهای عبارت‌های جبری  $P$  و  $Q$  تساوی  $P=Q$  درست باشد می‌گوئیم  $P=Q$  اتحاد است به عبارت دیگر، اگر دو عبارت جبری طوری باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان، مقدار یکسانی داشته باشند، در این صورت برابری جبری حاصل از آن‌ها را اتحاد جبری می‌گویند

مثال: به مثال‌های زیر توجه کنید هر مقداری برای متغیرها قرار داده شود، هر دو طرف همواره با هم مساوی خواهند بود

$$\text{الف) } a+a=2a$$

Important note:

$$a=1 \Rightarrow 1+1=2 \times 1 \Rightarrow 2=2 \quad \checkmark$$

$$a=100 \Rightarrow 100+100=2 \times 100 \Rightarrow 200=200 \quad \checkmark$$

①

$$b) (x+3)(x-3) = x^2 - 9$$

عبارت بالا یک اتحاد است زیرا ما مقدار  $x$  را هر عددی  
در نظر بگیریم، طرف راست و چپ مساوی همواره با هم برابر  
خواهند بود. مثلاً

$$x=1 \Rightarrow (1+3)(1-3) = 1^2 - 9$$

$$4 \times (-2) = 1 - 9$$

$$-8 = -8 \quad \checkmark$$

$$c) x=0 \Rightarrow (0+3)(0-3) = 0^2 - 9$$

$$(3) \times (-3) = 0 - 9$$

$$-9 = -9 \quad \checkmark$$

$$d) x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2} + 3\right) \left(\frac{1}{2} - 3\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 9$$

$$\frac{7}{2} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{4} - 9$$

$$-\frac{35}{4} = -\frac{35}{4} \quad \checkmark$$

Important note:

# مفهوم معادله

معادله یک تساوی جبری است که به ازای بعضی از مقادیر متغیر یا متغیرها به تساوی عددی تبدیل می شود.

مثلاً  $7 = 2x + 1$  یک معادله است، زیرا فقط به ازای  $x = 3$  تساوی برقرار می شود و به ازای مقادیرهای دیگر

همچون  $x = 1$  و  $x = \frac{2}{3}$  و  $x = 10$  و ... تساوی برقرار نمی شود.

## تفاوت اتحاد و معادله

تفاوت اتحاد و معادله جبری در این است که اتحاد به ازای تمامی مقادیر برقرار است ولی معادله به ازای تعداد محدودی عدد حقیقی برقرار است.

مثال: کدام یک از عبارات زیر اتحاد است؟

(الف)  $(x+2)^2 = x^2 + 4$

(ب)  $5(2x-1) = 10x-5$

الف) ساحی، اساره می نسیم

$$(x+2)^2 = (x+2)(x+2) = x^2 + 2x + 2x + 4 \\ = x^2 + 4x + 4$$

بنابراین داریم

طرف راست  $\neq$  طرف چپ

$$x^2 + 4x + 4 \neq x^2 + 4$$

بنابراین عبارت قسمت الف یک اتحاد، نشان نمی دهد.

$$(2x-1) = 10x-5$$

(ب)

$$\Rightarrow 10x-5 = 10x-5$$

دو طرف کاملاً با هم مساوی هستند

و هم مقداری به جای  $x$  در دو طرف قرار دهیم

ساده هم چنان برقرار خواهد بود. از این رو این عبارت

یک اتحاد است.

عبارت زیر نیز یک اتحاد است. می توانید درستی آن را

امتحان کنید

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Important note:

سؤال امتحانی: کدام یک از کادوی‌های زیر یک اتحاد است؟

الف)  $2x = 2$     ب)  $2x + x = 2x$     ج)  $x^2 = \sqrt{x^2}$     د)  $x + 1 = 2$

پس از اینکه با مفهوم اتحاد آشنا شدیم و تفاوت آن را با معادله درک کردیم، لازم است بدانیم ما بی شمار اتحاد داریم، به عبارت دیگر هر کادوی جبری که به ازای تمام مقادیر متغیرها برقرار باشد یک اتحاد است. ولی ما در این فصل چند اتحاد مهم و کاربردی را با هم یاد می‌گیریم.

### اولین اتحاد: اتحاد مربع دو جمله‌ای

در سال هشتم با لگن مربع به معنی توان دوم یک عبارت آشنا شدیم. عبارت  $2x + 3$  دو جمله‌ای است و عبارت  $(2x + 3)^2$  را مربع دو جمله‌ای می‌گوئیم. ما در سال هشتم این عبارت‌ها را حل می‌کردیم در ادامه حل مربع دو جمله‌ای بالا نوشته شده است.

Important note:

$$(2x+3)^2 = (2x+3)(2x+3)$$

$$= 4x^2 + 4x + 4x + 9$$

$$(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

اما اصل یاد می گیریم جواب را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای به دست آوریم. وقت کنید اگر  $a$  و  $b$  عددهای حقیقی باشند آن گاه داریم:

جمله دوم

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

جمله اول

جمله اول به توان ۲

دو برابر جمله اول

جمله دوم به توان دو

ضرب در جمله دوم

دانش آموزان عزیز باید وقت داشته باشند عبارت لایه ای  
ایجاد را باید قند یاد بگیرند و آن را به خوبی از بر کنند

Important note:

$$(\square + \Delta)^2 = \square^2 + 2\square\Delta + \Delta^2$$





$$(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2$$

$$= 9x^2 + 30x + 25$$

نکته ← اینک (مربع تفاضل دو جمله ای) همان انکار قبلی است با این تفاوت جمله دوم منفی است

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ملاحظه می شود که تفاضل جمله وسطی منفی می شود

$$(a-v)^2 = a^2 - 2(a)(v) + v^2$$

$$= a^2 - 14a + 49$$

$$(4x-3y)^2 = (4x)^2 - 2(4x)(3y) + (3y)^2$$

$$= 16x^2 - 24xy + 9y^2$$

Important note:



خند مثال دیر از اعداد مربع دو جمله ای

$$\begin{aligned} \text{الف) } (1 - \sqrt{a})^2 &= 1^2 - 2(1)(\sqrt{a}) + (\sqrt{a})^2 \\ &= 1 - 2\sqrt{a} + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (3x + \sqrt{2})^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 \\ &= 9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } (2a - 5b)^2 &= (2a)^2 - 2(2a)(5b) + (5b)^2 \\ &= 4a^2 - 20ab + 25b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د) } (xy - \frac{1}{x})^2 &= (xy)^2 - 2(xy)(\frac{1}{x}) + (\frac{1}{x})^2 \\ &= x^2y^2 - 2y + \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ه) } (2a^2 + 3b^2)^2 &= (2a^2)^2 + 2(2a^2)(3b^2) + (3b^2)^2 \\ &= 4a^4 + 12a^2b^2 + 9b^4 \end{aligned}$$

Important note:

سؤال: جاهای خالی را طوری پُر کنید که یک اتحاد

به دست آید.

$$(3x + \bigcirc)^2 = \bigcirc + \bigcirc + 25y^2$$

وقت کنید

$$(3x + \bigcirc)^2 = \bigcirc + \bigcirc + 25y^2$$

جمله اول

جمله دوم

مربع جمله اول

دو برابر جمله اول در جمله دوم

مربع جمله دوم

$$\text{جمله اول} = 3x \Rightarrow (\text{جمله اول})^2 = (3x)^2 = 9x^2$$

$$\text{مربع جمله دوم} = 25y^2 \Rightarrow 25y^2 = (5y)^2 \Rightarrow \text{جمله دوم} = 5y$$

$$2 \times \text{دو برابر جمله اول} = 2 \times 3x \times 5y = 30xy$$

بنابراین اتحاد بالا به صورت زیر است

$$(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

Important note:

## کاربرد اعداد مربع دو جمله‌ای

به کمک اعداد مربع دو جمله‌ای می‌توانیم محاسبات عددهای بزرگ توان دار را ساده‌تر کنیم. اگر عددی توان ۲ داشته باشد می‌توان آن را به اعداد مربع دو جمله‌ای تبدیل کنیم.

مثال

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 91^2 &= (100 - 9)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 9 + 9^2 \\ &= 10000 - 1800 + 81 = 8201 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad 53^2 &= (50 + 3)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2 \\ &= 2500 + 300 + 9 = 2809 \end{aligned}$$

$$\text{ج)} \quad 2,7^2 + 2 \times 2,7 \times 1,3 + 1,3^2 = (2,7 + 1,3)^2 = 4^2 = 16$$

Important note:

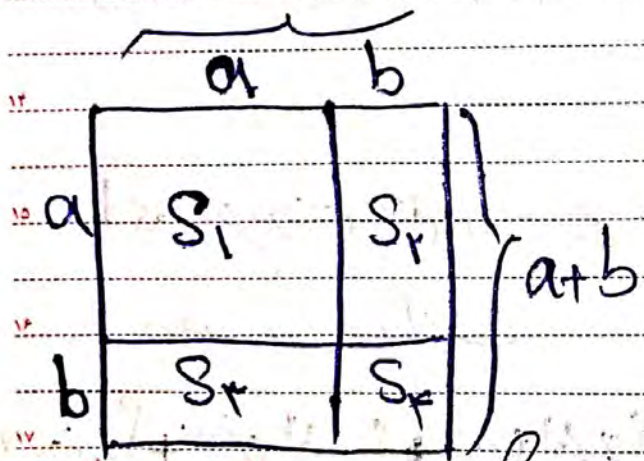
# اثبات هندسی اتحاد مربع دو جمله‌ای

مربعی را رسم می‌کنیم و طول ضلع آن را  $a+b$  اختیار می‌کنیم

(یک نقطه روی ضلع مربع انتخاب می‌کنیم، به طوری که ضلع مربع به دو قسمت

تقسیم شود، یک قسمت را  $a$  و قسمت دیگر را  $b$  می‌گذاریم.)

از وصل کردن نقاط روی هر ضلع، مربع بزرگ تر به دو مربع و دو مستطیل دیگر تقسیم می‌شود.

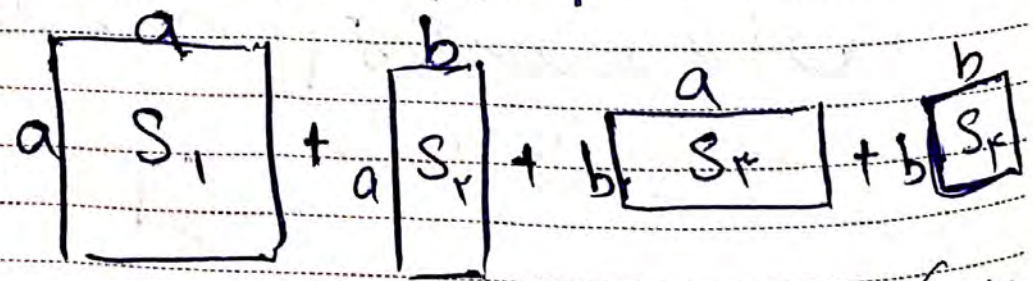


مساحت مربع =  $(a+b)^2$

همچنان که مربع بزرگ تر به دو مربع و دو مستطیل دیگر تقسیم می‌شود

این مربع به دو مربع و دو مستطیل دیگر تقسیم می‌شود است پس داریم

مساحت کل شکل =  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$



مساحت کل =  $(a \times a) + (a \times b) + (a \times b) + (b \times b)$

Important note:

$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

@riazisaeedamini

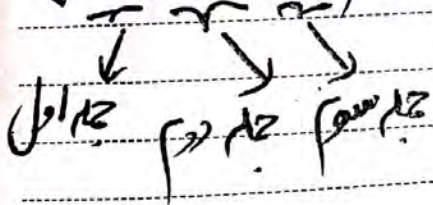
انکار مربع سه جمله ای

عبارت  $a+b+c$  سه جمله ای است

و  $(a+b+c)^2$  مربع سه جمله ای است

و حاصل آن به صورت زیر بدست می آید

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$



اگر مربع سه جمله ای به صورت گامی

به صورت زیر است

$$= \text{سوم} \times \text{دوم} + \text{سوم} \times \text{اول} + \text{دوم} \times \text{اول} + \text{دوم}^2 + \text{سوم}^2 + \text{اول}^2$$

دقت شود که حاصل این انکار شش جمله است

که در آن هر سه جمله به توان دوم می رسند و پس از آن

هر دو جمله به ترتیب در هم ضرب شده و دو برابر می شوند

به مثال های زیر دقت کنید

Important note:

$$\begin{aligned} \text{الف) } (2x + 3y - 5)^2 &= (2x)^2 + (3y)^2 + (-5)^2 \\ &\quad + 2(2x)(3y) + 2(2x)(-5) + 2(3y)(-5) \\ &= 4x^2 + 9y^2 + 25 + 12xy - 20x - 30y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (a^2 - 2a + 3)^2 &= (a^2)^2 + (-2a)^2 + 3^2 + 2(a^2)(-2a) + 2(a^2)(3) \\ &\quad + 2(-2a)(3) \\ &= a^4 + 4a^2 + 9 + 4a^3 + 6a^2 - 12a \\ &= a^4 + 4a^3 + 10a^2 - 12a + 9 \end{aligned}$$

انحاد مزدوج

دو عبارت جبری  $a+b$  و  $a-b$ ، از مزدوج هم می گویند.

عبارت های  $x+3$  و  $x-3$  و هم چنین

عبارت های  $2a + \frac{1}{5}$  و  $2a - \frac{1}{5}$  نیز مزدوج هم هستند.

انحاد مزدوج از حاصل ضرب دو عبارت مزدوج هم هستند.

Important note:

تکلیل شده است

(۱۴)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

جمله اول  
جمله دوم

$$(دوم) - (اولی)$$

هم خیال که مشاهده می شود جواب اینجا فرزوج دو جمله می باشد  
که برابر است با تفاضل مربع دو جمله از هم دیگر  
به عبارت زیر وقت کنید

$$(\square + \Delta)(\square - \Delta) = \square^2 - \Delta^2$$

مثال (الف)

$$(x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

ب)

$$(3a+5)(3a-5) = (3a)^2 - 5^2 = 9a^2 - 25$$

ج)

$$(2x-3y)(2x+3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$$

د)

$$(\sqrt{3}x - \frac{1}{2})(\sqrt{3}x + \frac{1}{2}) = (\sqrt{3}x)^2 - (\frac{1}{2})^2 = 3x^2 - \frac{1}{4}$$

ه)

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$$

Important note:

$$(a-2b+3)(a+2b-3) = (a-(2b-3))(a+(2b-3))$$

(15)

$$= a^2 - (2b-3)^2$$

$$= a^2 - (4b^2 - 12b + 9)$$

$$= a^2 - 4b^2 + 12b - 9$$

کاربرد اعداد مزدوج

گام اول ماتریس توان مرتب و عدد را به صورت اعداد مزدوج

در آورده

$$105 \times 95 = (100+5)(100-5) = 100^2 - 5^2 = 10000 - 25 = 9975$$

$$107 \times 93 = (100+7)(100-7)$$

$$= 100^2 - 7^2 = 10000 - 49 = 9951$$

Important note:



# انکار یک جمله مشترک

دو جمله ای های  $(x+a)$  و  $(x+b)$  را در نظر بگیرید ،

این دو جمله برائتزاز هر دو در جمله  $x$  مشترک هستند و

جمله های  $a$  و  $b$  و علامت غیر مشترک هستند

حاصل ضرب این دو برائتزاز را می توانیم به کمک انکار جمله مشترک

به صورت زیر به دست آوریم:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

جمله مشترک

$x^2$  (مشترک)

مشترک حاصل جمع غیر مشترک ها

حاصل ضرب غیر مشترک ها

از وقت کنید خواهید دید جواب انکار جمله مشترک سه جمله است

که در آن جمله مشترک به توان دوم می رسد پس جملات غیر مشترک

را با هم جمع می کنیم و پس در جمله مشترک ضرب می کنیم

و جمله سوم هم از ضرب جملات غیر مشترک به دست می آیند

به مثال های زیر وقت کنید:

Important note:

$$\text{الف) } (x+1)(x+3) = x^2 + (1+3)(x) + 1 \times 3$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\text{ب) } (2a-1)(2a+5)$$

در مثال بالا جمله  $2a$  ← جمله مشترک دو پرانتز است  
 جمله های  $(-1)$  و  $(+5)$  جملات غیر مشترک هستند  
 و حالا جواب آن:

$$= (2a)^2 + (-1+5) \times 2a + (-1) \times 5$$

جمله مشترک  $\times$  حاصل جمع غیر مشترک  $\times$  حاصل غیر مشترک

$$= 4a^2 + (-4) \times 2a - 5 = 4a^2 - 8a - 5$$

$$\text{ج) } (a+3)(a+7) = a^2 + (3+7) \times a + 3 \times 7$$

$$= a^2 + 10a + 21$$

$$\text{د) } (\sqrt{v} + 2x)(\sqrt{v} + 3x)$$

Important note:  $= (\sqrt{v})^2 + (2x+3x) \times \sqrt{v} + (2x)(3x)$

$$= v + 5\sqrt{v}x + 6x^2$$

خند سوال دیر

$$(x - 0)(x + 0) = 0 - 16$$

هم چنان که می بینید جواب اعداد بالا دو جمله است که هر دو جمله مربع کامل هستند (یعنی توان دوم دو جمله هستند) و این دو جمله هم علامت نیستند و این یعنی اعداد فوق اعداد مزدوج است

$$x^2 = \text{مربع جمله اول} \rightarrow (x = \text{جمله اول})$$

$$16 \rightarrow \text{مربع جمله دوم} \Rightarrow (4 = \text{جمله دوم})$$

بنابراین جواب سوال بالا به شکل زیر خواهد بود

$$(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$$

$$(2a + 7)(2a - 7) = 4a^2 - 49$$

اولی به توان ۲      دومی به توان ۲

Important note:

$$(x+3)(x+\dots) = x^2 + \textcircled{\phantom{0}}x + 15$$

جواب اعداد بالا مع جمله است و در هر دو پرانتز جمله  $x$  مشترک است و این یعنی اعداد بالا اعداد جمله مشترک است به شما تیک اعداد جمله مشترک نگاه کنید

$$(\square + \textcircled{\phantom{0}})(\square + \Delta) = \square^2 + (\textcircled{\phantom{0}} + \Delta) \times \square + \textcircled{\phantom{0}} \times \Delta$$

همانطور که می بینید جمله دوم از جمع جمله های غیر مشترک ضرب در جمله مشترک به دست می آید و جمله سوم از حاصل ضرب جمله های غیر مشترک

$$(x+3)(x+\dots) = x^2 + \textcircled{\phantom{0}}x + 15$$

ضرب غیر مشترک ها  
جمع غیر مشترک ها

یکی از جمله های غیر مشترک 3  
از آنجا که ضرب غیر مشترک ها 15 شده است  
پس داریم  $3 \times 5 = 15$

Important note:

$$(x+3)(x+\dots) = x^2 + \textcircled{3+5}x + 15$$



روز بزرگداشت حکیم ابوالقاسم فردوسی  
 $x^2 + 8x + 15$



الریک چند جمله ای را به صورت ضرب (و یا چند عبارت جبری  
 نویسیم می گوئیم آن را تجزیه کرده ایم.  
 پس تجزیه یعنی تبدیل به ضرب و در بسیاری از مسائل  
 چون ساده کردن کسرها، حل معادلات و به دست آوردن ریشه های  
 معادله ها کاربرد دارد.

۱- فاکتورگیری

تجزیه به دو روش صورت می گیرد

۲- استفاده از اتحادها

دانش آموزان عزیز دقت داشته باشند  
 هنگام تجزیه ابتدا باید به فکر فاکتورگیری بود، اگر  
 نتوانستیم فاکتورگیری کنیم آن گاه از اتحادها کمک می گیریم

تجزیه به روش فاکتورگیری:

در این روش ابتدا بزرگ ترین عامل مشترک تمام جمله ها را  
 بیرون آورده، سپس از آن فاکتور می گیریم

Important note:

پس از پیدا کردن (ب.م.م) تمام جمله ها، پس از مساوی  
آن را می نویسیم پس یک پرانتز بازنویس را می نویسیم

در داخل پرانتز به کمک جمله ها را بر ب.م.م یا همان  
عامل مشترک جمله ها تقسیم کرد. جواب آن ها را در داخل پرانتز

می نویسیم

مثال:

$$30x^2 + 25x^3 \Rightarrow \begin{cases} 30x^2 = 5 \times 2 \times 3 \times x \times x \\ 25x^3 = 5 \times 5 \times x \times x \times x \end{cases}$$

اگر به یاد داشته باشید این روش با در سال هشتم خوانده ایم  
عامل های مشترک را با یک قرمز مشخص کردیم

پس ب.م.م یا همان عامل مشترک دو جمله  $5x^2$

پس در داخل پرانتز آن عبارتهای که باقی مانده اند را می نویسیم

$$30x^2 + 25x^3 = 5x^2 (6 + 5x)$$

عامل فاکتورگیری

پرانتز را نوشته و قسمت های باقی مانده

جمله ها را داخل آن می نویسیم

Important note:

جمله‌های داخل پرانتز را می‌توان از طریق تقسیم هم‌نامی جمله‌ها بر عامل مشترک هم به دست آورد

$$\frac{20x^2}{5x^2} = 4$$

$$\frac{25x^3}{5x^2} = 5x$$

مثال‌های دیگر

$$4a^3 - 2a = 2a(2a^2 - 1)$$

$$4a^3 = 2 \times 2 \times a \times a \times a = 2a \times (2a^2)$$

$$2a = 2 \times 2 \times a = 2a \times (2)$$

از طریق تقسیم نیز جمله‌های داخل پرانتز را می‌توان به دست آورد

$$\frac{4a^3}{2a} = 2a^2$$

$$\frac{2a}{2a} = 1$$

Important note:

مثال  $11a^4b^2c^2 + 12a^2b^4c^2 + 24a^2b^2c^4 =$

برای استخراج مخرج مشترک هر سه عدد  $\leftarrow 6 = 2 \times 3 = 6$  (۱۱، ۱۲، ۲۴)

$(a^4b^2c^2, a^2b^4c^2, a^2b^2c^4) =$  مخرج مشترک  
با کمترین توان

$4a^2b^2c^2$

در عامل مشترک هر سه جمله به صورت  
می باشد. جواب را در زیر مشاهده کنید

$11a^4b^2c^2 + 12a^2b^4c^2 + 24a^2b^2c^4 =$

$= 4a^2b^2c^2(2a^2c^2 + 3b^2c^2 + 3ab^2)$

مثال:

$-7xy^2 + 3x^2y^5 = xy^2(-7x + 3y^3)$

مخرج متغیرهای مشترک = عامل مشترک دو جمله  
با کمترین توان

حاصل داخل پرانتز  $\frac{-7x^3y^2}{xy^2} = -7x$

$\frac{3x^2y^5}{xy^2} = 3y^3$

Important note:

(۲۴)



# تجزیه به کمک اتحادها

## ① اتحاد مربع دو جمله‌ای

هرگاه عبارتی دارای سه جمله باشد به طوری که دو جمله آن مربع کامل باشند (یعنی از توان دو کمند عبارت به دست آمده باشند) و همچنین یکی از جمله‌ها از ضرب دو برابر ریشی مثبت جمله اول در ریشی مثبت جمله دوم به دست می‌آید.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

پس سه جمله‌ای است

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای منفی

مثال:

الف)  $x^2 + 12x + 36$

$$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ (x)^2 & 2(x)(4) & (4)^2 \end{matrix}$$

پس جمله اول همان  $x$  و جمله دوم  $4$  می‌باشد

$$x^2 + 12x + 36 = (x+4)^2$$

ب)  $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

$$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ (x)^2 & -2 \times x \times 4 & 4^2 \end{matrix}$$

Important note

درستی

اردیبهشت

$$a) \quad 4x^2 + 4y^2 - 4xy = (2x - 2y)^2$$

$$\begin{array}{ccc} & \swarrow & \searrow \\ (2x)^2 & & (2y)^2 \\ \text{مربع اول} & & \text{مربع دوم} \end{array} \quad 2(2x)(2y)$$

$$b) \quad 3y^2 + 6y + 3 \xrightarrow{\text{فکتورگیری}} 3(y^2 + 2y + 1) = 3(y+1)^2$$

انتقاد مربع

$$a^2 - 10a + 25 = (a-5)^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ (a)^2 & - & 2(a)(5) \\ & & \downarrow \\ & & (5)^2 \end{array}$$

$$4ay + 12ay + 9a = a(4y^2 + 12y + 9) = a(2y+3)^2$$

شانم در اول میست تجزیه کنیم، امکان فکتورگیری وجود  
داشته باشد، حتما باید به روش فکتورگیری تجزیه کرد و سپس  
در صورت امکان داخل پرانتز را نیز تجزیه می کنیم  
همه جملات در  $a$  مشترک هستند پس فکتورگیری می کنیم

Important note:

# تجزیه به یکد انگار مزدوج

هرگاه عبارتی به صورت تفاضل دو عبارت مربع کامل باشد می توانیم آن را به یکد انگار مزدوج تجزیه کنیم

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

پس وقتی می توانیم یک عبارت جبری را به یکد انگار مزدوج تجزیه کنیم که دو شرط زیر برقرار باشد

① حتماً دو جمله (عبارت) داشته باشیم که مربع کامل باشند

② بین دو جمله یا عبارت حتماً منفی باشد یعنی دو جمله نباید هم علامت باشند. (یکی مثبت و یکی منفی باشند)

مثال،

$$x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

الف

↓                      ↓  
x<sup>2</sup>                      9  
(x)<sup>2</sup>                      3<sup>2</sup>

همانطور که می بینید در جواب باید دو عبارت بنویسیم که مزدوج هستند هر یک هر یک در هر دو عبارت اول و جمله دوم را می نویسیم با این تفاوت که در یکی از عبارت ها جمع و در دیگری منها قرار می دهیم

Important note:

$$ب) \quad \varepsilon x^2 - 2\omega y^2 = (2x)^2 - (\omega y)^2$$

$$= (2x + \omega y)(2x - \omega y)$$

$$ج) \quad \frac{2a^2}{9} - 4b^2 = \left(\frac{2}{3}a\right)^2 - (2b)^2$$

$$= \left(\frac{2}{3}a - 2b\right)\left(\frac{2}{3}a + 2b\right)$$

$$د) \quad a^2 - b^2 = (a^2)^2 - (b^2)^2$$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

تجزیه می شود  
(دوباره به یاد بیاید فرق)

$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

$$a^2 - b^2 \quad \checkmark \quad \text{تجزیه}$$

$$a^2 - b^2 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a - b)(a + b)$$

Important note:

به مثال زیر توجه کنید

$$9x^2 - (5-2y)^2 \rightarrow \begin{cases} 9x^2 = (3x)^2 \rightarrow \text{جمله اول} \\ (5-2y)^2 \rightarrow \text{جمله دوم} \end{cases}$$

$$9x^2 - (5-2y)^2 = (3x + (5-2y))(3x - (5-2y))$$

علامت منفی را داخل پرانتز صریح می‌کنیم

$$= (3x + 5 - 2y)(3x - 5 + 2y)$$

وقت کنید عبارت دوم  $5-2y$  دو جمله است به همین خاطر

پس از تجزیه و در داخل پرانتزها دوباره آن را داخل

پرانتز نوشتیم

$$(3x-2y)^2 - (x+3y)^2$$

$$= (3x-2y + (x+3y))(3x-2y - (x+3y))$$

$$= (3x-2y + x + 3y)(3x-2y - x - 3y)$$

$$= (4x+y)(2x-5y)$$

Important note:

$$9x^2 - \frac{1}{49} = (3x)^2 - \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$= \left(3x + \frac{1}{7}\right) \left(3x - \frac{1}{7}\right)$$

گاهی اوقات در بعضی از عبارات ها دو عدد مربع کامل داریم که بین آن ها علامت منهای قرار دارد، در این موارد می توان از تجزیه اتحاد مزدوج استفاده کرد

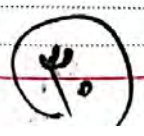
$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 250^2 - 150^2 &= (250 + 150)(250 - 150) \\ &= 400 \times 100 = 40000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad 75^2 - 275^2 &= (75 + 275)(75 - 275) \\ &= 350 \times (-200) = -70000 \end{aligned}$$

این بار شما حل کنید

$$103^2 - 97^2 =$$

Important note:



# تجزیه به یاد آکار جمله مشترک

قبل تر دیدیم که با سنج آکارید جمله ای مشترک سه جمله است ،  
 پس هر وقت دیدیم یک عبارت سه جمله داشته باشد و فقط یکی از  
 جمله ها مربع کامل باشد ، می توان آن را به یاد آکارید جمله ای مشترک  
 تجزیه کرد

← در ابتدا جمله مشترک را با استفاده از جذر آن جمله که مربع کامل  
 بود بیامی کنیم ، سپس دو جمله باقی مانده را با هم جمع می کنیم و جمله ای مشترک  
 را داخل هر دو جمله باقی مانده می نویسیم

← سپس با توجه به دو جمله دیگر ، جمله های غیر مشترک را  
 بیامی کنیم ، در مثال های زیر این عمل را بهتر متوجه خواهید شد

مثال:

$$x^2 + 7x + 12$$

جذب غیر مشترکها →

مشخص است که  $x^2$  مربع کامل است و بنابراین آن جمله مشترک است  
 از طرفی باید دو عدد پیدا کرد که ضرب آن ها  $12$  + و جمع آن ها  $7$  باشد

Important note:

همه حالت های که ضرب دو عدد ۱۲ می شود را می نویسیم

۱۱ = اختلاف دو عدد    ۱۳ = جمع دو عدد    ۱ × ۱۲ = ۱۲

۳ = ۴ - ۱    ۸ = ۴ + ۴ = جمع دو عدد    ۲ × ۶ = ۱۲

۱    ۷    جمع دو عدد    ۳ × ۴ = ۱۲

از عبارتی بالا مشخص است که دو عدد مورد نظر ۳ و ۴ می باشند پس تجزیه عبارت فوق به صورت زیر است

$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

جملات غیر مشترک که ضرب آن ها ۱۲ جمع آن ها ۷

$x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$

پس جمله x جمله مشترک است → (x)²

آن را داخل هر دو می اندازیم

ضرب دو عدد باید ۱۴ - و جمع دو عدد ۵ + باشد

Important note:

۳۲



وقت داشتند باید وقتی ضرب دو عدد منفی می شود

آن گاه دو عدد باید غیر هم علامت باشند

یعنی یکی مثبت و یکی منفی باشند

اگر ضرب دو عدد مثبت باشد آن گاه دو عدد باید هم علامت

باشند یعنی یا هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند

حالتی که ضرب دو عدد ۱۴ - می شود را می نویسیم

$$1 \times 14 = 14$$

۱۳ اختلاف دو عدد ۱۵ جمع دو عدد

$$2 \times 7 = 14$$

۱۴ اختلاف دو عدد ۹ جمع دو عدد

۱۶ عددهای ۲ و ۷ اختلاف آن ها ۵ و ضرب آن ها است

۱۷ ولی حالتی که در بالا بیان شد باید غیر هم علامت باشند

۱۸ از آنجا که جمع آن ها ۵ + یا ۱۴ باشد پس باید عدد بزرگ تر

۱۹ مثبت و عدد کوچکتر منفی باشد پس تجزیه سوال مطرح شده

به صورت زیر است

$$x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$$

به مسائل های بیشتر در ادامه وقت کنید

مضرب از عدد  $x^2 - 2x - 35 = (x - 7)(x + 5)$   
 جمع دو عدد  $x^2 - 2x - 35$

مضرب دو عدد ۳۵ - و جمع آن ها ۲ - است  
 برای ۳۵ تنها دو حالت ضرب داریم  $1 \times 35$  و  $5 \times 7$

مضرب دو عدد  $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$   
 جمع دو عدد

مضرب دو عدد  $y^2 + 9y + 20 = (y + 4)(y + 5)$   
 جمع دو عدد

- $1 \times 20 = 20$  اختلاف دو عدد ۱۹ و ۲۱ جمع دو عدد
- $2 \times 10 = 20$  اختلاف دو عدد ۸ و ۱۲ جمع دو عدد
- $4 \times 5 = 20$  اختلاف دو عدد ۱ و ۹ جمع دو عدد

مضرب دو عدد  $t^2 - 20t + 100 = (t - 10)(t - 10) = (t - 10)^2$

Important note: جمع دو عدد  
 فقط کنید اتحاد مربع را نیز می توان به کمک اتحاد جمله مشترک  
 تعیین کرد

$$x^4 + x^2 - 54 = (x^2 + 1)(x^2 - 7)$$

↓  
 $(x^2)^2$

در مثال بالا عبارت  $x^2$  جمله مشترک است

$$x^3 - 14x^2 + 41x = x(x^2 - 14x + 41)$$

$$= x(x - 4)(x - 1)$$

در مثال بالا ابتدا از جمله  $x$  که در همه جمله ها مشترک بود فاکتورگیری کردیم سپس داخل پرانتز را به کمک اعداد جمله مشترک تجزیه کردیم

$$a^2 - 3a - 10 = (a - 5)(a + 2)$$

$$x^2 - 11x + 30 = (x - 4)(x - 5)$$

به مثال آخر بیشتر وقت کنید

$$\begin{aligned} 4x^2 + 11x + 3 &= (2x)^2 + 4(2x) + 3 \\ &= (2x + 3)(2x + 1) \end{aligned}$$