

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: **@riazishno**

جزوه فصل ۴ ریاضی نهم

خانه ریاضی اشنویه

نمونه سؤالات امتحانی، نکات درسی، حل تمرینات کتاب درسی، مطالب مفید و متنوع

برای دانش آموزان پایه های ششم، هفتم، هشتم و نهم

تلگرام **@riazishno**

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴۷۱۱۶۰۳۲

تدریس خصوصی و گروهی ریاضی ابتدایی و متوسطه

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) | کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید

توان صحیح

در سال‌های گذشته با توان‌های طبیعی یک عدد آشنا شده‌اید؛ به طور مثال می‌دانید:

$$2^3=8 \quad \text{و} \quad (-5)^2=25 \quad \text{و} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256} \quad \text{و} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^5=\frac{-1}{32}$$

نکته ۱: هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر (یک) می‌شود.

$$a^0=1 \quad \text{مانند:}$$

توان منفی اعداد: اگر عددی توان منفی داشته باشد پایه را معکوس می‌کنیم تا به توان مثبت تبدیل شود.

به طور کلی اگر a یک عدد غیر صفر باشد و n یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right) \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^4 = 81$$

اگر توان منفی باشد پایه را معکوس تا به توان مثبت تبدیل شود

توان مثبت

مثال حاصل هر عبارت را به صورت یک عدد توان دار با توان طبیعی بنویسید.

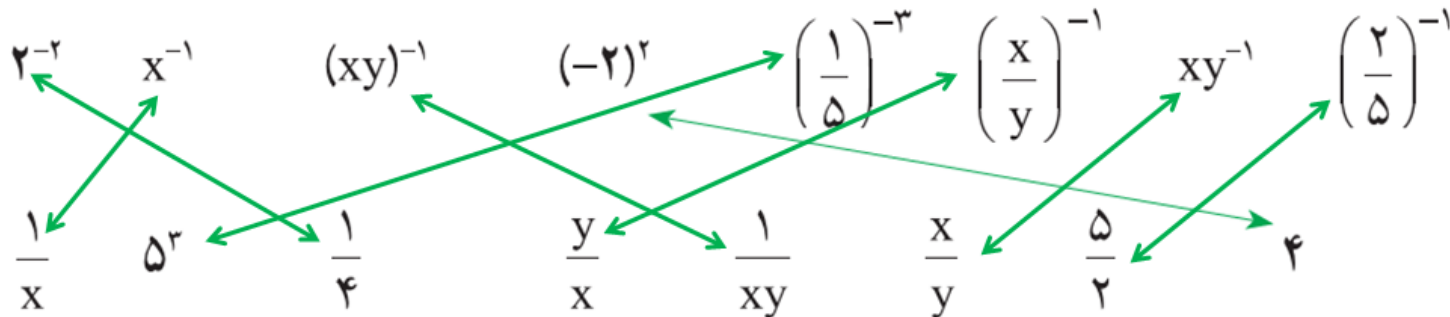
$$5^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 \quad (-4)^{-2} = \left(-\frac{1}{4}\right)^2$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \quad \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{3}\right)^3$$

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) | کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

عبارت‌های برابر را مانند نمونه به هم وصل کنید: $(x \neq 0, y \neq 0)$



مثال

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$(2^2)^{-3} = 2^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \quad -6^{-2} = -\left(\frac{1}{6}\right)^2 = -\frac{1}{36}$$

$$-(-6)^{-2} = -\frac{1}{36} \quad \frac{1}{2^{-3}} + 5^{-1} - (-3)^{-2} = \frac{1}{\cancel{2^{-3}}} + \cancel{5^{-1}} - \frac{1}{\cancel{(-3)^{-2}}} = \frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{9} = \frac{73}{72}$$

کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) |

مقایسه کردن اعداد توان دار

برای مقایسه کردن اعداد توان دار باید پایه ها یا توان ها را برابر کنیم سپس اعداد را مقایسه کنیم.

مثال

هر دسته از اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\text{ب) } 9^3, 3^2, 16^3, 4^5$$

$$27^2, 3^2, 64^2, 32^2$$

$$3^2 < 9^3 < 4^5 < 16^3$$

اعداد را با توان ۲ مرتب می کنیم

$$\text{الف) } 3^{3^2}, 9^5, 27, (3^3)^2$$

$$3^9, 3^{10}, 3^3, 3^6$$

$$27 < (3^3)^2 < 3^{3^2} < 9^5$$

اعداد را با پایه ۳ مرتب می کنیم

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

اعداد زیر را مقایسه کنید. ($<=>$)

$$0./2^7 < 0./2^3 \quad 6^{-5} < 6^{-2} \quad (-3)^4 > (-2)^4$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^5 > \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \quad (-2)^4 > (-2)^2 \quad 3/5^7 > 2/5^7$$

نکته ۱: اگر در مقایسه کردن اعداد توان دار امکان برابر کردن پایه یا توان وجود نداشت مقدار هر عدد را به دست آورده سپس مقایسه می کنیم

مثال

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\cancel{(-2)^3}, \cancel{(-1)^{27}}, \cancel{2000}, \cancel{3^{-2}}, \cancel{2^{-3}}, \cancel{\frac{1}{8}}$$

$$(-2)^3 < (-1)^{27} < 3^{-2} < 2^{-3} < 2000$$

ضرب و تقسیم اعداد توان دار

ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی

یکی از پایه ها را نوشته توان ها را با هم جمع می کنیم

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad 3^8 \times 3^2 = 3^{10} \quad \text{مانند:}$$

ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی

یکی از توان ها را نوشته پایه ها را در هم ضرب می کنیم

$$a^m \times b^m = (ab)^m \quad 8^6 \times (1/5)^6 = 12^6 \quad \text{مانند:}$$

تقسیم اعداد توان دار

تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی

یکی از پایه ها را نوشته توان ها را از هم کم می کنیم

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad ۱۲^۷ \div ۱۲^۵ = ۱۲^۲$$

تقسیم اعداد توان دار با توان های مساوی

یکی از توان ها را نوشته پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad ۲۴^۸ \div ۶^۸ = ۴^۸$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۱: اگر در اعداد توان دار هم پایه و هم توان مساوی باشند به دو صورت می توان جواب داد. **مانند:**

$$۷^۲ \times ۷^۲ = ۷^۴ \text{ یا } ۴۹^۲ \quad ۵^۷ \div ۵^۷ = ۵^۰ \text{ یا } ۱^۷$$

نکته ۲: اگر در اعداد توان دار نه پایه و نه توان مساوی باشند اعداد پایه را تجزیه می کنیم. **مانند:**

$$۲۷ \times ۹^۳ = ۳^۳ \times (۳^۲)^۳ = ۳^۹$$

تجزیه تجزیه

نکته ۳: اگر عدد توان دار داخل پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد توان ها ضرب ولی اگر داخل پرانتز نباشد توان ها ضرب نمی شود بلکه عبارت بالا را جواب می دهیم. **مانند:**

$$(۴^۲)^۳ = ۴^۶ \quad ۴^{۲۳} = ۴^۸ \leftarrow ۲^۳ = ۸$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۴: اگر در اعداد توان دار اعداد پایه مثل هم باشند و بین آن ها علامت جمع باشد جمع را به ضرب تبدیل می کنیم.

$$4^7 + 4^7 = 4^7 \times \overset{\text{تعداد}}{2} = \overset{214}{\cancel{(2^2)^7}} \times 2 = 2^{15} \quad \text{مانند:}$$

تجزیه

نکته ۵: کلیه ی نکات و قوانین اعداد توان دار برای توان های منفی نیز صدق می کند.

$$(4^{-2})^3 = 4^{-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^6 \quad \text{مانند:}$$
$$3^9 \times 3^{-3} = 3^6 \quad 7^{-4} \div 7^{-2} = 7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

حاصل هر عبارت را به صورت یک عدد توان دار طبیعی بنویسید.

$$2^{-7} \times 2^2 \times \frac{2^3}{8} = 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$3^{-5} \times \frac{9^2}{27} \div \frac{27}{3} = 3^{-1} \div 3^3 = 3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$\frac{4^{-3} \times 12^{-2} \times 3^{-3}}{12^{-3} \times 12^{-2}} = 12^{-5} = \left(\frac{1}{12}\right)^5$$

$$\frac{a^{-3} \times b^1 \times c^2}{a^2 \times b^3 \times c^5} = \frac{b^1 \times b^{-3} \times b^5}{a^2 \times a^3 \times c^5 \times c^{-2}} = \left(\frac{b}{ac}\right)^5$$

$$\frac{12^1 \times (3^4)^3 \times 12^2}{(3^2)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}} = \frac{12^3 \times 3^{12}}{3^6 \times 3^4} = \frac{12^3 \times 3^{12}}{3^{10}} = 3^2$$

معادلات توانی

در این گونه معادلات برای پیدا کردن مقدار x دو طرف تساوی را طوری تغییر می دهیم تا پایه ها مساوی به وجود آید سپس با توان ها یک معادله می سازیم و آن را حل می کنیم.

مثال در یک از معادله های زیر مقدار x را به دست آورید.

$$5^x \div 5^3 = 5^4$$

$$x - 3 = 4$$

$$x = 7$$

$$49^x \times 7^{3^2} = (7^3)^5$$

$$7^{2x} \times 7^9 = 7^{15}$$

$$2x + 9 = 15 \Rightarrow x = 3$$

$$3^x + 3^x + 3^x = 81$$

$$3^x \times 3^1 = 3^4$$

$$x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$2^{6x+3} + 2^{x+6} = 8^{2x+15}$$

$$2^{6x+3} + 2^{2x+12} = 2^{6x+45}$$

$$6x + 3 + 2x + 12 = 6x + 45$$

$$x = 15$$

نماد علمی

هر گاه بخواهیم یک عدد خیلی بزرگ یا یک عدد خیلی کوچک را به صورت مختصر نمایش دهیم آن را به صورت ضرب یک عدد اعشاری بین ۱ تا ۱۰ با توان عدد ۱۰ نمایش می دهیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و n عددی صحیح است.

نکته ۱ : اگر ممیز را به سمت راست منقل کنیم با توان منفی و اگر به سمت چپ منقل کنیم با توان مثبت نمایش می دهیم.

نکته ۲ : عددی که ممیز ندارد ممیز را آخر عدد (سمت راست) می گذاریم.

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

حاصل عبارتهای زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$۱۷۸۰۰۰۰۰۰۰ = ۱/۷۸ \times ۱۰^۹ \quad ۰/۰۰۰۰۰۰۰۱۳۲ = ۱/۳۲ \times ۱۰^{-۷}$$

$$۰/۰۰۵۲ \times ۳۴۰۰۰ = \underline{۵/۲} \times \underline{۱۰^{-۳}} \times \underline{۳/۴} \times \underline{۱۰^۴} =$$

$$۱۷/۶۸ \times ۱۰^۱ = ۱/۷۶۸ \times ۱۰^۱ \times ۱۰^۱ = ۱/۷۶۸ \times ۱۰^۲$$

$$۸۸۷/۸ \times ۱۰^۴ = ۸/۸۷۸ \times ۱۰^۲ \times ۱۰^۴ = ۸/۸۷۸ \times ۱۰^۶$$

$$۹۸۷ \times ۱۰^{-۹} = ۹/۸۷ \times ۱۰^۲ \times ۱۰^{-۹} = ۹/۸۷ \times ۱۰^{-۷}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

اگر $a = 0.003$ و $b = 6 \times 10^{-5}$ باشد. حاصل $\frac{a}{b}$ را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$\frac{a}{b} = \frac{0.003}{6 \times 10^{-5}} = \frac{3 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-5}} = \frac{1}{2} \times 10^2$$

مثال

جرم زمین تقریباً 6×10^{24} کیلو گرم و جرم خورشید تقریباً 2×10^3 کیلو گرم است. جرم خورشید چند برابر جرم زمین است.

یعنی تقسیم

$$\frac{2 \times 10^3}{6 \times 10^{24}} = \frac{1}{3} \times 10^{-21}$$

مثال

جرم الکترون تقریباً $9/2 \times 10^{-25}$ گرم است. جرم یک دانش آموز 46 کیلو گرمی چند برابر جرم یک الکترون است.

$$\frac{46000}{9/2 \times 10^{-25}} = \frac{4/6 \times 10^4}{9/2 \times 10^{-25}} = 0.5 \times 10^{29}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

اعداد زیر را مقایسه کنید.

$$\frac{2}{47} \times 10^9 < \frac{7}{58} \times 10^9 < \frac{75}{8} \times 10^1 < \frac{4}{5} \times 10^{-10} > \frac{22}{2} \times 10^{-11} > \frac{2}{22} \times 10^{-10}$$

مثال

در هر جای خالی سه عدد بنویسید تا نامساوی برقرار باشد.

$$\frac{3}{5} \times 10^{\circ} > \frac{3}{5} \times 10^{-3} \quad \frac{7}{1} \times 10^{-2} > \frac{7}{1} \times 10^{\circ}$$

$$\{-2, -1, 0\} \quad \{-3, -4, -5\}$$

مثال

نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید.

$$\frac{6}{44} \times 10^7 = 64400000$$

$$\frac{5}{39} \times 10^{-6} = 0.00000539$$

ریشه گیری اعداد

به مثال های زیر دقت کنید :

$$4^2 = 16$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

ریشه دوم اعداد : هر عدد طبیعی دو ریشه دوم (جذر) دارد. (یکی مثبت

و دیگری منفی)

$$\sqrt{16} = 4$$

مثلا : عدد ۱۶ دو ریشه دارد (۴ و -۴)

$$-\sqrt{16} = -4$$

نکته ۱ : اعداد منفی جذر (ریشه دوم) ندارند.

چون حاصل ضرب دو عدد مثل هم هیچ وقت منفی نمی شود

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی مثبت باشد، \sqrt{b} و $-\sqrt{b}$ را ریشه‌های دوم b می‌نامند. همان‌طور که می‌دانید عددهای منفی ریشه‌ی دوم ندارند.

به مثال‌های زیر دقت کنید :

$$3^3 = 27 \quad (-4)^3 = -64 \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125}$$

ریشه سوم اعداد : هر عدد صحیح (چه مثبت و چه منفی) یک ریشه سوم دارد.

$$\sqrt[3]{-64} = -4 \quad \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3} \quad \text{مانند :}$$

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی باشد، ریشه سوم آن را با $\sqrt[3]{b}$ نمایش می‌دهیم.
هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد. به عدد 3 فرجه رادیکال گفته می‌شود.

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

الف) ریشه دوم اعداد زیر را بنویسید.

$$۳۶ \quad (۶, -۶) \quad ۲۱ \quad (\sqrt{۲۱}, -\sqrt{۲۱}) \quad ۰/۰۴ \quad (۰/۲, -۰/۲)$$

ب) ریشه سوم اعداد زیر را بنویسید.

$$۱۲۵ \quad (۵) \quad -\frac{۱}{۸} \quad \left(-\frac{۱}{۲}\right) \quad ۰/۰۰۸ \quad (۰/۲)$$

مثال

حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$-\sqrt{۲/۲۵} = -۱/۵$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{۱۸۱}}{۹}} = ۳$$

$$\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲۷}} = -\frac{۱}{۳}$$

$$۲\sqrt[۳]{\frac{\cancel{-۶۴}}{۸}} = ۲ \times -۴ = -۸$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۱ : به طور کلی با توجه به مفهوم قدر مطلق می توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

با توجه به مفهوم قدر مطلق حاصل هر عبارت را به دست آورید.

مثال

$$\sqrt{\left(-2 - \frac{3}{5}\right)^2} = \left|-2 - \frac{3}{5}\right| = \left|-\frac{13}{5}\right| = \frac{13}{5}$$

$$\sqrt{\left(3\sqrt{5} - 6\right)^2} = \left|3\sqrt{5} - 6\right| = 3\sqrt{5} - 6$$

در هر قسمت حاصل را به ساده ترین صورت بنویسید.

مثال

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} \xrightarrow{x < 0, y > 0} |x| + |y| = -x + y$$

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} \xrightarrow{x < 0, y < 0} |x| - |y| = -x - (-y) = x + y$$

ضرب و تقسیم رادیکال ها

هر گاه دو رادیکال با ریشه (فرجه) مساوی باشند. می توان آن رادیکال ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد.

یعنی برای هر دو عدد a و b داریم : ($b \neq 0$)

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad , \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad , \quad \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6 \qquad \sqrt{40} \div \sqrt{10} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{-0.4} \times \sqrt[3]{0.16} = \sqrt[3]{-0.64} = -0.4 \frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{-9}} = -2$$

$$\frac{\sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{216} = 6 \qquad \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{9}}{\sqrt{4} \times \sqrt{12} \times \sqrt{8}} = \frac{9}{4}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۱: در ضرب و تقسیم رادیکال‌ها اگر عددی پشت رادیکال باشد ابتدا قسمت صحیح را محاسبه کرده سپس رادیکال‌ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌کنیم.

مثال
حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$-3\sqrt{8} \times 2\sqrt{2} = -6\sqrt{16} = -6 \times 4 = -24$$

$$8\sqrt[3]{54} \div 2\sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{27} = 4 \times 3 = 12$$

$$4\sqrt[3]{a^4b^2} \times (-2\sqrt[3]{a^2b}) = -8\sqrt[3]{a^6b^3} = -8a^2b$$

توان را بر فرجه تقسیم می‌کنیم

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

مثال

حاصل اعداد سطر اول را به جواب درست در سطر دوم وصل کنید.

مثال

جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\sqrt[3]{\frac{-125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{-125}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{-5}{2}$$

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{64} = 4$$

مثال

بین دو عدد علامت ($<=>$) قرار دهید.

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \odot \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} = \frac{-3}{2}$$

$$-9 \odot \sqrt{(-9)^2}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۲: اگر یک ضلع مکعب a باشد. رابطه های زیر در یک مکعب برقرار است:

$$6a^2 = \text{مساحت کل مکعب} \quad 4a^2 = \text{مساحت جانبی مکعب} \quad a^3 = \text{حجم مکعب}$$

مثال: اگر حجم یک مکعب ۲۷ باشد. مساحت کل آن چقدر است.

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad 6a^2 = 6 \times (3)^2 = 54$$

مثال: اگر مساحت کل یک مکعب $150a^2$ باشد. حجم آن چقدر است.

$$150a^2 \div 6 = 25a^2 \quad \text{مساحت یک وجه}$$

$$\sqrt{25a^2} = 5a \quad \text{یک ضلع مکعب}$$

$$(5a)^3 = 125a^3 \quad \text{حجم مکعب}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۳: در بعضی از رادیکال ها عدد داده شده ریشه دوم یا ریشه سوم ندارد. آن عدد را به صورت **حاصل ضربی** نوشته که یکی از اعداد ریشه دوم یا ریشه سوم داشته باشد.

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

ریشه دوم

مانند:

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

مثال

$$\sqrt[3]{-250} = \sqrt[3]{2 \times -125} = -5\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{88} = \sqrt[3]{8 \times 11} = 2\sqrt[3]{11}$$

$$\sqrt{9^3} = \sqrt{(3^2)^3} = \sqrt{3^6} = 3^2 = 9 \quad \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$$

جمع و تفریق رادیکال ها

اگر قسمت رادیکالی دو عبارت بعد از ساده کردن شبیه هم باشد می توان همانند عبارت های جبری با هم جمع و تفریق کرد.

مثال حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\underline{-5\sqrt{2}} + \underline{1\sqrt{5}} + \underline{3\sqrt{2}} + \underline{4\sqrt{5}} = \underline{-2\sqrt{2}} + \underline{5\sqrt{5}}$$

$$\underline{3\sqrt{3}} - \underline{2\sqrt{3}} - \underline{6\sqrt{3}} + \underline{4\sqrt{3}} = \underline{7\sqrt{3}} - \underline{8\sqrt{3}}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۱: در جمع و تفریق رادیکال‌ها حتی اگر دارای فرجه یکسان باشند نمی‌توان آن‌ها را زیر یک رادیکال برد.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b} \qquad \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \neq \sqrt[3]{a+b}$$

نکته ۲: در جمع و تفریق رادیکال‌ها ابتدا زیر رادیکال را جواب می‌دهیم سپس جذر می‌گیریم.

در جای خالی علامت ($<=>$) قرار دهید.

مثال

$$\sqrt[5]{\cancel{\sqrt{2+3}}} \quad (<) \quad \sqrt{2} + \sqrt{3} \qquad \sqrt[3]{\cancel{\sqrt[3]{117}}} \quad (=) \quad \sqrt[3]{\cancel{\sqrt[3]{117}}} - 2^2$$

ساده کردن عبارتهای رادیکالی

در صورتی که عدد زیر رادیکال توان دوم یا سوم هیچ عددی نباشد آن عدد را به صورت حاصل ضرب دو عدد می نویسیم به صورتی که یکی از اعداد توان دوم یا سوم داشته باشد.

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

مثال

$$\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{200} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{28} - 4\sqrt{63} + \sqrt{700} = 6\sqrt{7} - 12\sqrt{7} + 10\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{98} + 2\sqrt[3]{54} + 6\sqrt{62} - 3\sqrt[3]{128} = \underline{21\sqrt{2}} + \underline{6\sqrt[3]{2}} + \underline{54\sqrt{2}} - \underline{12\sqrt[3]{2}} = 75\sqrt{2} - 6\sqrt[3]{2}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۱: در بعضی از حاصل رادیکال ها لازم است از اتحاد کمک گرفت:

$$\text{اتحاد مربع دو جمله ای} = \begin{cases} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases}$$

$$\text{اتحاد مزدوج} = (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

مثال

$$\sqrt{24}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \sqrt{144} + \sqrt{48} = 12 + 4\sqrt{3}$$

$$\text{اتحاد مربع} \quad (2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = \cancel{(2\sqrt{5})^2} - 2(2\sqrt{5})(\sqrt{3}) + \cancel{(\sqrt{3})^2} = -4\sqrt{15} + 23$$

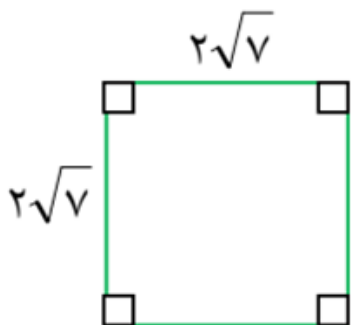
$$\text{اتحاد مزدوج} \quad (2\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2 = 12 - 7 = 5$$

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) | کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

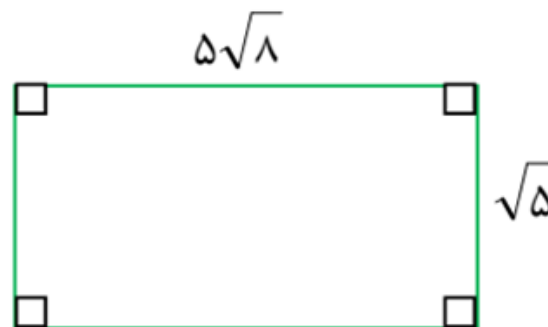
مثال

مساحت و محیط شکل های زیر را به دست آورید.



$$S = 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 28$$

$$P = 2\sqrt{7} \times 4 = 8\sqrt{7}$$



$$S = 5\sqrt{8} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{40} = 10\sqrt{10}$$

$$P = (5\sqrt{8} + \sqrt{5}) \times 2 = 10\sqrt{8} + 2\sqrt{5}$$

طول \times عرض = مساحت مستطیل یک ضلع \times خودش = مساحت مربع

$2 \times (\text{طول} + \text{عرض}) =$ محیط مستطیل $4 \times$ یک ضلع = محیط مربع

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) | کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید

گویا کردن مخرج کسرها

برای ساده کردن عبارت رادیکالی گاهی لازم است مخرج را از حالت رادیکال خارج کنیم. برای این کار **صورت و مخرج** را در **عددی ضرب** می کنیم تا مخرج از حالت رادیکالی خارج شود.

نکته ۱: اگر مخرج کسر **ریشه دوم** داشته باشد. صورت و مخرج را در همان **عدد مخرج ضرب** می کنیم.

مثال مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

$$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7} \quad \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: @riazishno

نکته ۲: اگر مخرج کسر ریشه سوم داشته باشد. صورت و مخرج را در ریشه سوم همان مخرج البته با این تفاوت که توان و ریشه برابر شوند.

نکته ۳: اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[m]{a^n}$ با شرط $(m > n)$ باشد. صورت و

مخرج را در عدد $\sqrt[m]{a^{m-n}}$ ضرب می کنیم.

مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

مثال

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{11}{6}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{\sqrt{396}}{6}$$

$$\frac{5}{7\sqrt[3]{22}} = \frac{5}{7\sqrt[3]{22}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{2}}{14}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{3x^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{3x^2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2x}}{\sqrt[3]{3^2x}} = \frac{2\sqrt[3]{9x}}{3x}$$

خانه ریاضی اشنویه تلگرام: **@riazishno**

خانه ریاضی اشنویه

نمونه سؤالات امتحانی، نکات درسی، حل تمرینات کتاب درسی، مطالب مفید و متنوع

برای دانش آموزان پایه های ششم، هفتم، هشتم و نهم

تلگرام **@riazishno**

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴۷۱۱۶۰۳۲

تدریس خصوصی و گروهی ریاضی ابتدایی و متوسطه

زکات علم، انتشار آن است (حاجی زاده) | کانال تلگرامی ما را به دیگران معرفی کنید