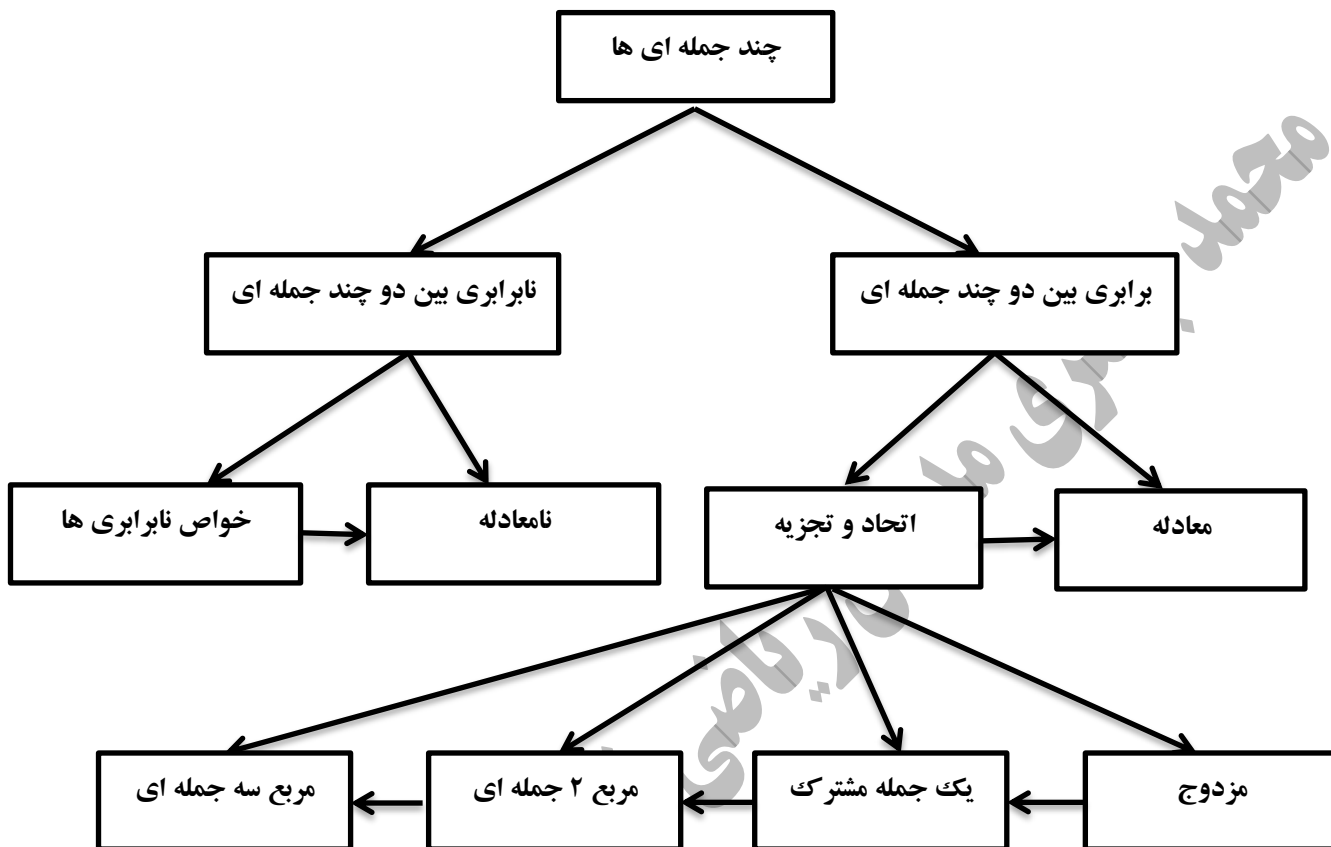


نقشه مفهومی:



یک جمله ای: یک جمله ای از حاصلضرب اعداد حقیقی در متغیرها بدست می آید. یک جمله ای از دو قسمت تشکیل می شود:

۱- ضریب عدد ۲- عبارت حرفی (متغیر)

مثال: $\sqrt{5}ax^3$ (ضریب $\sqrt{5}$ و عبارت حرفی است).

نکته: فرم کلی یک جمله ای به صورت ax^n که در آن $a \in \mathbb{R}$ و x متغیر و $n \in \mathbb{W}$ می باشد. یعنی حتماً توان متغیر باید عضو مجموعه اعداد حسابی (\mathbb{W}) باشد.

مثال: عبارت $5\sqrt{x}$ یک جمله ای نیست زیرا: $5\sqrt{x} = 5x^{\frac{1}{2}}$ و توان متغیر عضوی از مجموعه اعداد حسابی نیست.

نکته: هر عدد حقیقی یک جمله ای است زیرا توان متغیر آن صفر است. **مثال:** $\sqrt{2}, 3, 7$

توجه: اگر در یک عبارت توان حروف منفی بوده و یا حروف در مخرج یا زیر رادیکال باشند آن عبارت تک جمله ای نیست.

درجه ی یک جمله ای : توان متغیری را که در یک جمله ای وجود دارد، درجه ی یک جمله ای نسبت به آن متغیر می نامند.

مثال : جدول را کامل کنید؟

یک جمله ای	درجه نسبت به X	درجه نسبت به Y	درجه نسبت به همه ی متغیرها
$\sqrt{7}x^4y$	4	$4+1=5$
$\frac{3}{8}x$	0	$1+0=1$

یک جمله ای متشابه : چند تا یک جمله ای که حروف و توان مساوی داشته باشند، متشابه هستند.

مثال : یک جمله های $3x^2y$ ، $-5yx^2$ متشابه اند و $4x^3y$ ، $4y^3x$ متشابه نیستند.

جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه : ضرایب عددی آن ها را با هم جمع یا تفریق کرده و قسمت حرفی مشترک را می

نویسیم. مثال : $4x^2y + 2x^2y = (4+2)x^2y = 6x^2y$

نکته : جملات غیر متشابه با هم جمع و تفریق نمی شوند. مثال : $5y - 2x$

ضرب و تقسیم یک جمله ای ها : برای بدست آوردن حاصلضرب دو یک جمله ای کافی است ضرایب عددی را در هم و حروف

متناظر را نیز در هم ضرب کنیم. برای تقسیم نیز ضرایب عددی را به هم و حروف متناظر را نیز بر هم تقسیم می کنیم.

مثال : $2x^3y \times 4x^3y = (2 \times 4)(x^3 \times x^3)(y \times y) = 8x^6y^2$

مثال : حاصل عبارت زیر را بدست آورده و سپس ساده کنید؟

$$5x(4x^2 - 6y) - 7x^3 + 10xy = 20x^3 - 30xy - 7x^3 + 10xy = 13x^3 - 20xy$$

چند جمله ای : هرگاه چند یک جمله ای غیر متشابه را جمع جبری (جمع یا تفریق) کنیم، یک چند جمله ای به دست می آید.

توجه : یک جمله ای خود یک حالت چند جمله ای است

درجه ی چند جمله ای : بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

مثال : درجه ی چند جمله ای $7a^3b^2 + 10a^2b^5 + 2$ درجه نسبت به a برابر 3 و نسبت به b برابر 5 است.

مثال: عبارت $\frac{1}{2}x + 3x^2 - 2xy$ یک سه جمله ای است که درجه نسبت به x برابر ۲ و درجه نسبت به y برابر یک است.

درجه ی چندجمله ای نسبت به چند متغیر: برابر است با بزرگترین درجه ی یک جمله ای های آن نسبت به متغیر های مورد نظر.

مثال: در عبارت $3xy^3 - 2xy - 4x^2$ درجه نسبت به متغیر x برابر ۲ و درجه نسبت به y برابر ۳ است و درجه نسبت به x, y برابر با $1+3$ یعنی ۴ است.

استاندارد کردن چندجمله ای: هر گاه در یک چند جمله ای جملات را نسبت به یک متغیر از توان بیشتر به توان کمتر مرتب کنیم، می گوئیم آن چند جمله ای را بر حسب آن متغیر به صورت استاندارد نوشتیم.

مثال: اگر عبارت $2x^2y - 3x^3 - 2x$ را بر حسب x استاندارد کنیم، به صورت $-3x^3 + 2x^2y - 2x$ در می آید.

اتحاد جبری: هر تساوی جبری را که به ازای هر مقدار برای متغیر هایشان، برقرار باشد، یک اتحاد جبری نامیده می شود

مثال: عبارت $2x - 3 = -x + 1$ یک معادله است ولی یک اتحاد نیست زیرا این تساوی برای $x = 1$ برقرار نیست ولی عبارت $x + x = 2x$ یک اتحاد است زیرا به ازای هر مقدار تساوی برقرار است.

اتحاد مربع دو جمله ای:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(الف) جبری:

(ب) کلامی:

مربع جمله دوم + ۲ برابر حاصلضرب جمله ها + مربع جمله ی اول = (جمله ی دوم+جمله ی اول)

مثال:

$$(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$$

$$(x^3 - yz)^2 = (x^3)^2 + 2(x^3)(-yz) + (-yz)^2 = x^6 - 2x^3yz + y^2z^2$$

$$(x^2 + 2y^3)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)(2y^3) + (2y^3)^2 = x^4 + 4x^2y^3 + 4y^6$$

اتحاد مزدوج :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

الف) جبری :

مربع جمله دوم - مربع جمله اول = (جمله دوم - جمله اول) (جمله ی دوم + جمله ی اول)

ب) کلامی

مثال :

$$(x+5)(x-5) = x^2 - 25$$

$$\left(ab - \frac{3}{4}\right)\left(ab + \frac{3}{4}\right) = a^2b^2 - \frac{9}{16}$$

$$(a+b)(a-b) = \dots\dots\dots$$

اثبات اتحاد مزدوج :

اتحاد جمله ی مشترک

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

الف) جبری :

= (جمله غیر مشترک ۲ + جمله مشترک) (جمله غیر مشترک ۱ + جمله مشترک)

ب) کلامی :

ضرب دو جمله غیر مشترک + جمله مشترک × (مجموع ۲ جمله غیر مشترک) + مربع جمله مشترک

$$(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$$

مثال :

$$(2x+4)(2x-3) = (2x)^2 + (4-3)2x + (4 \times -3) = 4x^2 + 2x - 12$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

اتحاد مکعب دو جمله ای :

$$(x+5)^3 = x^3 + 3x^2(5) + 3x(5)^2 + 5^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

مثال :

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

اتحاد مجموع مکعب ۲ جمله ای : (اتحاد چاق و لاغر) :

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

اتحاد تفاضل مکعب ۲ جمله ای :

$$(t-2)(t^2 + 2t + 4) = t^3 - 8$$

مثال :

$$(a+3)(a^2 - 3a + 9) = a^3 + 27$$

اتحاد مربع سه جمله ای:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

مثال:

$$(x+y^2+5)^2 = x^2 + y^4 + 25 + 2xy^2 + 10x + 10y^2$$

اتحاد های فرعی:

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

تجزیه: گاهی اوقات نیاز است که یک عبارت جبری را به صورت حاصلضرب چند عبارت جبری دیگر بنویسیم که به این کار تجزیه گویند.

روش های تجزیه:

الف) فاکتور گیری: ب.م.م ضرایب جملات و حروف مشترک با توان کمتر را مشخص می کنیم و به عنوان فاکتور در نظر می گیریم، تک تک جملات را به عامل فاکتور تقسیم کرده و حاصل را درون پرانتز می نویسیم.

$$15a^3b + 10a^2b^2 = 5a^2b(3a + 2b)$$

مثال: عبارت رو به رو را تجزیه کنید.

ب) با استفاده از اتحاد ها: به کمک اتحاد هایی مانند: اتحاد مزدوج، اتحاد یک جمله مشترک و اتحاد چاق و لاغر می توان چند جمله ای ها را تجزیه کرد.

مثال: عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$$

باید ۲ عدد را که مجموع آن ها ۴ و حاصلضرب آن ها ۳ باشد را پیدا کنیم $\rightarrow (x+1)(x+3)$
 $x^2 + 4x + 3$
 ضرب
 ع جم

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x^3 + 1) + (3x^2 + 3x) = (x+1)(x^2 - x + 1) + 3x(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 - x + 1 + 3x) = (x+1)(x^2 + 2x + 1) = (x+1)(x+1)^2 = (x+1)^3$$

چگونگی تشخیص اتحاد مزدوج برای تجزیه:

۱- جملات چند جمله ای نباید هم علامت باشند.

۲- بتوانیم آن ها را به صورت مربع کامل بنویسیم مثلاً $x^2 + 4x + 5$ یا $x^2 - 5x$ اتحاد مزدوج نیستند.

کار در منزل:

۱- در عبارت $3x^2y - 2x^3 + 1$ درجه عبارت را نسبت به x و نسبت به y بنویسید.

۲- کدام عبارت اتحاد و کدام عبارت اتحاد نیست؟ چرا؟

$$۱) 3x(x+1) = 3x^2 + 3x$$

$$۲) 2x^2 - 3 = x + 1$$

۳- حاصل عبارت های زیر را بیابید؟

$$۱) -(-3x^2y) \left(\frac{2}{3}xy^2z \right)$$

$$۲) -5a^2 - 3ax - (4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax))$$

$$۳) (x+x^2)(x^4-x^3+x^2)$$

۴- به کمک اتحاد ها حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

$$۱) (\sqrt{2} + 3\sqrt{2})^2$$

$$۲) (6x^2 - 1)^2$$

۵- تجزیه کنید.

$$۱) 5x^2y - 10xy^2 - 15xy$$

$$۲) x^2 - 4x + 4$$

$$۳) x^4 + 10x^2 + 25$$

$$۳) 2ax^2 - 12ax + 18a$$

کاربرد اتحاد ها: استفاده از اتحاد ها برخی محاسبات با اعداد بزرگ را ساده تر می کند.

$$998 \times 1002 = (1000 - 2)(1000 + 2) = 1000^2 - 2^2 = 1000000 - 4 = 999996$$

مثال:

کار در منزل

۱- جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

$$۱) (\dots + 2x)(\dots - \dots) = y^2 - 4x^2$$

$$۲) (\dots + \sqrt{5}) \left(\frac{1}{2}y - \sqrt{5} \right) = \dots$$

$$۳) (x + \dots)(x - 3) = \dots + 7x - \dots$$

$$۴) (\dots + x - 3)^2 = \dots + x^2 + 9 + 2xy - \dots - \dots$$

۲- حاصل عبارت 98×102 را به کمک اتحاد ها بیابید؟

۳- حاصل عبارات های زیر را به کمک اتحاد ها بنویسید؟

$$۱) (2x - 3)(2x + 3)$$

$$۲) (2x - 3y + 1)^2$$

$$۳) (x - 5)(x - 2)$$

$$۴) (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

۴- عبارات های زیر را تجزیه کنید.

$$۱) a^4 - 25$$

$$۲) y^2 - 3y + 2$$

$$۳) ax^2 + 4a - 4ax$$

$$۴) x^4 - 13x^2 + 36$$

نامعادلات: دو عبارت جبری که بین آن ها یکی از علامت های $>$ یا \geq ، $<$ یا \leq یا \neq باشد یک نامعادله ایجاد می کند. همه ی جواب های یک نامعادله یک مجموعه تشکیل می دهند که آن را مجموعه جواب آن نامعادله می نامند.

نکته:

(۱) اگر $a < b$ آن گاه $a + c < b + c$ ← به ۲ طرف نامعادله می توان یک مقدار ثابت را اضافه کرد.

(۲) اگر $a < b$ آن گاه $a - c < b - c$ ← به ۲ طرف نامعادله می توان یک مقدار ثابت را کم کرد.

(۳) اگر $a < b$ و $c > 0$ آن گاه $ac < bc$ ← به ۲ طرف نامعادله اگر عدد مثبت ضرب شود جهت ثابت می ماند.

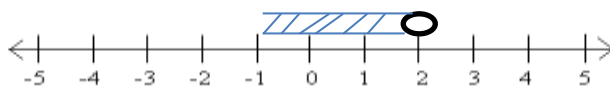
(۴) اگر $a < b$ ، $c > 0$ آن گاه $ac > bc$ ← به ۲ طرف نامعادله اگر عدد منفی ضرب شود جهت تغییر می کند.

نکته: اگر طرفین یک نامساوی را به یک عدد منفی ضرب یا تقسیم کنیم، جهت نامساوی عوض می شود.

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را بدست آورده و آن را روی محور نمایش دهید.

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{6} \xrightarrow{\times 6} 6\left(\frac{x}{3}\right) - 6\left(\frac{1}{2}\right) < 6\left(\frac{x-1}{6}\right) \rightarrow 2x - 3 < x - 1 \rightarrow 2x - x < -1 + 3 \rightarrow x < 2$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$$



نکته:

- اگر $a > 1$ و $m > n$ آن گاه $a^m > a^n$ و $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$
- اگر $0 < a < 1$ و $m > n$ آن گاه $a^m < a^n$ و $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$

$$\frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^1, \quad \sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

مثال:

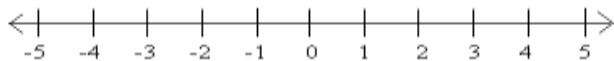
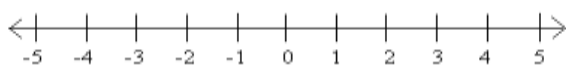
کار در منزل:

۱-درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $ab < 0$ ، a و b مختلف علامت هستند.

ب) اگر $a + b < 0$ ، a و b هر دو منفی هستند.

۲- متناظر با هر محور یک نابرابری بنویسید؟



۳- اگر $a^2 < b^2$ آیا می توان گفت همواره $a < b$ است؟

۴- نامعادله های زیر را کامل کنید؟

$$1) 2(x-3) < 3x+1$$

$$2) \frac{2x-1}{3} - 1 < x + \frac{2}{3}$$

۵- اگر $\frac{a^2}{bc} < 0$ علامت عددهای حقیقی a, b, c را تعیین کنید.

نکات و سوالات تکمیلی

مثال: مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = 2$ بدست می آوریم.

$$\frac{(x-1)y}{x^2y+1} = \frac{(-1-1) \times 2}{(-1)^2 \times 2 + 1} = \frac{-2 \times 2}{2+2} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\|1+xy + |x^2y + |xy^2|\| = \|1 + (-1) \times 2 + |(-1)^2 \times 2 + |(-1) \times (2)^2|\| = 5$$

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+9} = 2^x (1+2+4+8+\dots+512) = 2^x (A) = \frac{1}{2}(A) = \dots$$

$$A = 1+2+4+8+\dots+512 \rightarrow 2A = 2+4+8+16+\dots+1024 \rightarrow 2A - A = 1024 - 1$$

$$A = 1023$$

مثال: اگر $x=2$ مقدار عبارت جبری زیر را بدست آورید.

$$2^x - 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 2^{x-3} (2^3 - 2^2 + 2 + 1) = \frac{1}{2} (8 - 4 + 2 + 1) = \frac{7}{2}$$

تکنیک جمع طرفین

مثال: اگر $3x + 4y = 10$ ، $4x + 3y = 4$ در این صورت حاصل $A = 6x + 6y$ و A^2 را بدست آورید؟

پاسخ: از تکنیک جمع طرفین استفاده می کنیم.

مثال: اگر $a + 2b = 6$ و $2b + 4c = 8$ و $2a - b - c = 4$ باشد حاصل $a + b + c$ را بدست آورید؟

پاسخ: از تکنیک جمع طرفین استفاده می کنیم.

$$|1-x| + |2x-2| + |5x-5| = 0$$

مثال: عبارت رو به رو را حل کنید؟

نکته: مجموع 2 یا چند عبارت مثبت هیچ گاه صفر نمی شود مگر آنکه هر کدام از آن عبارت ها صفر باشند.

$$(2a-1)^2 + (3b-4)^2 = 0$$

$$(x-5)(2x+1)(12x-3) = 0$$

سوال 1- کدام یک از مقادیر داده شده نمی تواند جواب معادله ی زیر باشد؟

$$\frac{1}{4} \quad (4) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad -5 \quad (2) \quad 5 \quad (1)$$

توجه: گاهی از عبارات های جبری برای تشکیل معادله استفاده می کنیم.

مثال: مجموع سه عدد متوالی برابر ۷۸ می باشد بزرگترین آنها را مشخص کنید؟

$$x - 1 + x + x + 1 = 78 \rightarrow 3x = 78 \rightarrow x = \frac{78}{3} = 26 \rightarrow x = 26$$

مثال: زوایای مثلثی با اعداد ۲ و ۳ و ۵ متناسب می باشد، نوع این مثلث را مشخص کنید؟

سوال ۲- پدری در جواب این که پسرش چند سال دارد، این طور جواب داد: اگر سن پسر را ۲ برابر کنید و ۳ برابر سنش سال قبل او را از آن کم کنید، سن کنونی پسر بدست می آید. پسر چند سال دارد؟

پاسخ: اگر سن کنونی پسر را x در نظر بگیریم سن ۶ سال قبل او برابر $x-6$ خواهد بود بنابراین:

$$2x - 3(x - 6) = x \rightarrow 2x - 3x + 18 = x \rightarrow -2x = -18 \rightarrow x = 9$$

سوال ۳- در یکی از کلاس ها آقای جعفری تعدادی سوال را بین دانش آموزان تقسیم کرد تا حل کنند اگر او $\frac{3}{5}$ سوال ها

را به رضا و $\frac{2}{5}$ مقداری را که به رضا داده به امید دهد و ۴ سوال برایش باقی بماند کل تعداد سوال ها را محاسبه کنید؟

سوال ۴- عددی را به اعداد ۵ و ۷ و ۸ تقسیم کرده ایم و باقی مانده ها به ترتیب ۲، ۵، ۷ و مجموع خارج قسمت ها برابر ۲۰ شده است، این عدد را مشخص کنید؟

سوال ۵- عددی ۲ رقمی داریم که مجموع ارقامش ۳ می باشد. اگر ۲ برابر این عدد را با برعکس عدد مورد نظر جمع کنیم حاصل برابر ۴۵ می شود این عدد را مشخص کنید؟

پاسخ: عدد ۲ رقمی مورد نظر را \overline{ab} در نظر بگیریم، معادله صورت سوال به صورت زیر خواهد بود.

$$a + b = 3 \quad \text{و} \quad 2(\overline{ab}) + \overline{ba} = 45 \rightarrow 2(10a + b) + 10b + a = 45 \rightarrow \dots$$

سوال ۶- به صورت و مخرج کسر $\frac{3}{5}$ چه عدد اضافه شود تا کسر $\frac{4}{5}$ حاصل شود؟

سوال ۷- اگر $4a - b = 2$ باشد حاصل عبارت $\frac{4^{2a}}{b-1}$ را بدست آورید؟

سوال ۸- اگر $A = \frac{x + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}}$ و $B = \frac{A + \frac{1}{A}}{A - \frac{1}{A}}$ مقدار عددی B به ازای $x = -\frac{1}{2}$ را بدست آورید؟

سوال ۹- اگر $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ باشد حاصل $\frac{abc}{(a+b-c)^3}$ را بدست آورید؟ (استفاده از خطی کردن متغیر)

پاسخ: با توجه به اینکه داریم $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ این نسبت ها با عددی مانند k برابر هستند در نتیجه:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \rightarrow a = 3k, b = 4k, c = 5k$$

در رابطه سوال جاگذاری کنیم:

سوال ۱۰- اگر $c = \frac{ab+2}{a-b}$ باشد، a بر حسب b و c کدام است؟ (استفاده از خطی کردن متغیری بر حسب دیگری)

$$\frac{cb+2}{b-c} \quad (1) \quad \frac{2-ac}{c-b} \quad (2) \quad \frac{cb+2}{b-c} \quad (3) \quad \frac{-2-cb}{b-c} \quad (4)$$

سوال ۱۱- اگر داشته باشیم $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟

$$\frac{x+y}{y} = \frac{9}{5} \quad (1) \quad \frac{x+3y}{x} = \frac{19}{4} \quad (2) \quad \frac{4x}{y-x} = \frac{4}{1} \quad (3) \quad \frac{x-y}{x} = -\frac{1}{5} \quad (4)$$

سوال ۱۱- ضریب عددی x^2 در عبارت زیر را مشخص کنید؟

$$(2x^3 - 2x^2 + 2x + 1)(x^2 + x + 1)$$

پاسخ: برای بدست آوردن ضریب نیاز است تا پیرانتز اول را در دومی توزیع کنیم ولی این کار زمان بر است به جای آن فقط جملاتی را که توان x در آن ها برابر ۲ است، ضرب می کنیم یعنی فقط ضرب هایی که x^2 تولید می کند.

$$(-2x^2)(+1) + (+2x)(+x) + (+1)(+x^2) = -2x^2 + 2x^2 + x^2 = x^2$$

سوال ۱۲- در عبارت $(2a+b)(3b+2c)(2a+4c)$ ضریب عددی abc را مشخص کنید؟

$$(2a)(3b)(4c) + (b)(2c)(2a)$$

سوال ۱۳- جمله ثابت عبارت زیر را مشخص کنید؟

$$(x+2)(x+3)(x+4) - (x+5)(x+6)$$

$$(+2)(+3)(+4) - (+5)(+6) = 24 - 30 = -6$$

سوال ۱۴ - مجموع ضرایب در عبارت $(x+1)(x+2)(2x+3)(3x+4)(3x+5)$ را بدست آورید؟

$$(1+1)(1+2)(2+3)(3+4)(3+5) = (2)(3)(5)(7)(8) = 1680$$

سوال ۱۵ - درجه چند جمله ای $(2x^2+1)^4 + (5x^6-2x-1)^3$ را مشخص کنید؟

پاسخ: از بزرگترین درجه n در هر یک از پرانتزها کمک می گیریم

$$(x^2)^4 + (x^6)^3 = x^{12} + x^{18} \rightarrow x^{18}$$

سوال ۱۶ - اگر x و y معکوس یکدیگر باشند و $x^5y^4 - x^4y^5 = 10$ باشد، حاصل $(x-y)^3$ را پیدا کنید؟

پاسخ: از ۲ مفهوم استفاده می کنیم: حاصلضرب معکوس دو عدد و فاکتور گیری

سوال ۱۷ - اگر $4a+3b=6$ و $3a+4b=8$ باشد، در این صورت حاصل $(6a+6b)^2$ را بدست آورید؟

نکته: $(na+nb)^2 = n^2(a+b)^2$

سوال ۱۸ - اگر $a+b=3$ و $ab=2$ در این صورت حاصل $\frac{a^2+b^2}{2ab}$ را بدست آورید؟

نکته: در رابط با حل سوالات اتحاد وقتی از توان دوم (مربع یک عبارت) بحث شده فرمول های زیر کار گشاست.

$$1) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \quad 2) a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

$$3) (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \quad 4) (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

سوال ۱۹ - اگر $x^2 + y^2 = 2xy$ حاصل $\frac{x^2 + y^2}{3x^2 - y^2}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: در سوال جایگذاری میکنیم $x^2 + y^2 - 2xy = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x-y=0 \rightarrow x=y$

سوال ۲۰ - مجموع ۲ عدد ۱۰ و حاصلضرب آن ها ۲۱ می باشد، مجموع مربعات آن ها را بدست آورید؟

پاسخ: اگر a و b دو عدد مورد نظر باشند از اتحاد مربع به جواب می رسیم.

سوال ۲۱ - اگر $a+b=2$ و $ab=-35$ باشد a^2+b^2 کدام گزینه است؟ (نمونه دولتی)

(۱) ۳۳ (۲) -۷۰ (۳) ۷۴ (۴) ۷۰

سوال ۲۲- مجموع مربع عددی با ۴ برابر مربع عدد دیگر، مساوی ۴ برابر حاصلضرب همان دو عدد است. نسبت عدد اول به عدد دوم کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سوال ۲۳- کمترین مقدار عبارت $k^2 + 10k + 32$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۳۲ (۴) ۲۲

پاسخ: در جمع مخصوصا وقتی توان زوج داریم هرچه قدر توان دوم به صفر نزدیک تر، باشد، مقدار کم تر می شود.

راهنمایی: اگر کل عبارت را به کمک اتحاد مربع بنویسیم به نتیجه خواهیم رسید.

$$k^2 + 10k + 32 = (k + 5)^2 + 7$$

بنابراین عبارت توان دوم می تواند صفر باشد تا مجموع به کمترین مقدار برسد یعنی ۷

نکته: حل رادیکال های مرکب نوع دوم به شکل $\sqrt{a + \sqrt{b}}$

به کمک اتحاد مربع می توانیم این رادیکال را پاسخ دهیم و برای کسر هایی که دارای چنین مخرج هایی یعنی رادیکال مرکب هستند به رادیکال ساده تبدیل کنیم و سپس گویا کنیم.

سوال ۲۴- حاصل عبارت $\sqrt{3} - \sqrt{8}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $1 - \sqrt{2}$ (۳) $3 - 2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2} - 3$

$$\sqrt{3} - \sqrt{8} = \sqrt{2 - 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

پاسخ

سوال ۲۵- حاصل $\sqrt{7} - \sqrt{48}$ را به صورت رادیکال ساده بدست آورید؟

سوال ۲۶- بررسی کنید که رادیکال ساده عبارت $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ آیا برابر با $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ می باشد؟

سوال ۲۷- اگر $\frac{x^2 + 1}{x} = 3$ حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید؟

سوال ۲۸- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ حاصل $x^4 + x^{-4}$ را بدست آورید؟

سوال ۲۹- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد حاصل $x - \frac{1}{x}$ را بدست آورید؟ ($x > 1$)

پاسخ: از فرمول رو به رو استفاده می کنیم.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

سوال ۳۰- اگر $x + y = 10$ و $xy = 21$ باشد، حاصل $x - y$ را بدست آورید؟

پاسخ: از فرمول سوال قبل استفاده شود.

سوال ۳۱- اگر $x + y = 10$ و $xy = 21$ باشد، حاصل $x^4 + y^4$ را بدست آورید؟

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = ((x+y)^2 - 2xy)^2 - 2(xy)^2 =$$

سوال ۳۲- اگر $x + y = 10$ و $xy = 21$ باشد، حاصل $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ را بدست آورید؟

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = (x + y) + 2\sqrt{xy}$$

سوال ۳۳- مقدار هر یک از عبارتهای زیر را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای بدست آورید؟

$$53^2 =$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2(100)(1) + 1 = 10000 - 199 = 9801$$

$$998^2 =$$

سوال ۳۴- اگر $0 < a < 1$ باشد حاصل $\sqrt{a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}}$ را مشخص کنید؟

سوال ۳۵- مجموع ۲ عدد c و تفاضل آنها برابر با d می باشد حاصل تفاضل مربع این ۲ عدد را بدست آورید؟

پاسخ: ۲ عدد a و b را در نظر بگیریم در این صورت داریم:

$$a+b=c \quad \text{و} \quad a-b=d \rightarrow \underbrace{(a+b)}_c \underbrace{(a-b)}_d = a^2 - b^2 = cd$$

سوال ۳۶- اگر $A = x + 2$ و $B = x - 2$ باشد حاصل عبارت $A^2 - B^2$ برابر است با:

از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) = (x+2+x-2)(x+2-(x-2)) =$$

سوال ۳۷- حاصل عبارت $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 100^2 - 101^2 + 102^2$ را بدست آورید؟

پاسخ: اگر جملات را دو به دو تفکیک کنیم می توانیم از اتحاد مزدوج کمک بگیریم.

سوال ۳۸- حاصل عبارت $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right)\left(1 - \frac{1}{6^2}\right)$ را بدست آورید؟

پاسخ $\frac{7}{12}$

سوال ۳۹- اگر $x = 20$ و $y = 19$ باشد، مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید؟

$$x^{16} - (x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(x^8+y^8)$$

پاسخ: از اتحاد مزدوج و اینکه $x - y = 1$ است استفاده می کنیم.

نکته: برای مجموع مربع سه عدد رابطه زیر را به یاد داشته باشیم

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc)$$

سوال ۴۰- اگر $(a+b)x^{(a-2)}y^{(2a-b)} + x$ عبارتی یک جمله ای باشد، برای مقدار ضریب x کدام عدد ممکن است ضریب عددی است که در انتهای عملیات پشت متغیر می نشیند؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۹/۵ (۴) ۱۰

سوال ۴۱- ساده شده ی عبارت تعریف شده ی زیر کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$\frac{(2x^2 + x^2 + 2x)(x^2 + x)}{x(2 + 2x)}$$

$$x^2 + \frac{x}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{x^3 + x^2}{2} + x \quad (۳)$$

$$\frac{x^3}{2} + x^2 + x \quad (۲)$$

$$x^3 + x^2 + x \quad (۱)$$

سوال ۴۲- اگر $a - b = -8$ و $b^2 - a^2 = 72$ باشد، $a^2 + b^2$ کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

۷۲/۵ (۴)

۶۴/۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۴ (۱)

سوال ۴۳- به ازای کدام مقادیر x نامعادله های زیر همواره برقرار است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$3x - 6 \leq x - 3 \leq -3x - 4$$

$$x \leq -\frac{1}{4} \quad (۴) \quad x \leq \frac{3}{2} \quad (۳) \quad -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{1}{4} \quad (۲) \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \quad (۱)$$

سوال ۴۴- اگر $ab < 0$. یا $b < 0$ باشد، آنگاه کدام مورد قطعا درست است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$b^2 + 1 < a^2 \quad (۱) \quad b^2 < a^2 + 1 \quad (۲) \quad b^2 < a^2 + 1 \quad (۳) \quad b^2 + 1 < a^2 \quad (۴)$$

سوال ۴۵- اگر $c > d > 0$ و $a < b < 0$ و هر چهار تا عددی صحیح باشند، کدام یک از نامساوی های زیر برقرار است؟

(قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$c^2 - d^2 > a^2 - b^2 \quad (۴) \quad \frac{c+d}{ac-dc} > 0 \quad (۳) \quad ad > b^2 \quad (۲) \quad \frac{c+2d}{ac} > \frac{a+c}{dc} \quad (۱)$$

سوال ۴۶- مجموع مربعات دو عدد طبیعی، از مزبج مجموع دو عدد ۴۲۰ واحد کمتر است، کدام گزینه ممکن است تفاضل

این دو عدد باشد؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$21 \quad (۱) \quad 23 \quad (۲) \quad 25 \quad (۳) \quad 27 \quad (۴)$$

سوال ۴۷- در صورتی که درجه چند جمله ای رو به رو نسبت به x و y برابر ۴ باشد، a حتما... $x^2y + x^2y + x^5y^{(a-1)}$

(قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

(۱) برابر صفر است (۲) برابر یک است (۳) برابر دو است (۴) عددی ناممکن است، یعنی عبارت بالا چند جمله ای نمی شود

سوال ۴۸- اگر عبارت زیر یک اتحاد باشد حاصل $\frac{a+b}{c+f+d}$ کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$(ax^2 + b)^2 = cx^4 + 5x^3 + ax^b + dx^2 + f$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۱) \quad 1 \quad (۲) \quad -1 \quad (۳) \quad -2 \quad (۴)$$

سوال ۴۹- کدام یک از عبارات های زیر در تجزیه $x^5 + 6x^4 + 5x^3$ وجود ندارد؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$x \quad (۱) \quad x+3 \quad (۲) \quad x+1 \quad (۳) \quad x+5 \quad (۴)$$

سوال ۵۰- در تجزیه عبارت $x^2 + 5z^2 - y^2 + 6xz + 4yz$ کدام عامل وجود دارد؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

$$x - y - z \quad (۱) \quad x + y + z \quad (۲) \quad x + y - z \quad (۳) \quad x - y + z \quad (۴)$$

سوال ۵۱- اگر $x - y = 3$ و $z + x = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت $yz - xy + y^2 - xz$ برابر با کدام گزینه است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۸)

-۲(۱) -۴(۲) -۶(۳) -۸(۴)

محمد جعفری دبیر ریاضی تیزهوشان خراسان شمالی