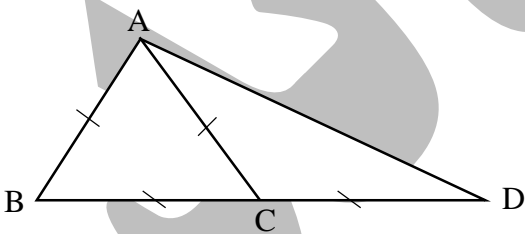
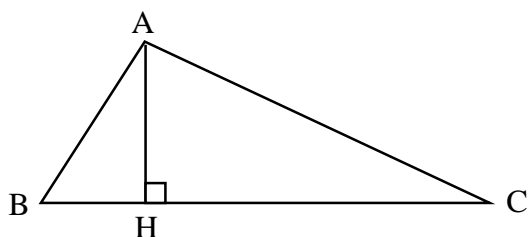


## فصل سوم: «استدلال و اثبات در هندسه»

۱	<p><b>استدلال:</b></p> <p>«استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی برای اثبات یک مسأله.</p> <p><b>انواع استدلال:</b></p> <p><b>الف) استدلال تمثیلی (قیاسی):</b> روش نتیجه‌گیری بر اساس تمثیل یا قیاس می‌باشد.</p> <p><b>ب) استدلال استقرایی:</b> روش نتیجه‌گیری کلی در مورد مسائل به کمک «تعداد محدودی از مشاهدات» و آزمایش‌هاست و نتایج حاصل از آن همیشه از قطعیت برخوردار نیستند. این استدلال از جزء به کل رسیدن است. این استدلال در علوم مختلف از قبیل علوم تجربی و پزشکی کاربرد دارد.</p> <p><b>پ) استدلال استنتاجی:</b> روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای حقایقی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم و اساس اثبات قضایای کلی می‌باشد.</p>
۲	<p><b>چند تعریف:</b></p> <p>۱- <b>مثال نقض:</b> مثالی است که برای رد یک حکم کلی به کار می‌رود.</p> <p>۲- <b>برهان خلف:</b> گاهی اوقات به جای این که با استفاده از فرض مسأله مستقیماً حکم را اثبات کرد، آسان‌تر است که ثابت کنیم خلاف حکم نمی‌تواند درست باشد، پس قطعاً حکم درست است. به چنین استدلالی برهان خلف می‌گوییم.</p> <p>۳- <b>گزاره:</b> جمله‌ای است خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد.</p> <p>۴- <b>قضیه:</b> هر قضیه گزاره‌ای است که درستی آن را پس از اثبات می‌پذیریم. هر قضیه یک گزاره‌ی شرطی است که به صورت <math>p \Rightarrow q</math> (اگر <math>p</math> آن‌گاه <math>q</math>) نمایش داده می‌شود که در آن <math>p</math> را فرض و <math>q</math> را حکم می‌نامیم.</p>

<p><b>مثال:</b> قضیه فیثاغورث: «اگر مثلثی قائم‌الزاویه باشد (فرض)، آن گاه مجموع مربعات دو ضلع قائمه برابر است با مربع وتر (حکم).»</p>	
<p><b>چند نکته کوچک در مورد مثلث:</b></p> <p>ارتفاع‌های مثلث در یک نقطه هم‌رس هستند (یعنی هر سه ارتفاع از یک نقطه می‌گذرند).</p> <p>براین اساس داریم:</p> <p>الف) در هر مثلثی که دارای زاویه‌ی باز باشد، نقطه‌ی برخورد ارتفاع‌ها، خارج از مثلث قرار می‌گیرد.</p> <p>ب) در هر مثلث که دارای زاویه‌ی قائمه باشد، نقطه‌ی برخورد ارتفاع‌ها روی رأس قائم قرار می‌گیرد.</p> <p>پ) در هر مثلث که سه زاویه‌ی آن تند باشند، نقطه‌ی برخورد ارتفاع‌ها داخل مثلث قرار می‌گیرد.</p>	<p>۳</p>
<p><b>مثلث متساوی‌الاضلاع:</b></p> <p>۱- در بین مثلث‌ها با محیط ثابت، مثلثی دارای بیشترین مساحت است که متساوی‌الاضلاع باشد.</p> <p>۲- در بین مثلث‌ها با مساحت ثابت، مثلثی دارای کمترین محیط است که متساوی‌الاضلاع باشد.</p> <p>۳- اگر یکی از اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع را به اندازه‌ی خود امتداد دهیم، مثلث حاصل قائم‌الزاویه است. (زاویه A قائمه می‌باشد)</p>  <p>۴- اندازه ارتفاع (نیمساز یا میانه) در مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع <math>a</math> از رابطه‌ی <math>\frac{\sqrt{3}}{4}a</math> و مساحت این مثلث از رابطه‌ی <math>\frac{\sqrt{3}}{4}a^2</math> به دست می‌آید.</p>	<p>۴</p>
<p><b>مثلث قائم‌الزاویه:</b></p> <p>۱- در مثلث قائم‌الزاویه، زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر برابر است با اختلاف دو زاویه‌ی تند.</p> <p>۲- میانه‌ی وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است.</p>	<p>۵</p>

۳- در هر مثلث قائم‌الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر داریم:



$$\begin{aligned} \overline{AH}^2 &= \overline{BH} \times \overline{CH} \\ \overline{AB}^2 &= \overline{BH} \times \overline{BC} \\ \overline{AC}^2 &= \overline{CH} \times \overline{BC} \\ \overline{AB} \times \overline{AC} &= \overline{AH} \times \overline{BC} \end{aligned}$$

۴- در هر مثلث قائم‌الزاویه:

الف) ضلع روبروی زاویه‌ی  $30^\circ$  = نصف وتر

ب) ضلع روبروی زاویه‌ی  $45^\circ$  = نصف وتر  $\times \sqrt{2}$

پ) ضلع روبروی زاویه‌ی  $60^\circ$  = نصف وتر  $\times \sqrt{3}$

۵- در مثلث قائم‌الزاویه به طول وتر  $x$  مجموع مربع‌های طول میانه‌ها برابر است با:  $\frac{3}{4}x^2$

۶- در هر مثلث قائم‌الزاویه مجموع مربعات دو میانه‌ی نظیر ضلع‌های قائم برابر است با: مربع وتر  $\times \frac{5}{4}$

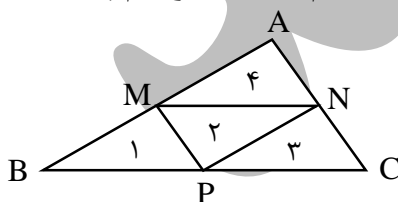
۷- اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه یک زاویه  $15^\circ$  درجه باشد، آن گاه ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتر است.

۶ مساحت مثلث با معلوم بودن سه ضلع آن از رابطه‌ی زیر که به قاعده‌ی هرول معروف است به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

در این رابطه  $a$  و  $b$  و  $c$  اضلاع مثلث و  $p$  نصف محیط است.

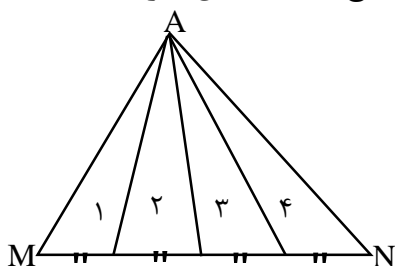
۷ هرگاه وسط اضلاع مثلث دلخواهی را به هم وصل کنیم، چهار مثلث هم مساحت و هم‌نهشت ایجاد می‌شود. توجه داشته باشید که:  $MN \parallel BC$



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4$$

۸ اگر روی پاره‌خطی تعدادی پاره‌خط مساوی ایجاد کنیم و همه را به یک نقطه مانند A وصل کنیم،

مساحت همه‌ی مثلث‌ها با هم برابر خواهند بود. چون قاعده‌ها و ارتفاع‌های یکسان دارند.

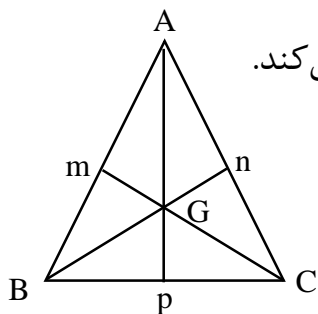


$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4$$

سه میانه‌ی یک مثلث هم‌رس می‌باشند یعنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند.

نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها در یک مثلث مرکز ثقل مثلث (گرانیه‌گاه) نام دارد و با حرف  $G$  نام‌گذاری

می‌شود. نقطه‌ی  $G$  هر میانه را به نسبت ۲ از رأس و ۱ از ضلع قطع می‌کند.



$$AG = 2pG$$

$$BG = 2nG$$

$$CG = 2mG$$

همانند شکل بالا اگر سه میانه‌ی یک مثلث را رسم کنیم آن‌گاه مساحت آن به ۶ قسمت مساوی

تقسیم می‌شود.

**چندضلعی منتظم:**

۱- اگر تمام اضلاع یک  $n$  ضلعی با هم و تمام زاویه‌هایش با هم برابر باشند آن  $n$  ضلعی را منتظم می‌نامیم.

۲- اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی  $n$  ضلعی منتظم برابر است با:  $\frac{(n-2) \times 180}{n}$

۳- اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی  $n$  ضلعی منتظم برابر است با:  $\frac{360}{n}$

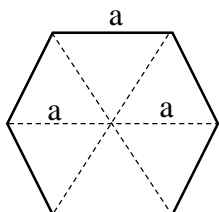
۴- اندازه‌ی زاویه‌ی بین دو قطر متوالی مرسوم از یک رأس  $n$  ضلعی منتظم برابر است با:  $\frac{180}{n}$

۵- هر  $n$  ضلعی منتظم  $n$  محور تقارن دارد.

**شش ضلعی منتظم:**

۱- اگر از مرکز  $6$  ضلعی منتظم به رؤس آن وصل کنیم  $6$  مثلث متساوی‌الاضلاع به دست می‌آید.

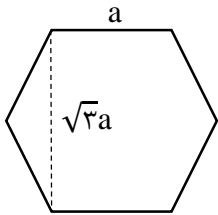
بنابراین مساحت  $6$  ضلعی منتظم (به ضلع  $a$ ) برابر است با:



$$6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right)$$

۲- به قطرهایی که از مرکز ۶ ضلعی عبور می کنند قطر بزرگ می گوئیم. هر ۶ ضلعی منتظم دارای سه قطر بزرگ به طول  $2a$  می باشد.

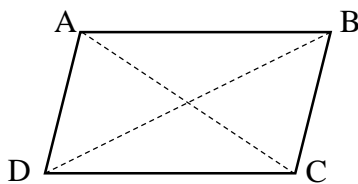
۳- به قطرهایی که از مرکز ۶ ضلعی عبور نمی کنند قطر کوچک می گوئیم. هر ۶ ضلعی ۶ قطر کوچک به طول  $\sqrt{3}a$  دارد.



### چهارضلعی ها:

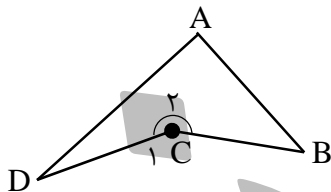
۱۲

۱- در هر متوازی الاضلاع، مجموع مربعات اضلاع برابر است با مجموع مربعات قطرها



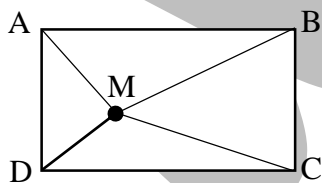
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2$$

۲- در هر چهارضلعی مقعر مانند ABCD داریم:



$$\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B} + \hat{D}$$

۳- اگر نقطه‌ی دلخواه M درون یا بیرون مستطیل قرار داشته باشد، آن گاه داریم:



$$\overline{AM}^2 + \overline{MC}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{MD}^2$$

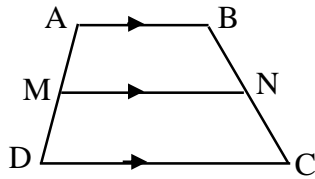
۴- از به هم وصل کردن وسطهای اضلاع یک مستطیل یا دوزنقه‌ی متساوی الساقین یک لوزی پدید می آید.

۵- از به هم وصل کردن وسطهای اضلاع یک لوزی، یک مستطیل و از وصل کردن وسطهای هر چهارضلعی دلخواه به طور متوالی یک متوازی الاضلاع به دست می آید.

۶- از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مستطیل یک مربع به دست می آید.

۷- اگر وسط دو ساق دوزنقه‌ای را به هم وصل کنیم پاره‌خط ایجاد شده موازی با دو قاعده‌ی دوزنقه

و برابر نصف مجموع آن دو است.

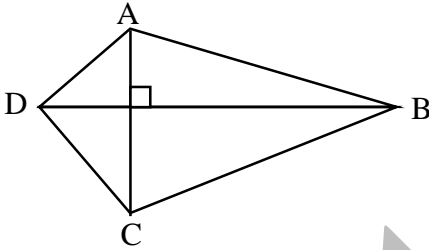


به این پاره‌خط (MN) خط میانگین می‌گوییم.

$$\overline{MN} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2}$$

۸- در هر چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم داشته باشد مجموع مربع‌های اضلاع مقابل با هم

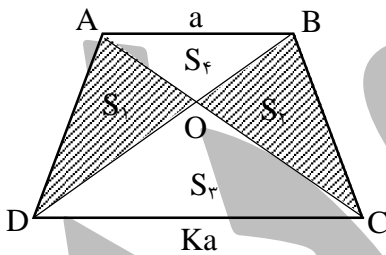
برابرند.



$$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

۹- در هر دوزنقه با رسم دو قطر آن، مساحت دو مثلثی که اضلاع آن ساق‌ها هستند، برابر است، در

شکل زیر مساحت دو مثلث هاشور خورده برابر است.



این قضیه، به قضیه شبه پروانه معروف است و دارای

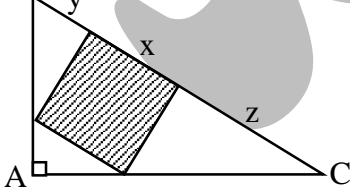
خواص زیر است:

$$S_1 = S_2$$

$$S_3 = K^2 S_4$$

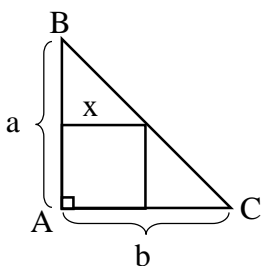
$$S_1 S_2 = S_3 S_4$$

۱۳ مساحت مربع محاط در مثلث قائم‌الزاویه، به طوری که بر وتر منطبق شود برابر است با:



$$S = x^2 = yz$$

۱۴ هرگاه مربعی روی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه محاط شود طول ضلع آن از رابطه زیر به دست می‌آید:



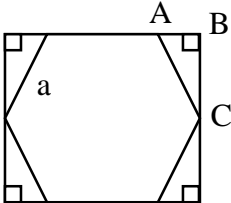
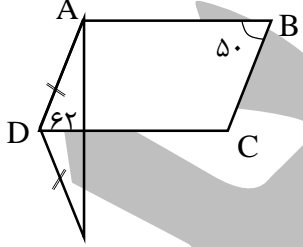
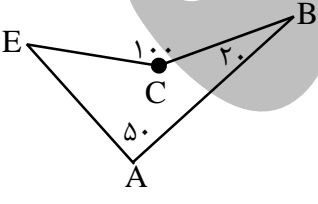
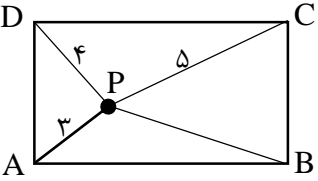
$$x = \frac{ab}{a+b}$$

۱۵	<p>در شکل مقابل ضلع‌های <math>a</math> و <math>b</math> و <math>x</math> موازی‌اند. اندازه‌ی ضلع <math>x</math> از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:</p>  $x = \frac{ab}{a+b}$
۱۶	<p>اگر اندازه‌ی شکلی <math>K</math> برابر شود محیط آن نیز <math>K</math> برابر خواهد شد ولی مساحت آن <math>K^2</math> و حجم حاصل از آن <math>K^3</math> برابر خواهد شد. بر همین اساس خواهیم داشت:</p> <p>۱- نسبت محیط دو شکل متشابه برابر با نسبت تشابه دو شکل است. (<math>K</math> نسبت تشابه)</p> $\frac{P_1}{P_2} = K$ <p>۲- نسبت مساحت دو شکل متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه است. (<math>K</math> نسبت تشابه)</p> $\frac{S_1}{S_2} = K^2$
۱۷	<p>سه شرط لازم برای تشابه دو چندضلعی:</p> <p>۱- تعداد اضلاع برابر      ۲- زوایای متناظر برابر      ۳- اضلاع متناظر متناسب.</p> <p>دو شکل هم‌نهشت با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها یک است.</p>
۱۸	<p><b>چند نکته‌ی کوچک:</b></p> <p>۱- در دو شکل متشابه با نسبت اضلاع <math>\frac{a}{b}</math>، ارتفاع‌ها، میانه‌ها، نیمسازها، محیط و قطرهای متناظر (در صورت وجود) نیز از همین نسبت پیروی می‌کنند.</p> <p>۲- در شکل‌های متشابه، اضلاع متناظر متناسب هستند اما زاویه‌های دو شکل با هم برابرند.</p> <p>۳- دو لوزی در حالی متشابه‌اند که یک زاویه‌ی برابر داشته باشند نه یک قطر برابر.</p>
۱۹	<p>شعاع دایره‌ی محیطی یک مثلث به طور کلی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:</p> $R = \frac{abc}{4S}$
۲۰	<p>شعاع دایره‌ی محاطی یک مثلث به طور کلی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:</p> $r = \frac{S}{P}$

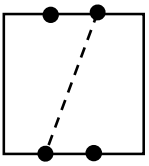
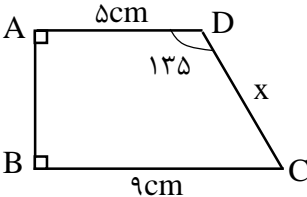
۲۱	شعاع دایره‌ی محیطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $a$ برابر است با:
	$R = \frac{\sqrt{3}}{3} a$
۲۲	شعاع دایره‌ی محاطی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $a$ برابر است با:
	$r = \frac{\sqrt{3}}{6} a$
۲۳	شعاع دایره‌ی محیطی مثلث قائم‌الزاویه به وتر $a$ برابر است با نصف وتر:
	$R = \frac{a}{2}$
۲۴	شعاع دایره‌ی محاطی مثلث قائم‌الزاویه به وتر $a$ برابر است با:
	$r = \frac{bc}{a+b+c} \quad \text{یا} \quad r = \frac{b+c-a}{2}$

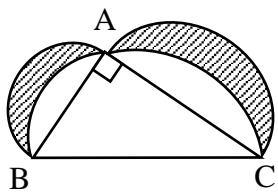
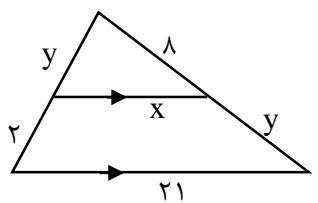


سوالات «هندسه‌ی یک»

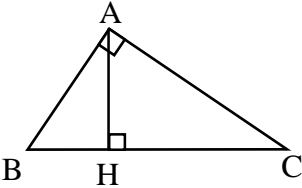
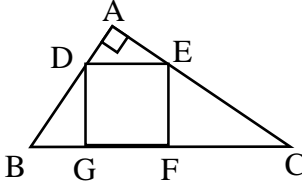
<p>۱ در مثلثی به اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ سانتی‌متر مجموع مجزورات طول ۳ میانه چقدر است؟</p>	<p>(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) <math>\frac{800}{3}</math></p>
<p>۲ اندازه‌ی میانه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه که از رئوس زاویه‌های تند، ترسیم می‌شوند ۵ و <math>\sqrt{40}</math> می‌باشد. اندازه‌ی وتر مثلث چقدر است؟</p>	<p>(۱) ۱۰ (۲) <math>2\sqrt{40}</math> (۳) <math>\sqrt{13}</math> (۴) <math>2\sqrt{13}</math></p>
<p>۳ اگر طول ضلع ۶ ضلعی منتظم شکل زیر برابر a باشد، مساحت مثلث ABC چه کسری از مساحت ۶ضلعی است؟</p> 	<p>(۱) <math>\frac{1}{8}</math> (۲) <math>\frac{1}{24}</math> (۳) <math>\frac{1}{6}</math> (۴) <math>\frac{1}{12}</math></p>
<p>۴ در شکل مقابل ABCD متوازی‌الاضلاع است و <math>\overline{AD} = \overline{DE}</math> اندازه‌ی زاویه‌ی <math>\widehat{EAB}</math> برابر کدام گزینه است؟</p> 	<p>(۱) ۱۳۰ (۲) ۱۱۸ (۳) ۱۱۲ (۴) ۹۶</p>
<p>۵ با توجه به شکل اندازه‌ی زاویه‌ی E چقدر است؟</p> 	<p>(۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰</p>
<p>۶ در شکل زیر نقطه‌ی P درون مستطیل ABCD قرار دارد. اندازه‌ی ضلع PB برابر است با:</p> 	<p>(۱) <math>2\sqrt{3}</math> (۲) <math>3\sqrt{2}</math> (۳) <math>3\sqrt{3}</math> (۴) <math>2\sqrt{2}</math></p>

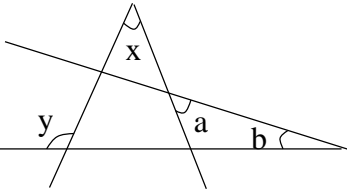
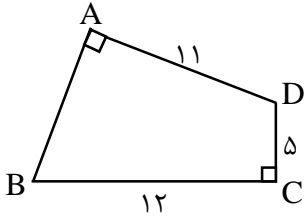
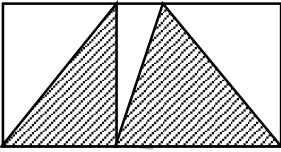
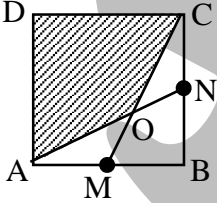
	<p>با توجه به شکل مقابل اندازه‌ی قاعده‌ی <math>\overline{CD}</math> چقدر است؟</p> <p>(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴</p>	<p>۷</p>
	<p>با توجه به شکل، اندازه‌ی ضلع <math>\overline{CD}</math> برابر است با:</p> <p>(۱) <math>\sqrt{3}</math> (۲) ۲ (۳) <math>\sqrt{5}</math> (۴) <math>\sqrt{6}</math></p>	<p>۸</p>
<p>اگر طول ضلع شش‌ضلعی منتظم روبرو ۴ واحد باشد، مساحت مثلث سایه زده شده چند واحد است؟</p>	<p>(۱) <math>12\sqrt{3}</math> (۲) <math>16\sqrt{2}</math> (۳) <math>16\sqrt{3}</math> (۴) <math>18\sqrt{2}</math></p>	<p>۹</p>
	<p>خط میانگین دوزنقه‌ای ۱۰ سانتی‌متر است و مساحت آن را به نسبت <math>\frac{3}{5}</math> تقسیم کرده است. طول قاعده‌ی کوچک دوزنقه کدام است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{2}{5}</math> (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) <math>\frac{7}{5}</math></p>	<p>۱۰</p>
	<p>قاعده‌ی بزرگ دوزنقه دو برابر قاعده‌ی کوچک آن است. مساحت کل دوزنقه چند برابر مساحت مثلث هاشور زده شده است؟</p> <p>(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰</p>	<p>۱۱</p>
<p>دو میله‌ی پرچم، یکی به ارتفاع ۳m و دیگری به ارتفاع ۶m عمود بر سطح زمینی مسطح نصب شده‌اند. نوک میله‌ی اول را با خطی به پایین میله‌ی دوم و نوک میله‌ی دوم را هم با خطی به پایین میله‌ی اول وصل می‌کنیم. این دو خط در چه ارتفاعی یکدیگر را قطع می‌کنند؟ (کانگورو ۱۹۹۸)</p> <p>(۱) <math>\frac{1}{5}m</math> (۲) <math>\sqrt{3}m</math> (۳) ۲m (۴) به فاصله‌ی میله‌ها بستگی دارد</p>	<p>۱۲</p>	

<p>۱۳</p> <p>تکه کاغذ مربعی که در شکل نشان داده شده، با نقطه‌هایی که روی ضلع‌هایش مشخص کرده‌ایم به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود. کاغذ را از روی خط‌چین تا می‌کنیم. شکل ناحیه‌ی مشترک بین دو قسمت کدام است؟ (کانگورو ۱۹۹۸)</p>	<p>(۱) متوازی‌الاضلاع</p> <p>(۲) پنج‌ضلعی</p> <p>(۳) دوزنقه</p> <p>(۴) مثلث</p>	
<p>۱۴</p> <p>در شکل مقابل مقدار <math>x</math> کدام است؟</p>	<p>(۱) ۴</p> <p>(۲) <math>4\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) ۸</p> <p>(۴) ۵</p>	
<p>۱۵</p> <p>مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع <math>10\sqrt{3}</math> برابر است با:</p>	<p>(۱) <math>25\sqrt{3}</math></p> <p>(۲) <math>45\sqrt{3}</math></p> <p>(۳) <math>50\sqrt{3}</math></p> <p>(۴) <math>75\sqrt{3}</math></p>	
<p>۱۶</p> <p>اضلاع مثلثی برابر ۵ و ۱۲ و ۱۳ سانتی‌متر هستند. روی هریک از اضلاع این مثلث یک مربع می‌سازیم. مساحت شکل حاصل چقدر است؟</p>	<p>(۱) ۳۶۸</p> <p>(۲) ۳۳۸</p> <p>(۳) ۳۰۰</p> <p>(۴) ۱۵۰</p>	
<p>۱۷</p> <p>در یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع ۵۰ و ۱۲۰ و ۱۳۰ طول شعاع دایره‌ی محاطی مثلث برابر است با:</p>	<p>(۱) ۱۰</p> <p>(۲) <math>50\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) <math>12\sqrt{2}</math></p> <p>(۴) ۲۰</p>	
<p>۱۸</p> <p>در یک مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده برابر ۸ و محیط مثلث برابر ۳۲ می‌باشد. مساحت مثلث کدام است؟</p>	<p>(۱) ۳۲</p> <p>(۲) ۴۲</p> <p>(۳) ۴۸</p> <p>(۴) ۶۴</p>	
<p>۱۹</p> <p>اگر مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین برابر <math>8\text{cm}^2</math> باشد، محیط آن کدام است؟</p>	<p>(۱) <math>2(2 + \sqrt{2})</math></p> <p>(۲) <math>4(1 + \sqrt{2})</math></p> <p>(۳) <math>8(2 + \sqrt{2})</math></p> <p>(۴) <math>8(1 + \sqrt{2})</math></p>	

<p>۲۰ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC دو ضلع مجاور قائمه <math>\sqrt{2}</math> و <math>\sqrt{6}</math> است. شعاع دایره‌ی محیطی مثلث چقدر است؟</p>	<p>۲۰</p>
<p>۲۱ مساحت مستطیلی که طول آن ۸ و قطر آن ۱۰ است، چقدر است؟</p>	<p>۲۱</p>
<p>۲۲ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC در شکل ۵ و ۱۲ و ۱۳ هستند. سه نیم‌دایره به قطرهای اضلاع مثلث مطابق شکل زیر رسم شده‌اند. مساحت ناحیه‌ی سایه‌دار برابر است با:</p> 	<p>۲۲</p>
<p>۲۳ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی <math>\sqrt{3}</math> سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره‌ی محیطی آن چند سانتی‌متر است؟</p>	<p>۲۳</p>
<p>۲۴ اندازه‌ی زاویه‌ی بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲۰ درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی حاده‌ی کوچک‌تر این مثلث کدام است؟</p>	<p>۲۴</p>
<p>۲۵ مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع <math>2a</math> کدام است؟</p>	<p>۲۵</p>
<p>۲۶ در شکل مقابل مقدار <math>x+y</math> کدام است؟</p> 	<p>۲۶</p>

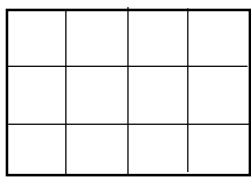


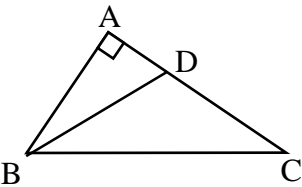
	<p>۲۷ در شکل مقابل مقدار <math>x+y</math> کدام است؟</p> <p>(۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳</p>	<p>۲۷</p>
	<p>۲۸ کدام جمله صحیح است؟</p> <p>(۱) هر دو مثلث دلخواه متشابهند (۲) هر دو مستطیل دلخواه متشابهند (۳) هر دو مربع دلخواه متشابهند (۴) هر دو لوزی دلخواه متشابهند</p>	<p>۲۸</p>
	<p>۲۹ اگر نسبت تشابه دو مثلث <math>\frac{3}{4}</math> باشد نسبت مساحت‌هایشان کدام است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{3}{4}</math> (۲) <math>\frac{9}{16}</math> (۳) <math>\frac{3}{8}</math> (۴) <math>\frac{9}{32}</math></p>	<p>۲۹</p>
	<p>۳۰ طول اضلاع مثلثی ۱۲ و ۱۷ و ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر است، متشابه است. طول کوچک‌ترین ضلع مثلث دوم چند سانتی‌متر است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{2}{4}</math> (۲) <math>\frac{3}{4}</math> (۳) <math>\frac{4}{8}</math> (۴) <math>\frac{4}{2}</math></p>	<p>۳۰</p>
	<p>۳۱ مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math> و مربع <math>MNDE</math> داخل آن مفروض است. با توجه به اندازه‌های شکل ضلع مربع کدام است؟ (<math>CD=9</math>, <math>AC=18</math>, <math>AB=10</math>)</p> <p>(۱) <math>\frac{10}{3}</math> (۲) <math>\frac{5}{9}</math> (۳) ۳ (۴) ۵</p>	<p>۳۱</p>
	<p>۳۲ مثلثی به اضلاع ۵ و ۱۲ و ۱۳ با مثلثی دیگر به محیط ۶۰ متشابه است. مساحت مثلث دوم چقدر است؟</p> <p>(۱) ۱۲۰ (۲) ۹۰ (۳) ۶۰ (۴) ۳۰</p>	<p>۳۲</p>
	<p>۳۳ نسبت مساحت‌های دو ده ضلعی متشابه <math>\frac{1}{4}</math> است. نسبت ارتفاع‌های متناظر برابر است با:</p> <p>(۱) <math>\frac{\sqrt{10}}{2}</math> (۲) <math>\frac{1}{10}</math> (۳) <math>\frac{\sqrt{10}}{10}</math> (۴) <math>\sqrt{10}</math></p>	<p>۳۳</p>

<p>۳۴ در مثلث قائم‌الزاویه به شکل مقابل AH ارتفاع است و زاویه‌ی A مساوی ۹۰ درجه است. اگر داشته باشیم <math>BH=2</math> و <math>HC=3</math>. آن گاه AB مساوی است با:</p> 	<p>(۱) <math>\sqrt{5}</math></p> <p>(۲) <math>\sqrt{13}</math></p> <p>(۳) <math>\sqrt{6}</math></p> <p>(۴) <math>\sqrt{10}</math></p>	<p>۳۴</p>
<p>۳۵ در مثلث قائم‌الزاویه ABC چهارضلعی DEFG مربع است. <math>BG=6</math> و <math>FC=13/5</math>. مساحت مربع برابر است با:</p> 	<p>(۱) <math>56/25</math></p> <p>(۲) ۶۴</p> <p>(۳) <math>72/25</math></p> <p>(۴) ۸۱</p>	<p>۳۵</p>
<p>۳۶ عکسی را به ابعاد ۴ و ۶ بزرگ کرده‌ایم. اگر به عرض عکس ۶ سانتی‌متر اضافه شده باشد به طول آن چقدر اضافه شده است؟</p>	<p>(۱) ۱۲</p> <p>(۲) ۹</p> <p>(۳) ۱۵</p> <p>(۴) ۶</p>	<p>۳۶</p>
<p>۳۷ طول ضلع مربعی برابر قطر مربعی به ضلع a است. نسبت مساحت مربع بزرگ‌تر به کوچک‌تر چیست؟</p>	<p>(۱) ۲</p> <p>(۲) ۴</p> <p>(۳) ۶</p> <p>(۴) ۸</p>	<p>۳۷</p>
<p>۳۸ محیط یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین <math>(1 + \sqrt{2})</math> ۶ سانتی‌متر است. مساحت آن چند سانتی‌متر مربع است؟</p>	<p>(۱) ۹</p> <p>(۲) <math>6\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) ۱۲</p> <p>(۴) <math>9\sqrt{2}</math></p>	<p>۳۸</p>
<p>۳۹ دو مربع در شکل مقابل به ضلع‌های a و b هستند. کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین مراکز آن‌ها برابر است با:</p>	<p>(۱) <math>\frac{a+b}{2}</math></p> <p>(۲) <math>\frac{a+b}{\sqrt{2}}</math></p> <p>(۳) <math>\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}</math></p> <p>(۴) <math>\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}</math></p>	<p>۳۹</p>

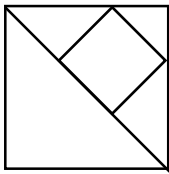
	<p>در شکل زیر زاویه <math>x</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>y-a-b</math></p> <p>(۲) <math>a+y-b</math></p> <p>(۳) <math>a+b-y</math></p> <p>(۴) <math>b+y-a</math></p>	۴۰
<p>اندازه‌ی زاویه‌ی بین دو قطر یک پنج ضلعی منتظم که از یک رأس می‌گذرند، کدام است؟ (کنکور سراسری ریاضی)</p> <p>(۱) ۲۴</p> <p>(۲) ۳۰</p> <p>(۳) ۳۶</p> <p>(۴) ۴۵</p>		
	<p>در شکل زیر اندازه‌ی <math>\overline{AB}</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>5\sqrt{3}</math></p> <p>(۲) <math>2\sqrt{3}</math></p> <p>(۳) <math>2\sqrt{13}</math></p> <p>(۴) <math>4\sqrt{3}</math></p>	۴۲
	<p>چند درصد از مستطیل شکل روبرو رنگ شده است؟</p> <p>(۱) ۶۰</p> <p>(۲) ۵۵</p> <p>(۳) ۵۰</p> <p>(۴) ۴۵</p>	۴۳
	<p>در شکل زیر ABCD مربع و M و N وسط اضلاع <math>\overline{AB}</math> و <math>\overline{BC}</math> هستند. مساحت سایه زده شده چه کسری از مساحت مربع است؟ (مسابقات ریاضی آمریکا)</p> <p>(۱) <math>\frac{2}{3}</math></p> <p>(۲) <math>\frac{5}{6}</math></p> <p>(۳) <math>\frac{3}{4}</math></p> <p>(۴) <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>	۴۴
<p>اندازه‌های سه زاویه‌ی مثلثی با اعداد ۵ و ۴ و ۱ متناسب هستند. این مثلث از کدام نوع زیر است؟ (کنکور سراسری)</p> <p>(۱) متساوی‌الاضلاع</p> <p>(۲) متساوی‌الساقین</p> <p>(۳) قائم‌الزاویه</p> <p>(۴) منفرجه‌الزاویه</p>		

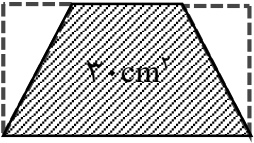
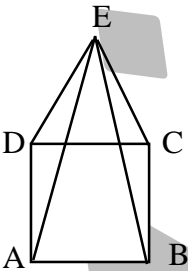
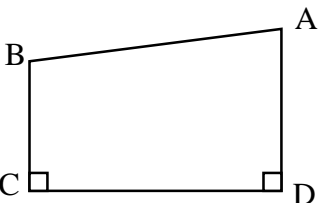
<p>۴۶ در مثلث شکل مقابل <math>\hat{A} = 112</math> و دو مثلث کناری متساوی الساقین اند. اندازه‌ی زاویه‌ی <math>x</math> چند درجه است؟ (سراسری تجربی)</p> 	<p>(۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸</p>
<p>۴۷ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر ۲۶ درجه است. کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث چند درجه است؟ (سراسری تجربی)</p>	<p>(۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴</p>
<p>۴۸ در مثلث <math>ABC</math> ضلع <math>BC</math> برابر ۱۰ و میانه‌ی <math>AM</math> برابر ۵ است. این مثلث: (آزاد ریاضی)</p> <p>(۱) در رأس <math>A</math> تند (حاده) است. (۲) در رأس <math>A</math> قائمه است. (۳) در رأس <math>A</math> باز (منفرجه) است. (۴) هر سه حالت می‌تواند باشد.</p>	<p>(۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴</p>
<p>۴۹ مجموع زوایای داخلی یک چندضلعی به جز یکی از آن‌ها ۱۳۸۲ درجه است. اندازه‌ی آن زاویه کدام است؟</p>	<p>(۱) ۲۸ (۲) ۳۸ (۳) ۴۸ (۴) ۵۸</p>
<p>۵۰ تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب ۲۰ است. از هر رأس این چندضلعی چند قطر می‌گذرد؟ (کنکور)</p>	<p>(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶</p>
<p>۵۱ بیش‌ترین تعداد زاویه‌های قائمه در یک ۸ ضلعی چندتا می‌تواند باشد؟</p>	<p>(۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳</p>
<p>۵۲ در مثلث <math>ABC</math> بر روی ضلع <math>BC</math> پاره‌خط‌های <math>\overline{BM} = \overline{AB}</math> و <math>\overline{CN} = \overline{AC}</math> را جدا می‌کنیم. اگر زاویه‌ی <math>A = 72</math> باشد، زاویه‌ی <math>\widehat{MAN}</math> چند درجه است؟ (سراسری تجربی)</p>	<p>(۱) ۵۴ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۲</p>



۵۳	در ۲۵ دقیقه بعد از ظهر، زاویه‌ی کوچک‌تر بین عقربه‌ی ساعت برابر است با: (تیزهوشان)	(۱) $۳۰^\circ$ و $۱۳۲^\circ$	(۲) $۳۰^\circ$ و $۱۳۷^\circ$	(۳) $۱۵۰^\circ$	(۴) $۱۳۷^\circ$
۵۴	در شکل مقابل چند پاره‌خط وجود دارد؟	(۱) ۵۵	(۲) ۶۰	(۳) ۷۲	(۴) ۷۰
					
۵۵	کدام یک از چندضلعی‌های زیر دارای ۲۰ قطر است؟	(۱) ضلعی ۵	(۲) ضلعی ۶	(۳) ضلعی ۷	(۴) ضلعی ۸
۵۶	برای آن که یک صفحه را به ۱۱ ناحیه تقسیم کنیم، حداقل چند خط راست باید رسم کنیم؟	(۱) ۲	(۲) ۳	(۳) ۴	(۴) ۵
					
۵۷	در یک مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر دو برابر حاصل ضرب دو ضلع دیگر است. یکی از زاویه‌های حاده‌ی مثلث برابر است با:	(۱) $۶۰^\circ$	(۲) $۴۵^\circ$	(۳) $۳۰^\circ$	(۴) $۱۵^\circ$
					
۵۸	زاویه‌های یک مثلث با اعداد ۷، ۵ و ۳ متناسب‌اند. اندازه‌ی بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی این مثلث چند برابر کوچک‌ترین زاویه‌ی خارجی این مثلث است؟	(۱) $\frac{8}{3}$	(۲) $\frac{3}{2}$	(۳) $\frac{12}{7}$	(۴) $\frac{7}{3}$
۵۹	در شکل مقابل $\hat{C} = ۱۵^\circ$ و $\overline{BD} = \overline{CD} = ۲$ اندازه‌ی $\overline{AC}$ کدام است؟	(۱) $۲ + \sqrt{۳}$	(۲) $۲\sqrt{۳}$	(۳) $۲ + \sqrt{۲}$	(۴) $۴\sqrt{۳}$
					
۶۰	اگر زاویه‌ی خارجی در هر رأس یک n ضلعی منتظم ۱۵ درجه باشد، n کدام است؟	(۱) ۱۸	(۲) ۲۵	(۳) ۲۴	(۴) ۳۲

۶۱	تعداد قطرهای یک $n$ ضلعی دو برابر تعداد اضلاع آن است. $n$ کدام است؟	۶ (۱)	۷ (۲)	۸ (۳)	۹ (۴)
۶۲	در کدام چندضلعی محدب دقیقاً ۴ زاویه‌ی تند وجود دارد؟	۷ ضلعی (۱)	۴ ضلعی (۲)	۵ ضلعی (۳)	۴ وجود ندارد (۴)
۶۳	اندازه‌ی میانه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه که از رأس‌های زاویه‌های تند ترسیم می‌شوند برابرند با ۵ و $\sqrt{40}$ . اندازه‌ی وتر مثلث قائم‌الزاویه برابر است با: (مسابقات ریاضی آمریکا)	۱۰ (۱)	$\sqrt{160}$ (۲)	$\sqrt{13}$ (۳)	$\sqrt{52}$ (۴)
۶۴	یک مربع به ۷ مستطیل روبرو تقسیم شده است. اگر محیط هر مستطیل برابر ۳۲ باشد، محیط مربع چقدر است؟	۵۶ (۱)	۹۸ (۲)	۱۱۲ (۳)	۱۹۶ (۴)
۶۵	تعداد اضلاع یک چندضلعی منتظم $2n+1$ ( $n$ عددی طبیعی است) می‌باشد. بنابراین: (۱) $2n$ محور تقارن و یک مرکز تقارن دارد. (۲) محور تقارن ندارد ولی یک مرکز تقارن دارد. (۳) $2n+1$ محور تقارن و یک مرکز تقارن دارد. (۴) $2n+1$ محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.				
۶۶	مجموع زاویه‌های مشخص شده در شکل زیر چند درجه است؟	۵۴۰ (۱)	۳۶۰ (۲)	۷۲۰ (۳)	۹۰۰ (۴)
۶۷	مثلی به اضلاع ۵، ۷ و ۸ سانتی‌متر داریم. زاویه‌ی مقابل به ضلع ۷ سانتی‌متر چند درجه است؟	۳۰ (۱)	۴۵ (۲)	۶۰ (۳)	۷۵ (۴)
۶۸	اگر ارتفاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع $\sqrt{6}$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث چیست؟	$2\sqrt{3}$ (۱)	$3\sqrt{2}$ (۲)	$2\sqrt{12}$ (۳)	$12\sqrt{2}$ (۴)

<p>۶۹</p> <p>کدام دو شکل همواره متشابه نیستند؟</p> <p>(۱) هر دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین</p> <p>(۲) هر دو لوزی که یک زاویه برابر داشته باشند.</p> <p>(۳) هر دو شش ضلعی منتظم</p> <p>(۴) هر دو مستطیل با قطرهای متناسب</p>		
<p>۷۰</p> <p>نسبت تشابه دو لوزی <math>\frac{3}{5}</math> و طول قطرهای لوزی کوچکتر ۶ و ۹ است. مساحت لوزی بزرگتر چیست؟</p>	<p>(۱) ۶۰</p> <p>(۲) ۴۵</p> <p>(۳) ۷۵</p> <p>(۴) ۹۰</p>	
<p>۷۱</p> <p>در شکل مقابل هر دو چهارضلعی مربع اند. مساحت مربع بزرگتر چند برابر کوچکترین مثلث است؟ (سراسری تجربی)</p>	 <p>(۱) ۱۲</p> <p>(۲) ۱۶</p> <p>(۳) ۱۸</p> <p>(۴) ۲۴</p>	
<p>۷۲</p> <p>در شکل، طول ضلع مربع بزرگتر <math>2a</math> است. طول پاره خط <math>O_1O_2</math> کدام است؟ (کانگورو ۱۹۹۹)</p>	 <p>(۱) <math>2a\sqrt{2}</math></p> <p>(۲) <math>a\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) <math>a(\sqrt{2} - 1)</math></p> <p>(۴) <math>2a\sqrt{2} - 1</math></p>	
<p>۷۳</p> <p>با توجه به شکل <math>\frac{K}{L}</math> کدام است؟ (کانگورو ۱۹۹۹)</p>	 <p>(۱) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>(۲) <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>(۳) <math>\frac{\sqrt{2}}{4}</math></p> <p>(۴) <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></p>	
<p>۷۴</p> <p>در شکل، پنج ضلعی منتظم <math>ABCDE</math> و مثلث متساوی الاضلاع <math>ABP</math> را نشان داده ایم. اندازهی زاویهی <math>\widehat{BCP}</math> کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۰)</p>	 <p>(۱) ۵۴</p> <p>(۲) ۶۰</p> <p>(۳) ۷۲</p> <p>(۴) ۶۶</p>	

<p>یکی از قطرهای چندضلعی‌ای به محیط ۳۱cm، چند ضلعی را با دو چندضلعی به محیط‌های ۲۱cm و ۳۰cm تقسیم می‌کند. طول این قطر کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۱)</p> <p>۵cm (۱)      ۱۰cm (۲)      ۱۵cm (۳)      ۲۰cm (۴)</p>	۷۵
<p>در شکل زیر، دو مثلث را از مستطیل بریده‌ایم. مساحت ذوزنقه‌ی به دست آمده برابر است با <math>۳۰\text{cm}^2</math> و طول قاعده‌ی پایینی دوبرابر طول قاعده‌ی بالایی است. مجموع مساحت دو مثلث بریده شده کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۱)</p>  <p>۱۰cm<sup>۲</sup> (۱)      ۱۲cm<sup>۲</sup> (۲)      ۱۵cm<sup>۲</sup> (۳)      ۱۸cm<sup>۲</sup> (۴)</p>	۷۶
<p>مثلث ABC متساوی الاضلاع است. چند نقطه مانند x درون ABC وجود دارند که مساحت سه مثلث ABx و BCx و ACx مساوی باشند. (کانگورو ۲۰۰۲)</p> <p>۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ بی‌شمار (۴)</p>	۷۷
<p>مربع ABCD و مثلث متساوی الاضلاع DCE مطابق شکل در یک صفحه‌اند. اندازه‌ی زاویه‌ی <math>\widehat{AEB}</math> کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۲)</p>  <p>۱۵ (۱)      ۳۰ (۲)      ۴۵ (۴)      ۲۲/۵ (۳)</p>	۷۸
<p>محیط مستطیلی ۳۲ است و اندازه‌های ضلع‌هایش هم عددی طبیعی هستند. کدام عدد می‌تواند مساحت این مستطیل باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۲)</p> <p>۲۴ (۱)      ۴۸ (۲)      ۳۶ (۳)      ۷۶ (۴)</p>	۷۹
<p>در چهارضلعی محدب ABCD در شکل، طول هر ضلع عددی صحیح است و محیط چهارضلعی برابر با ۱۶ است. زاویه‌های داخلی C و D قائمه‌اند و زاویه‌ی B منفرجه است. طول ضلع BC کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۲)</p>  <p>۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)</p>	۸۰