اصول اقلیدسی

۱- از یک نقطه بینهایت خط راست می گذرد.
۲- بر هر دو نقطه ی متمایز فقط یک خط راست می گذرد.
۳- از یک نقطه و شعاع معین فقط یک دایره می توان رسم کرد.
۴- از هر نقطه خارج یک خط فقط می توان یک خط با آن موازی رسم کرد.
۵- از یک نقطه خارج یک خط فقط می توان بر آن عمود کرد.

استدلال و انواع آن

به عمل دلیل آوردن برای اثبات یک جمله استدلال می گویند که بر دو نوع است:

الف:استدلالی است که بر اساس تعداد محدودی مشاهده ما را به یک نتیجه کلی می رساند.

ب)استدلالی که بر اساس حقایق درست پذیرفته شده ما را به یک نتیجه کلی می رساند.

تعریف : هر جمله ی درست که قبول درستی آن به برهان نیاز داشته باشد قضیه نام دارد که معمولا از دو بخش تشکیل شده است:

۱- فرض : که درستی آن را قبول داریم
۲- حکم : که باید درستی آن را نتیجه بگیریم

مثال : در هر مثلث متساوی الساقین دو زاویه ی مجاور به قاعده با هم برابرند.

فرض: دو مثلث متساوی الساقین حکم: دو زاویه ی مجاور به قاعده با هم برابرند.

مثال : در مورد زیر فرض و حکم را تعیین کنید.

در هر مثلث قائم الزاویه مربع وتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر است.

نکته : بعد از مشخص شدن فرض و حکم مسئله دلایل پذیرفته شده را برای بیان درستی حکم ارائه می دهیم تا آن را ثابت کنیم. به این کار اثبات می گویند.

نکته : در برخی موارد دلایل ارائه شده برای اثبات حکم کاملا درست است ولی به مسئله مورد نظر مربوط نیست این استدلال غلط است.

نکته : وقتی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم اگر تمام ویژگی هایی که در استدلال خود به کار برده ایم در سایر اعضای مجموعه نیز باشد می توان درستی نتیجه ی بدست آمده را به همه ی اعضای آن مجموعه تعمیم داد.

برخی از نکات و تعاریف مهم هندسه

۱- حالت های عمومی هم نهشتی مثلث ها

الف) برابری دو ضلع و زاویه ی بین آن ها

ب)برابری دو زاویه و ضلع بین آن ها

پ) برابری سه ضلع

۲- هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.

۳- ویژگی نیمساز : هر نقطه روی نیمساز یک زاویه در نظر بگیریم از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

۴-دو زاویه که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد متمم و دو زاویه که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد مکمل اند.

۵- دو زاویه ی متقابل به راس با هم برابرند.

۶-اگر دو زاویه برابر باشند متمم ها و مکمل های آن ها نیز با هم برابرند.

۷-دو خط در صفحه سه وضعیت دارند : متقاطع – منطبق و موازی

۸-اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود یا موازی باشد بر دومی نیز عمود یا موازی است

۹-اگر خطی دو خط موازی را قطع کند روی آن ها ۸ زاویه درست می شود که زوایای کوچک با هم و زوایای بزرگ با هم برابرند.

۱۰-مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است.

۱۱-حالت های هم نهشتی دو مثلث قائم الزاویه

الف) برابری وتر و یک زاویه تند

ب) برابری وتر و یک ضلع

۱۲- در هر مثلث هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور آن برابر است.

۱۳- مجموع زوایای خارجی در هر مثلث برابر ۳۶۰ درجه است.

۱۴- میانه مثلث : پاره خطی است که از یک راس مثلث به وسط ضلع مقابل رسم شود.

۱۵-ارتفاع مثلث : پاره خطی است که از یک راس مثلث به ضلع مقابل عمود باشد.

۱۶-عمود منصف مثلث : خطی است که بر یک ضلع مثلث عمود بوده و آن را نصف می کند.

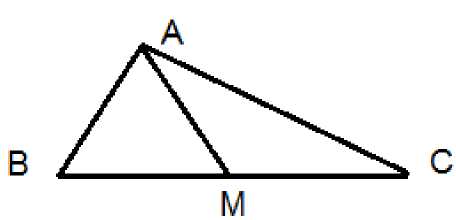
۱۷- هر میانه مثلث مساحت آن را نصف می کند.

۱۸- سه میانه مثلث از یک نقطه می گذرند و در آن نقطه یکدیگر را به نسبت یک به دو تقسیم می کنند.

۱۹- سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تبدیل می کنند.

۲۰- میانه ی وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه نصف وتر است.

۲۱- در مثلث ABC اگر AM میانه باشد داریم :



$$AB^{۲} + AC^{۲} = ۲AM^{۲} + \frac{BC^{۲}}{۲}$$

۲۲- در هر مثلث هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور به آن کوچک تر است.

۲۳- در هر مثلث هر میانه از مجموع دو میانه ی دیگر کوچک تر است پس می توانند یک مثلث تشکیل دهند که مساحتش $\frac{۳}{۴}$ مساحت مثلث اولیه است.

۲۴- نیمساز داخلی هر راس مثلث بر نیمساز زاویه ی خارجی همان راس عمود است.

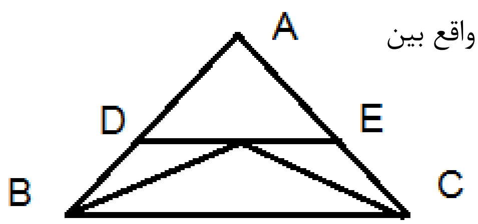
۲۵- زاویه ی بین دو نیمساز داخلی زوایای B و C در مثلث ABC برابر است با $۹۰ - \frac{A}{۲}$

۲۶- زاویه ی بین دو نیمساز خارجی زوایای B و C در مثلث ABC برابر است با $\frac{A}{۲} + ۹۰$

۲۷- در هر مثلث زاویه ی بین نیمساز و ارتفاع هر راس برابر است با نصف قدر مطلق تفاضل زاویه های دو راس دیگر

۲۸- هرگاه از نقطه ی تلاقی نیمسازهای داخلی دو راس خطی موازی با ضلع واقع بین

آن دو رسم کنیم تا اضلاع دیگر را قطع کند رابطه ی زیر برقرار است:



DE=DB+EC

۲۹- در هر مثلث نسبت اندازه ی هر دو ضلع برابر است با نسبت عکس ارتفاع های نظیر آن دو ضلع

نکات مهم در مورد مثلث :

۱-در یک مثلث هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک تر و از تفاضل شان بزرگ تر است

۲-اگر a,b,c اضلاع مثلث باشند و $a \geq b \geq c$ باشد آن گاه داریم :

ثلث محیط ≤ کوچک ترین ضلع مثلث < ۰   نصف محیط > بزرگ ترین ضلع ≤ ثلث محیط

۳-پاره خطی که وسطهای دو ضلع مثلثی را به هم وصل می کند با ضلع سوم موازی و نصف آن است.

این پاره خط ارتفاع و میانه و نیمساز نظیر راس مقابل را نیز نصف می کند.

۴-با وصل کردن اوساط اضلاع هر مثلث به هم مثلث به چهار مثلث هم نهشت تقسیم می شود.

۵-اگر P نصف محیط مثلث باشد . مساحت مثلث از رابطه ی $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ بدست می آید.

۶-مساحت مثلث متساوی الساقین با قاعده ی a و ساق b برابر است با : $\frac{۱}{۲}a\sqrt{b^{۲}-\frac{a^{۲}}{۴}}$

۷-در هر مثلث قائم الزاویه زاویه ی بین ارتفاع و میانه وارد بر وتر برابر است با قدر مطلق تفاضل دو زاویه ی تند

متوازی الاضلاع

چهار ضلعی است که هر دو ضلع ان موازی باشد . در متوازی الاضلاع فاصله ی هر دو ضلع مقابل به هم را ارتفاع می نامند.

ویژگی های متوازی الاضلاع

الف:در هر متوازی الضلاع اضلاع مقابل با هم برابرند.
ب:در هر متوازی الاضلاع ،زاویه ای مقابل برابرند، و هر دو زاویه ی مجاور به یک ضلع مکمل یکدیگرند. همچنین مجموع دو زاویه مجاور برابر ۱۸۰درجه است.
ج:در هر متوازی الا ضلاع قطر ها منصف یکدیگرند.
د:در هر متوازی الاضلاع نقطه تقاطع دو قطر مرکز تقارن ان شکل است.
ه:مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع وارد بر آن است.
ز:در هر متوازی الاضلاع نیمساز های داخلی دو به دو بر هم عمودند.

لوزی

لوزی متوزی الاضلاعی است که چهار ضلع آن با هم برابر باشند بنابر این لوزی کلیه ی ویژگیهای متوازی الاضلاع را دارد.
مساحت لوزی برابرست با نصف حاصلضرب دو قطر

کایت یا شبه لوزی

چهار ضلعی محدبی است که دارای دو جفت اضلاع مجاور مساوی با دو اندازه ی مختلف می باشد. در واقع کایت چهار ضلعی محدبی است که دارای دو قطر عمود بر هم می باشد.یکی از قطرها عمود منصف دیگری باشد .قطری که منصف قطر دیگر است محور تقارن کایت و همچنین نیمساز دو زاویه مقابل است.مساحت کایت مانند مساحت لوزی محاسبه می شود.

مستطیل

مستطیل متوازی الاضلاعی است که یک زاویه ی آن قائمه باشد بنابراین مستطیل کلیه ی ویژگیهای متوازی الاضلاع را دارد.
خطی که وسط دو ضلع مقابل را به هم وصل میکند محور تقارن مستطیل است بنابراین مربع کلیه ویژگیهای متوازی الاضلاع و لوزی را دارد.

مربع

مربع مستطیلی است که چهار ضلع آن با هم مساوی باشد یا می توان گفت مربع لوزی است که یک زاویه ی ان قائمه باشد.بنابراین مربع کلیه ی ویژگیهای متوازی الاضلاع ،مستطیل و لوزی را دارد.
*در هر مربع قطرها بر هم عمود و با هم برابر و هر کدام محور تقارن شکل هستند.
*مربع چهار محور تقارن دارد.
*مربع یک چهار ضلعی منتظم است و کلیه ویژگیهای چند ضلعی منتظم را داراست.
مساحت لوزی و مربع برابرست با مجذور یک ضلع

ذوزنقه

*هر چهار ضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشند ذوزنقه نامیده می شود. دو ضلع موازی را قاعده ها و دو ضلع غیر موازی را ساقها می نامند.اگر دو ساق ذوزنقه با هم مساوی باشند ذوزنقه را متساوی الساقین می نامند.آگر یکی از ساقها بر دو قاعده عمود باشد ذوزنقه را قائم الزاویه می نامند.
*در هر ذوزنقه دو زاویه مجاور بر هر ساق مکمل یکدیگرند.
*در هر ذوزنقه متساوی الساقین دو قطر و همچنین دو زاویه مجاور به هر قاعده با هم برابر هستند.
پاره خطی که دو سر آن وسط های دو ساق ذوزنقه باشد موازی دو قاعده ان ذوزنقه و اندازه ی آن برابر نصف مجموع اندازه های دو قاعده ی ذوزنقه است.

چند ضلعی منتظم : چند ضلعی که همه ی ضلع های آن ها با هم و همه ی زاویه های آن ها با هم برابر باشند منتظم نامیده می شوند.

هم نهشتی :

هم نهشتی مثلث ها در ۵ حالت اصلی بالا بررسی می شود ولی با ترکیب حالتهای بالا می توان یک حالت دیگر نیز به دست آورد.

برای تشخیص اینکه از کدام حالت باید استفاده کنیم باید ابتدا به قائمه بودن و اندازه ی ضلع وتر نگاه کنیم اگر وتر اندازه ی مشخصی داشته باشد می توانیم یکی از حالت های خاص مثلث قائم الزاویه را در نظر بگیریم . در غیر این صورت باید به سراغ حالت های اصلی بریم.

نکته : در حالت های اصلی ترتیب **ضلع و زاویه ی بین** باید رعایت شود.

نکته : در حالت های مثلث قائم الزاویه نمی توانیم از برابری زاویه ی قائمه استفاده کنیم.

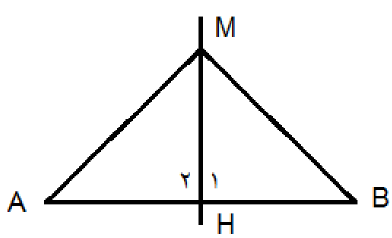
توضیح : اجزای فرعی از مهم ترین بخش های اثبات هم نهشتی دو مثلث است. از این اجزا می توانیم برای اثبات و حل بسیاری از مسائل هندسه استفاده کنیم.

مثال : ثابت کنید فاصله هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط مساوی است.

برای اثبات باید با استفاده از شکل عمود منصف و انتخاب دو مثلث مناسب و اثبات هم نهشتی آنها به اجزای فرعی برسیم که جواب سوال ما باشد.

یعنی اگر M نقطه ی دلخواه روی عمود منصف پاره خط AB باشد : MA=MB

$$\begin{cases} MH = MH \\ \widehat{H_1} = \widehat{H_2} \\ AH = HB \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\Delta}{MHA} = \overset{\Delta}{MHB} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} MA = MB$$



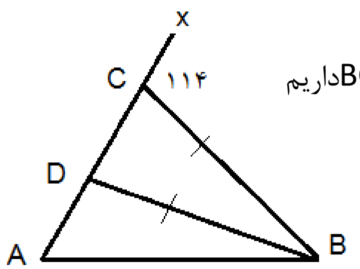
عکس قضیه بالا نیز درست است: اگر فاصله ی نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک اندازه باشد آن نقطه روی عمود منصف پاره خط واقع است.

مثال : در یک مثلث عمود منصف دو ضلع در نقطه ی O به هم رسیده اند. ثابت کنید عمود منصف ضلع سوم نیز از نقطه ی O می گذرد؟

نکته : نیمساز های مثلث در یک نقطه به هم خواهند رسید.

نکته : با توجه به چهار نوع مثلث (مختلف الاضلاع و قائم الزاویه و متساوی الساقین و متساوی الاضلاع) و همچنین توجه به ویژگی های آن ها می توانیم برخی از تست ها را حل کنیم . به مثال زیر توجه کنید.

مثال : در شکل مقابل $\widehat{BCx} = ۱۱۴^{\circ}$ است. زاویه ی $\widehat{CBD}$ چند درجه است؟



با توجه به شکل $B\hat{C}D = ۱۸۰ - ۱۱۴ = ۶۶^{\circ}$ حال در مثلث متساوی الساقین BCDداریم

$$B\hat{C}D = B\hat{D}C = ۶۶ \Rightarrow C\hat{B}D = ۱۸۰ - ۲(۶۶) = ۴۸$$

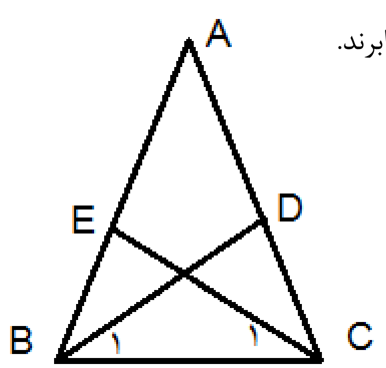
ویژگی های اجزای فرعی مثلث

الف) در مثلث متساوی الساقین نیمساز میانه و ارتفاع نظیر راس مثلث بر هم منطبق هستند.

ب) اگر در مثلثی دو تا از ارتفاع میانه یا نیمساز نظیر یک راس بر هم منطبق باشند مثلث متساوی الساقین است.

ب) در مثلث متساوی الاضلاع میانه ارتفاع و نیمساز متناظر به هر راس بر هم منطبق اند. همچنین در هر سه راس این سه پاره خط با هم مساوی اند.

مثال : ثابت کنید نیمسازهای داخلی مقابل به ساق ها ی هر مثلث متساوی الساقین برابرند.



حل: در مثلث متساوی الساقین ABC نیمسازهای دو زاویه ی B و C را رسم می کنیم.

می خواهیم ثابت کنیم BD=CE . چون BD و CEنیمساز ند. بنابراین :

$$\frac{\hat{C}}{۲} = \frac{\hat{B}}{۲} = \widehat{C_۱} = \widehat{B_۱}$$

$$\begin{cases} \widehat{C_۱} = \widehat{B_۱} \\ BC = BC \\ \hat{C} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{BCD} = \overset{\Delta}{EBC} \rightarrow EC = BD$$

مثال: ثابت کنید میانه های نظیر به ساق های یک مثلث متساوی الساقین با هم برابرند.

پ) در مثلث متساوی الساقین نیمساز خارجی نظیر راس مثلث موازی با قاعده است و برعکس.

ت) ضلع روبه روی زاویه ی ۳۰ درجه در مثلث قائم الزاویه نصف وتر است.

ث) میانه ی وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه نصف وتر است.

ج) در مثلث قائم الزوایه زاویه ی بین ارتفاع و میانه وارد بر وتر برابر است با قدر مطلق تفاضل زاویه های حاده

شکل های متشابه:

دو شکل وقتی متشابهند که سه ویژگی داشته باشند: الف) تعداد ضلع هایشان برابر باشند. ب) اندازه ی ضلع هایشان متناسب باشد. پ) اندازه ی زاویه هایشان برابر باشد.

نکته : به نسبت دو ضلع متناظر نسبت تشابه می گویند.

نکته : هر دو مثلث متساوی الاضلاع با هم متشابهند.

نکته : هر دو مربع با هم متشابهند.

نکته : در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع ها و نیمساز ها و میانه ها و عمود منصف ها با نسبت تشابه برابر است.

نکته : نسبت محیط در هر دو شکل متشابه با نسبت تشابه برابر است.

نکته : نسبت مساحت دو شکل متشابه با مجذور نسبت تشابه برابر است.

نمونه سوال امتحانی فصل سوم : استدلال و اثبات در هندسه www.elmamoz.com-۰۹۱۲۶۶۰۵۱۴۳

درس اول : استدلال

۱-در هر یک از مثلث های زیر نیمسازهای هر سه راس را رسم کنید. در مورد محل برخورد نیمسازها چه نتیجه ای می گیرید.

۲- در هر یک از چهار ضلعی ها عمود منصف هر یک از ضلع ها را رسم کنید. آیا محل برخورد عمود منصف ها مرکز دایره ی محیطی است ؟

۳- در هر زاویه نیم ساز را رسم کنید و فاصله ی هر نقطه تا اضلاع زاویه را بدست آورید. چه رابطه ای وجود دارد؟

درس دوم : آشنایی با اثبات در هندسه

۴- فرض و حکم را برای مسئله های زیر بررسی کنید.

الف) در هر مثلث اندازه ی زاویه ی خارجی برابر است با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور

ب) در هر مثلث مجموع زاویه های خارجی برابر است با ۳۶۰ درجه

پ) در هر متوازی الاضلاع قطرها همدیگر را نصف می کنند.

ت) در یک مثلث متساوی الساقین نیمساز وارد بر قاعده میانه نیز هست.

۵- ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی زوایای روبرو مکمل اند.

۶- ثابت کنید در یک مثلث مجموع زوایای داخلی ۱۸۰ درجه است.

۷- در هر مورد نشان دهید نتیجه ی گرفته شده معتبر است ؟ دلیل خود را بیان کنید.

مثلث قائم الزاویه یک زاویه قائمه دارد
ABC مثلث است
$\Leftarrow$ مثلث ABC قائم الزاویه است

هر لوزی یک متوازی اضلاع است
$ABCD$ متوازی اضلاع است
$\Leftarrow$ $ABCD$ یک لوزی است

۸- ثابت کنید هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط در نظر بگیرید از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

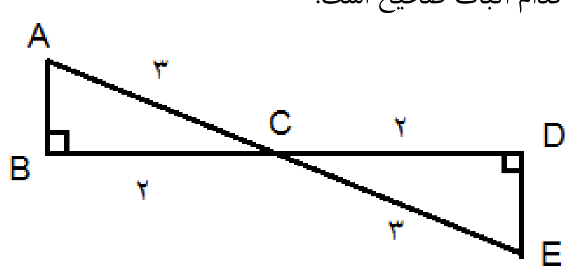
درس سوم : هم نهشتی مثلث ها

۹- ثابت کنید در هر مستطیل قطرها با هم برابرند.

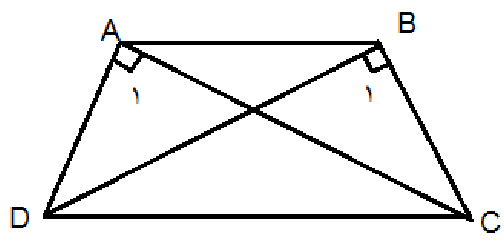
۱۰- در هر لوزی زاویه های روبه رو برابرند.

۱۱- ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه میانه ی وارد بر وتر نصف وتر است.

۱۲- برای اثبات هم نهشتی های زیر دلایلی بیان شده است. به نظر شما کدام اثبات صحیح است.

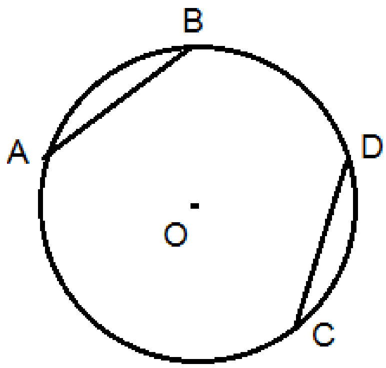


$$\left.\begin{matrix} AC = EC = ۳cm \\ \widehat{D} = \widehat{B} = ۹۰^\circ \\ BC = CD = ۲cm \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underset{ABC}{\Delta} \cong \underset{CDE}{\Delta}$$



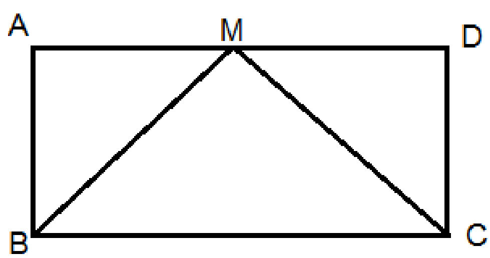
$$\left.\begin{matrix} DC = DC \\ \widehat{A_۱} = \widehat{B_۱} = ۹۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underset{ADC}{\Delta} \cong \underset{CDB}{\Delta}$$

درس چهارم : حل مسئله در هندسه



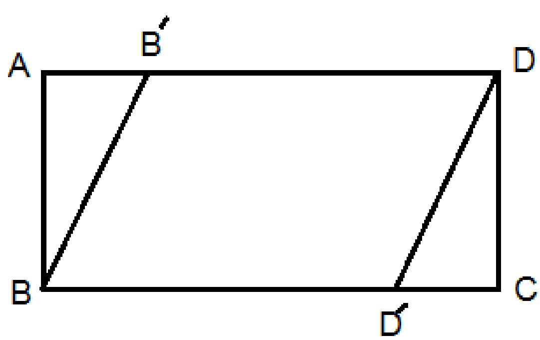
۱۳- در شکل مقابل وتر های AB و CDبا هم برابرند.

ثابت کنید کمان های متناظر آن ها نیز با هم برابرند.



۱۴- چهار ضلعی ABCD مستطیل است و M وسط

AD است. ثابت کنید مثلث MBC متساوی الساقین است.



۱۵- چهار ضلعی ABCD مستطیل است و پاره خط های $D\acute{D}$ و $B\acute{B}$

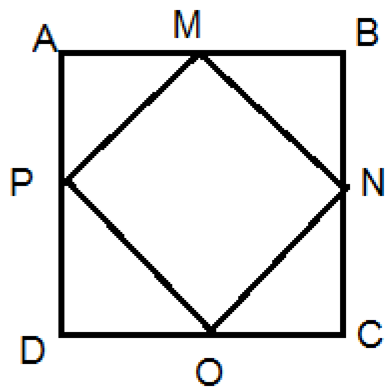
موازی با هم رسم شده اند.

چرا دو مثلث $DC\acute{D}$ و $BA\acute{B}$ با هم برابرند.

۱۶- چهار ضلعی ABCD یک مربع است و نقاط M و N

و O و P وسطهای اضلاع است.

چرا MNOP مربع است؟



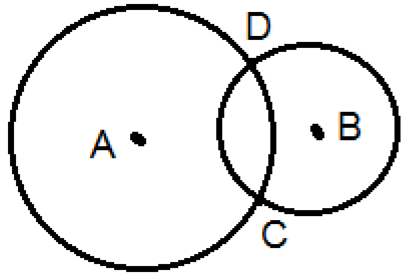
درس پنجم : شکل های متشابه

۱۷- دو شکل متشابه چه ویژگی هایی دارند؟

۱۸- آیا هر دو مربع متشابهند ؟ چرا ؟

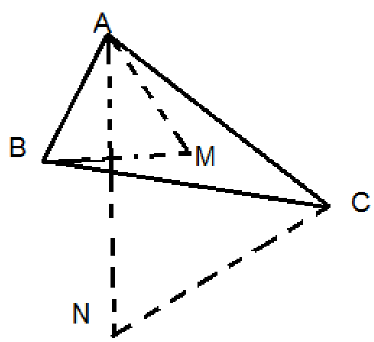
۱۹- یک مستطیل با اضلاع ۳ و ۵ با یک مستطیل به اضلاع ۹ و y-۱ متشابه اند. مقدار y را به دست آورید.

۲۰- در یک نقشه به مقیاس ۱:۳۰۰ فاصله ی دو نقطه به اندازه ی ۲/۵ سانتی متر چقدر است؟



۱- دودایره ی به مرکز A و B یکدیگر را در C و D قطع می کنند .

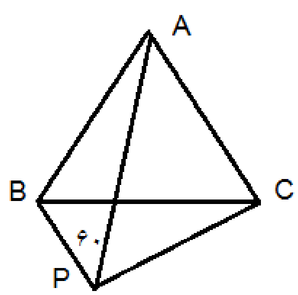
ثابت کنید : AB عمود منصف CD است.



۲- مطابق شکل روی اضلاع AB و AC از مثلث دلخواه ABC

مثلث های متساوی الاضلاع ABM و ACN را بنا کرده ایم .

ثابت کنید : NB=MC



۳- نقطه ی P خارج از مثلث متساوی الاضلاع ABC طوری

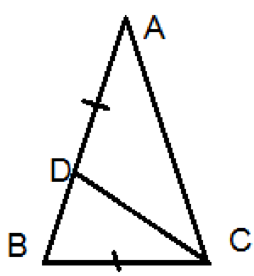
قرار دارد که $A\hat{P}B = ۶۰^{\circ}$. ثابت کنید AP=BP+CP

۴- در مثلث دلخواه ABC نیمساز داخلی راس A ضلع BC را در نقطه ی D قطع می کند . از D عمود های DE و DF را بر اضلاع AB و AC فرود می آوریم . ثابت کنید EF بر AD عمود است .

۵- ثابت کنید اگر در دو مثلث محیط و دو زاویه از یکی با محیط و دو زاویه از دیگری برابر باشند دو مثلث هم نهشت اند.

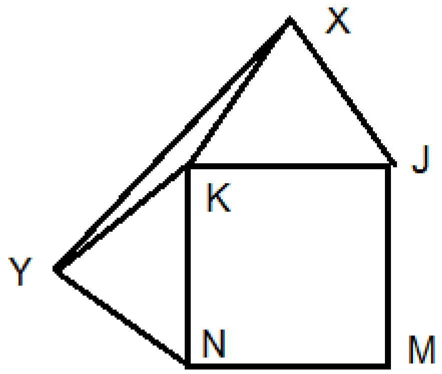
۶- نقطه ی M را روی ضلع AC از مثلث متساوی الاضلاع ABC انتخاب کرده ایم . ضلع BC را از طرف C امتداد می دهیم . نقطه ی N را روی این امتداد طوری انتخاب می کنیم که طول دو پاره خط BM و MN برابر شوند . ثابت کنید : AM=CN

۷- در مثلث متساوی الساقین ABC با زاویه ی راس ۲۰ درجه AD را مساوی قاعده BC روی AB جدا می کنیم . اندازه ی زاویه ی BDC را بیابید.



۸- در مثلث ABC بر روی ضلع BC پاره خط های BM=BA و CN=CA را جدا می کنیم . اگر $\hat{A} = ۷۲^\circ$ آن گاه زاویه ی MAN چنددرجه است؟

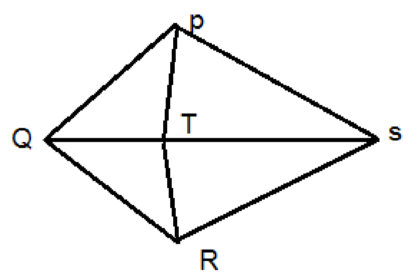
۹- JKLM یک مربع و مثلث های JXK و KYL هر دو متساوی الاضلاع هستند . نشان دهید مثلث KXY متساوی الساقین است.



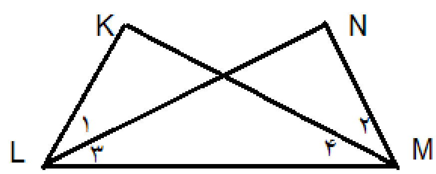
۱۰- در چهار ضلعی PQRS , PQ=RQ و PS=RS

اگر T نقطه ی دلخواهی روی قطر QS باشد .

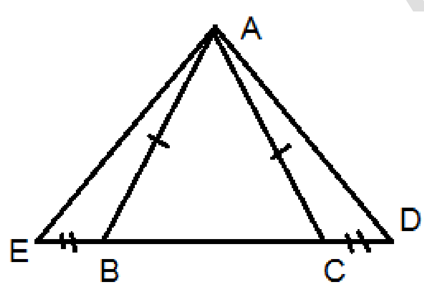
ثابت کنید PT=RT



۱۱- در شکل روبه رو زاویه های ۱ و ۲ با هم و ۳ و۴ با هم برابرند . ثابت کنید : KL=NM



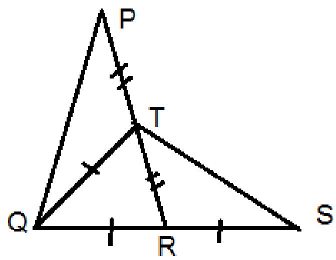
۱۲- ثابت کنید مثلث AED متساوی الساقین است.



۱۳- در شکل روبه رو ثابت کنید :

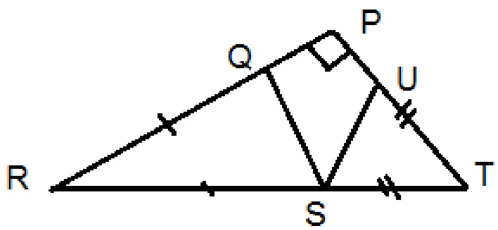
PQ=TS

$P\hat{T}Q = T\hat{R}S$



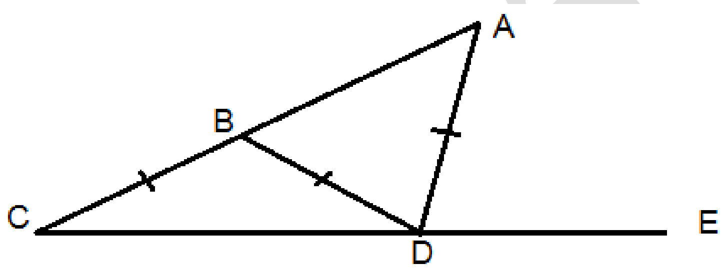
۱۵- در چهار ضلعی PQRS , PQ=QR و قطر QS زاویه ی Q را نصف می کند . ثابت کنید PS=RS

۱۶- در شکل مقابل چرا $Q\hat{S}U = ۴۵^{\circ}$



۱۷- با توجه به شکل چرا :

$A\hat{D}E = ۳A\hat{C}E$



۱۸- کدام دو شکل همواره متشابه نیستند ؟

الف) دو مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین

ب) دو لوزی که یک زاویه برابر داشته باشند

پ) دو شش ضلعی منتظم

ت) دو مستطیل

۱۹- کدام گزینه همواره درست است ؟

الف) دو n ضلعی منتظم متشابه اند

ب) دو مستطیل متشابه است.

پ) دو لوزی متشابه اند

ت) دو مثلث قائم الزاویه متشابه اند.

۲۰- در دومثلث متشابه نسبت محیط دو مثلث ۱ به ۳ است . نسبت مساحت و نسبت قطرهای این دو مثلث را بیابید.

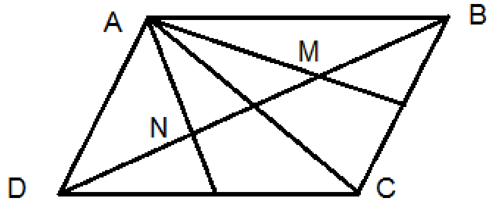
۲۱- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچک ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی ۲۰ سانتی متر است . محیط مثلث دوم را بیابید.

۲۲- مستطیلی به مساحت ۲۴ با مستطیلی به ضلع ۳ و قطر ۵ متشابه است . قطر مستطیل اولی چقدر است؟

۲۳- از یک نقطه دلخواه داخل مثلث سه خط به موازات اضلاع رسم می کنیم . چند مثلث متشابه داخل شکل ایجاد می شود؟

۲۴- ذوزنقه ی قائم الزاویه ای بر دایره ای به شعاع ۴ محیط است . اگر اندازه ی یکی از ساق ها برابر ۱۲ باشد . مساحت ذوزنقه چقدر است؟

۲۵- در متوازی الاضلاع ABCD از راس A به وسط دو ضلع BC و CD وصل می کنیم تا این خطوط قطر BD را به ترتیب در M و N قطع کنند . اگر DC=۵ , BC=۳ , AC=۴ باشد . MN چقدر است؟



۲۶- در ذوزنقه ی روبه رو $\hat{C} + \hat{D} = ۹۰^{\circ}$ اگر M و N اوساط قاعده ها

۳ = AB , DC=۵ باشد . اندازه ی MN چند است؟