



علی مصطفی دبیر ریاضی  
متوسطه

@riazisaeedamini

## محاسبات عبارت های گویا

### ضرب و تقسیم عبارت های گویا

ضرب و تقسیم عبارت های گویا، همانند ضرب و تقسیم اعداد گویا می باشد.

#### در ضرب چند عبارت گویا

۱- تا جایی که امکان دارد صورت ها و مخرج ها را با استفاده از اتحادها و فاکتورگیری تجزیه می کنیم.

۲- عامل های یکسان را در صورت و مخرج با هم ساده می کنیم. (عامل صورت تنها با عامل مخرج ساده می شود.)

۳- در آخر صورت ها را در هم و مخرج ها را در هم ضرب می کنیم.

مثال ۱۳ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{8yx^2}{5} \times \frac{15y^2}{16x^3y^3} =$$

در این مثال تمام عبارتهای صورت و مخرج یک جمله ای هستند بنابراین ما ابتدا ضرایب عددی و سپس متغیرها را با هم ساده می کنیم.

$$\frac{\cancel{8}^1 y x^{\cancel{2}}}{\cancel{5}_1} \times \frac{\cancel{15}^3 y^{\cancel{2}}}{\cancel{16}^2 x^3 y^3} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{2x} = \frac{3}{2x}$$

$$\text{ب) } \frac{x^2+9x+20}{x^2} \times \frac{x^3}{x+4} = \frac{(x+4)(x+5)}{1} \times \frac{x}{\cancel{x+4}} = \frac{x(x+5)}{1}$$

صورت اولی را با اتحاد جمله مشترک تجزیه می کنیم، همچنین  $x^3$  صورت دومی را با  $x^2$  مخرج کسر اولی ساده می کنیم. پس از تجزیه عامل های یکسان در صورت کسر اول و مخرج کسر دوم یعنی  $x + 4$  را خط زده بعد آن عبارتهای

باقیمانده را از رابطه ی  $\frac{\text{صورت} \times \text{صورت}}{\text{مخرج} \times \text{مخرج}}$  به دست می آوریم.

مثال ۱۴ ضرب های زیر را انجام دهید.

الف)	$\frac{x+5}{x^2} \times \frac{x^2}{x^2+7x+10} = \frac{\cancel{x+5}}{\cancel{1}x^2} \times \frac{x^{\cancel{2}}}{(\cancel{x+5})(x+2)} = \frac{x}{x+2}$
ب)	$\frac{\cancel{1}x^{\cancel{2}}\cancel{y}^{\cancel{5}}}{\cancel{5}x^{\cancel{2}}\cancel{z}^{\cancel{2}}} \times \frac{\cancel{5}x^{\cancel{2}}\cancel{z}^{\cancel{2}}}{\cancel{1}\cancel{x}^{\cancel{2}}\cancel{y}^{\cancel{5}}} = \frac{y}{1} \times \frac{\cancel{5}x^{\cancel{2}}\cancel{z}^{\cancel{2}}}{\cancel{1}\cancel{z}^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{5}x^{\cancel{2}}\cancel{z}^{\cancel{2}}}{\cancel{1}\cancel{z}^{\cancel{2}}}$
ج)	$\frac{\Delta x+5}{x^2+12x+20} \times \frac{x^2+2x+2}{x^2-1} = \frac{\Delta(x+1)}{(\cancel{x+2})(x+10)} \times \frac{(x+2)(x+2)}{(\cancel{x+1})(x-1)} = \frac{\Delta \times (x+2)}{(x+10)(x-1)} = \frac{\Delta x+10}{x^2+9x-10}$
د)	$\frac{x-1}{x+1} \times \frac{x^2+2x+1}{x^2+x-2} = \frac{\cancel{x-1}}{x+1} \times \frac{(x+1)^2}{(\cancel{x-1})(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$
و)	$\frac{x^2-y^2}{x+1} \times \frac{x^2+2x+2}{x-y} \times \frac{xy}{x+y} = \frac{(x^2-y^2)(x+1)(x+2)xy}{(x+1)(x^2-y^2)} = xy(x+2)$

در تقسیم چند عبارت گویا

۱- کسر اول را مثل خودش می نویسیم.

۲- تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.

۳- کسر دوم را معکوس می کنیم.

۴- ادامه داستان همان ضرب دو عبارت گویاست که در بالا توضیح داده شده است.

$$\frac{2}{5} \div \frac{4}{35} = \frac{\cancel{2}^1}{5} \times \frac{\cancel{35}^7}{\cancel{4}^2} = \frac{7}{2}$$

همانند اعداد گویا عمل می کنیم:

مثال ۱۳ حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{5y^3}{3xz} \div \frac{10y^5}{9x^2} = \frac{5y^3}{3xz} \times \frac{9x^2}{10y^5} = \frac{3x^2}{2zy^2}$$

اتحاد جمله مشترک فاکتورگیری

$$\text{ب) } \frac{5x-10}{x^2-x} \div \frac{x^2-4}{x^2-2x+1} = \frac{5x-10}{x^2-x} \times \frac{x^2-2x+1}{x^2-4} = \frac{5(x-2)}{x(x-1)} \times \frac{(x-1)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$$

اتحاد جمله مشترک فاکتورگیری

$$= \frac{5(x-1)}{x(x+2)}$$

اتحاد مزدوج

$$\text{ج) } \frac{x^2-49}{x^2+6x-7} \div \frac{v-x}{x+1} = \frac{x^2-49}{x^2+6x-7} \times \frac{x+1}{v-x} = \frac{(x-7)(x+7)}{(x-1)(x+7)} \times \frac{x+1}{-(x-7)}$$

فاکتورگیری از یک منفی اتحاد جمله مشترک

$$= \frac{x+1}{-(x-1)}$$

مثال ۱۴ حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

الف	$\frac{15x^2}{4xy} \div \frac{25x^3}{16y^4} = \frac{15x^2}{4xy} \times \frac{16y^4}{25x^3} = \frac{3}{x} \times \frac{4y^3}{5x} = \frac{12y^3}{5x^2}$
ب	$\frac{x^2+4x+4}{x^2-9x} \div \frac{x^2+3x+2}{x-9} = \frac{x^2+4x+4}{x^2-9x} \times \frac{x-9}{x^2+3x+2} = \frac{(x+2)(x+2)}{x(x-9)} \times \frac{x-9}{(x+2)(x+1)} = \frac{x+2}{x} \times \frac{1}{x+1} = \frac{x+2}{x^2+x}$
پ	$\frac{(x+7)^2}{x^2-49} \div \frac{(3x-1)}{(x-7)} = \frac{(x+7)^2}{x^2-49} \times \frac{x-7}{3x-1} = \frac{(x+7)(x+7)}{(x+7)(x-7)} \times \frac{x-7}{3x-1} = \frac{x+7}{3x-1}$
ت	$\frac{8x^2-2}{x^2+4x+3} \div \frac{2x+1}{x+3} = \frac{2(4x^2-1)}{x^2+4x+3} \times \frac{x+3}{2x+1} = \frac{2(2x+1)(2x-1)}{(x+3)(x+1)} \times \frac{x+3}{2x+1} = \frac{2(2x-1)}{x+1} = \frac{4x-2}{x+1}$
ث	$\frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8} \div \frac{x^2+2x-24}{x^2-16} = \frac{x^2+3x-10}{x^2+2x-8} \times \frac{x^2-16}{x^2+2x-24} = \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)(x+4)} \times \frac{(x-4)(x+4)}{(x-4)(x+6)} = \frac{x+5}{x+6}$

مثال ۱۵ دو عبارت گویا بنویسید که حاصل ضرب آن ها  $\frac{x+1}{x-1}$  شود.

پاسخ: باید دو عبارت گویا ( دو کسر ) بنویسیم که ضرب آن ها  $\frac{x+1}{x-1}$  شود، برای این کار عبارت بالا را به این صورت

می نویسیم.  $\frac{x+1}{\square} \times \frac{\square}{x-1}$ . کافی است در جاهای خالی دو چند جمله ای یکسان بنویسیم. مشخص است که می

توان برای این سوال جواب های متفاوت و زیادی نوشت. به عنوان مثال:

$$\frac{x+1}{\boxed{2x}} \times \frac{\boxed{2x}}{x-1}, \quad \frac{x+1}{\boxed{x-8}} \times \frac{\boxed{x-8}}{x-1}, \quad \frac{x+1}{\boxed{x^2-4}} \times \frac{\boxed{x^2-4}}{x-1}$$

مثال ۱۶ اگر مساحت مستطیلی  $S = x^2 - 25$  و طول آن  $\frac{x^2 - x - 20}{x+4}$  باشد، عرض مستطیل را بر حسب  $x$  به دست آورید. ( $x \neq -4$ )

پاسخ: می دانیم مساحت مستطیل برابر است با طول ضرب در عرض. حال اگر مساحت و طول را داشته باشیم برای به دست آوردن عرض باید مساحت را بر طول مستطیل تقسیم کنیم.

$$\text{طول} \div \text{مساحت} = \text{عرض} \Rightarrow \text{عرض} = \text{طول} \times S \text{ مستطیل}$$

$$(x^2 - 25) \div \frac{x^2 - x - 20}{x+4} = \frac{(x^2 - 25)}{1} \times \frac{x+4}{x^2 - x - 20} = \frac{\overset{\text{اتحاد مزدوج}}{\cancel{(x-5)}(x+5)}}{1} \times \frac{\cancel{x+4}}{\cancel{(x-5)}(x+4)} = x + 5$$

تبدیل به ضرب و معکوس کسر دوم اتحاد جمله مشترک

## جمع و تفریق عبارت های گویا

در جمع و تفریق عبارت های گویا همانند اعداد گویا باید مخرج مشترک بگیریم. یادمان نرود اگر صورت و مخرج یک کسر قابل ساده شدن باشد، حتما قبل از مخرج مشترک گیری باید آن کسر را ساده کنیم.

در جمع و تفریق عبارت های گویا همچون اعداد گویا دو حالت داریم.

۱- اگر مخرج کسرها مساوی باشند، یکی از مخرج ها را نوشته صورت ها با هم جمع یا تفریق می شوند.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}, \quad B \neq 0$$

۲- اگر مخرج کسرها مساوی نباشند، با مخرج مشترک گیری جواب را به دست می آوریم.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}, \quad D \neq 0, B \neq 0$$

به دست آوردن مخرج مشترک عبارتهای گویا

برای به دست آوردن مخرج مشترک یا همان م.م.ک دو یا چند مخرج، ابتدا همه مخرج ها را تجزیه می کنیم سپس از دستور زیر مخرج مشترک را به دست می آوریم.

عامل های غیرمشترب  $\times$  عامل های مشترک با بیشترین توان = مخرج مشترک

مثال ۱۷ مخرج مشترک عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) اگر دو عبارت  $5y$  و  $3x$  مخرج دو کسر باشند آنگاه  $15xy = 3x \times 5y =$  مخرج مشترک

زیرا  $3 \times x$  و  $5 \times y$  خود به صورت ضرب هستند و هیچ عامل آنها مشترک نیست (همه عامل ها غیر مشترک) هستند از اینرو باید همه عامل های غیر مشترک را در هم ضرب کرد.

ب) اگر دو عبارت  $x$  و  $x + 1$  مخرج دو کسر باشند چون باز هم  $x$  و  $x + 1$  دو عامل کاملا متفاوت و غیر مشترک هستند پس مخرج مشترک آن ها هم می شود ضرب آن ها  $x(x + 1) =$  مخرج مشترک

دقت داشته باشید که  $x + 1$  یک عامل حساب می شود و نباید به اشتباه گفت که  $x + 1$  و  $x$  هر دو در عامل  $x$  مشترک هستند. زیرا در  $x + 1$  بین  $x$  و  $1$  جمع نوشته شده نه ضرب.

ج) مخرج مشترک دو عبارت  $A = a^2 - 4$  و  $B = a + 2$  به صورت زیر است. ابتدا  $a^2 - 4$  را تجزیه می کنیم:

$$A = a^2 - 4 = (a - 2)(a + 2)$$

$$B = a + 2$$

می بینیم که  $a + 2$  عامل مشترک هر دو عبارت است یعنی در هر دو عبارت وجود دارد. بیشترین توانش هم یک است. از طرفی عامل  $a - 2$  فقط در یک عبارت وجود دارد پس یک عامل غیر مشترک به حساب می آید.

بنابراین مخرج مشترک  $= (a + 2) \times (a - 2)$

عامل مشترک با بیشترین توان

عامل غیر مشترک

د) مخرج مشترک دو عبارت  $A = x^2 - 3x - 10$  و  $B = x^2 + 6x + 8$  به صورت زیر خواهد بود:

$$A = x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$$

تجزیه هر دو عبارت با استفاده

$$B = x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

از اتحاد جمله مشترک

$$\text{مخرج مشترک} = (x + 2)(x - 5)(x + 4)$$

عامل مشترک

ضرب عامل های غیر مشترک

**مثال ۱۸** حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$

ب)  $\frac{3x-1}{x+2} + \frac{5x+4}{x+2} = \frac{8x+3}{x+2}$

ج)  $\frac{5x+7}{x^2-3} - \frac{4x-9}{x^2-3} = \frac{5x+7-(4x-9)}{x^2-3} = \frac{x+16}{x^2-3}$

در مثال های روبرو مشاهده می شود که مخرج ها همه باهم برابر هستند. پس یکی از مخرج ها را می نویسیم سپس صورت ها را با هم جمع و یا تفریق می کنیم. در مثال آخر دقت کنید چون بین دو کسر تفریق می باشد پس در جواب، کل عبارت صورت کسر دوم قرینه خواهد شد.

$$5x + 7 - (4x - 9) = 5x + 7 - 4x + 9 = x + 16$$

**مثال ۱۹** حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{a-3} - \frac{2}{a+4} = \frac{3(a+4) - 2(a-3)}{(a-3)(a+4)} = \frac{3a+12-2a+6}{(a-3)(a+4)} = \frac{a+18}{(a-3)(a+4)}$$

دقت کنید  $a - 3$  ,  $a + 4$  دو عامل غیر مشترک هستند بنابراین مخرج مشترک همان حاصل ضرب دو عبارت می باشد. پس از آن که مخرج مشترک نوشته شد، طبیعتاً صورت های کسر ها نیز تغییر خواهند کرد. برای به دست آوردن صورت ها از این طریق عمل می کنیم:

برای به دست آوردن صورت کسر اول، مخرج مشترک را بر مخرج اول تقسیم کرده جواب را در صورت آن کسر ضرب می کنیم. در مثال بالا

$$\frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج کسر اول}} = \frac{(a-3)(a+4)}{a-3} = a+4$$

جواب به دست آمده را در صورت کسر اول ضرب میکنیم  $3(a+4) = 3a+12$

حال جواب به دست آمده یعنی  $a + 4$  را در صورت کسر اول یعنی عدد ۳ ضرب می کنیم.

برای به دست آوردن صورت کسر دوم، مخرج مشترک را بر مخرج دوم تقسیم کرده جواب را در صورت آن کسر ضرب می کنیم.

$$\frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج کسر دوم}} = \frac{(a-3)(a+4)}{a+4} = a-3$$

جواب به دست آمده را در صورت کسر دوم ضرب میکنیم  $-2(a-3) = -2a+6$

سپس عبارتهای متشابه در صورت را با هم ساده می کنیم.

مثال ۲۰ حاصل جمع زیر را به دست آورید.

$$\frac{a^2 - 20}{a^2 - 4} - \frac{a - 2}{a + 2} = \frac{a^2 - 20}{(a - 2)(a + 2)} - \frac{a - 2}{a + 2} = \frac{a^2 - 20 - (a - 2)^2}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{a^2 - 20 - (a^2 - 4a + 4)}{(a - 2)(a + 2)}$$

$$= \frac{a^2 - 20 - a^2 + 4a - 4}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{4a - 24}{(a - 2)(a + 2)}$$

در مثال ۱۷ قسمت ج مخرج مشترک این سوال را به دست آورده ایم. حال ببینیم صورت کسرها چگونه به دست آمده اند:

جواب به دست آمده را در صورت کسر اول ضرب میکنیم

$$\frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج کسر اول}} = \frac{(a - 2)(a + 2)}{(a - 2)(a + 2)} = 1 \quad \longrightarrow \quad 1(a^2 - 20) = a^2 - 20$$

جواب به دست آمده را در صورت کسر دوم ضرب میکنیم

$$\frac{\text{مخرج مشترک}}{\text{مخرج کسر دوم}} = \frac{(a - 2)(a + 2)}{(a + 2)} = (a - 2) \quad \longrightarrow \quad -(a - 2)(a - 2) = -(a - 2)^2$$

مثال ۲۱ حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

الف)  $\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{an + bm}{mn}$

ب)  $\frac{ma}{xy} + \frac{yb}{mz} = \frac{m^2az + xy^2b}{xymz}$

ج)  $\frac{2x + 1}{5x - 3} - \frac{4x - 5}{3x + 4} = \frac{(2x + 1)(3x + 4) - (4x - 5)(5x - 3)}{(5x - 3)(3x + 4)}$

$$= \frac{6x^2 + 11x + 4 - (20x^2 - 37x + 15)}{(5x - 3)(3x + 4)} = \frac{6x^2 + 11x + 4 - 20x^2 + 37x - 15}{(5x - 3)(3x + 4)}$$

$$= \frac{-14x^2 + 48x - 11}{(5x - 3)(3x + 4)}$$

مثال ۲۲ حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{3x+2}{5+x} + \frac{2x-4}{x+5} = \frac{3x+2+2x-4}{x+5} = \frac{5x-2}{x+5}$$

$$\text{ب) } \frac{5a-2}{a-2} - \frac{2a+1}{2a-4} = \frac{5a-2}{a-2} - \frac{2a+1}{2(a-2)} = \frac{2(5a-2)-(2a+1)}{2(a-2)} = \frac{10a-4-2a-1}{2(a-2)} = \frac{7a-5}{2a-4}$$

$$\text{پ) } \frac{x^2-10}{x^2-9} - \frac{5x-10}{x+3} = \frac{x^2-10}{(x-3)(x+3)} - \frac{5x-10}{x+3} = \frac{x^2-10-(5x-10)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2-10-(5x^2-15x-10x+30)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2-10-5x^2+25x-30}{(x-3)(x+3)} = \frac{-4x^2+25x-40}{x^2-9}$$

$$\text{ت) } \frac{4}{x^2+5x+6} + \frac{5x}{x^2+6x+8} = \frac{4}{(x+2)(x+3)} + \frac{5x}{(x+2)(x+4)} = \frac{4(x+4)+5x(x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)} = \frac{4x+16+5x^2+15x}{(x+2)(x+3)(x+4)}$$

$$= \frac{5x^2+19x+16}{x^2+9x^2+26x+24}$$

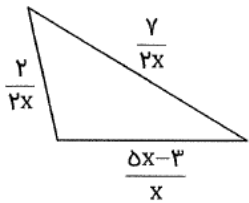
$$\text{ث) } \frac{6x+1}{x+4} - \frac{x}{x-2} = \frac{(6x+1)(x-2)-x(x+4)}{(x+4)(x-2)} = \frac{6x^2+x-12x-2-x^2-4x}{(x+4)(x-2)} = \frac{5x^2-21x-2}{x^2+x-12}$$

$$\text{ج) } \frac{1}{x^2-x} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x(x-1)} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1-2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1-x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x(x+1)}$$

$$\text{چ) } \frac{2x+8}{x^2-4x+4} - \frac{7}{x-2} = \frac{2(x+4)}{(x-2)^2} - \frac{7}{x-2} = \frac{2(x+4)-7(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{-5x+22}{(x-2)^2}$$



**مثال ۲۳** محیط مثلث مقابل را به دست آورید، و آن را ساده کنید. ( $x > 0$ )



حاصل جمع هر سه ضلع = محیط مثلث

$$\frac{2}{2x} + \frac{7}{2x} + \frac{5x-3}{x} = \frac{2+7+2(5x-3)}{2x} = \frac{9+10x-6}{2x} = \frac{10x+3}{2x}$$

**مثال ۲۴** دو عبارت گویا بنویسید که حاصل جمع آن ها  $\frac{a-3}{a+5}$  باشد.

دو عبارت باید بنویسیم که جمع آن ها  $\frac{a-3}{a+5}$  شود. برای این کار لازم است دو عبارت را به شکل

بنویسیم. در جاهای خالی دو چند جمله ای را طوری می نویسیم که حاصل جمع آن ها  $\frac{\square}{a+5} + \frac{\square}{a+5} = \frac{a-3}{a+5}$

$a - 3$  شود. پس جواب های مختلفی می توان برای آن نوشت. چند جواب متفاوت را در زیر می بینید.

$$\frac{\boxed{a}}{a+5} + \frac{\boxed{-3}}{a+5} = \frac{a-3}{a+5} \quad \frac{\boxed{a-1}}{a+5} + \frac{\boxed{-2}}{a+5} = \frac{a-3}{a+5} \quad \frac{\boxed{2a-5}}{a+5} + \frac{\boxed{-a+2}}{a+5} = \frac{a-3}{a+5}$$

### ساده کردن عبارات های مرکب

کسری که صورت و مخرج آن عبارت گویا باشد را کسر گویای مرکب می نامیم. به دو روش می توان جواب یک عبارت مرکب را به دست آورد:

- ۱- صورت و مخرج عبارت مرکب را جداگانه حساب می کنیم سپس آن ها را برهم تقسیم می کنیم.
- ۲- از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب می کنیم، و سپس حاصل را ساده کنیم.

**مثال ۲۵** عبارت گویای مرکب زیر را به ساده ترین حالت ممکن بنویسید.

$$\frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}$$

پاسخ: این سوال را به هر دو روش حل می کنیم:

روش اول: صورت و مخرج را جداگانه به دست می آوریم.

$$\text{صورت: } 1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{1 \times x^2 - 3 \times x + 2}{x^2} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2} = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2}$$

$$\text{مخرج: } 1 + \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2} = \frac{1 \times x^2 + 1 \times x - 6}{x^2} = \frac{x^2 + x - 6}{x^2} = \frac{(x+3)(x-2)}{x^2}$$

حال جواب عبارت صورت را بر جواب عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x^2} \div \frac{(x+3)(x-2)}{x^2} = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2} \times \frac{x^2}{(x+3)(x-2)} = \frac{x-1}{x+3}$$

روش دوم: صورت و مخرج را در عبارت مخالف صفر  $x^2$  ضرب می کنیم.

$$\frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}} = \frac{x^2 \left( 1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 + \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2} \right)} = \frac{x^2 \times 1 - \cancel{x^2} \times \frac{3}{x} + \cancel{x^2} \times \frac{2}{x^2}}{x^2 \times 1 + \cancel{x^2} \times \frac{1}{x} - \cancel{x^2} \times \frac{6}{x^2}} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x-1}{x+3}$$

مثال ۲۶ حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید. (مخرج مخالف صفر فرض شده است.)

$$\frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}}$$

روش اول صورت

$$\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{\cancel{xy} - y^2 - x^2 - \cancel{xy}}{(x+y)(x-y)} = \frac{-y^2 - x^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-(y^2 + x^2)}{(x+y)(x-y)}$$

مخرج

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - xy + yx + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 + y^2}{(x+y)(x-y)}$$

حال جواب عبارت صورت را بر جواب عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

$$\frac{-(y^2+x^2)}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2+y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-(y^2+x^2)}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x^2+y^2} = -1$$

روش دوم

توجه کنید زمانی می توانیم از روش دوم استفاده کنیم که حتما مخرج مشترک عبارت گویای صورت و مخرج مشترک عبارت گویای مخرج باهم برابر باشند.

در اینجا مخرج مشترک هر دو عبارت گویای صورت و مخرج برابر  $(x+y)(x-y)$  می باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} &= \frac{(x+y)(x-y)\left(\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}\right)}{(x+y)(x-y)\left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right)} = \frac{(x+y)(x-y) \times \frac{y}{x+y} - (x+y)(x-y) \times \frac{x}{x-y}}{(x+y)(x-y) \times \frac{x}{x+y} + (x+y)(x-y) \times \frac{y}{x-y}} \\ &= \frac{y(x-y) - x(x+y)}{x(x-y) + y(x+y)} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{x^2 - xy + yx + y^2} = \frac{-y^2 - x^2}{x^2 + y^2} = -1 \end{aligned}$$

مثال ۲۷ عبارت های گویای مرکب زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\text{الف) } \frac{x - \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2-1}{x}}{\frac{x^2+1}{x}} = \frac{x^2-1}{x} \div \frac{x^2+1}{x} = \frac{x^2-1}{x} \times \frac{x}{x^2+1} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \frac{n - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{n^2-m^2}{n^2-m^2}} &= \frac{\frac{n^2 - mn - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{-mn}{n-m} \div \frac{n^2}{n^2 - m^2} \\ &= \frac{-mn}{n-m} \times \frac{n^2 - m^2}{n^2} = \frac{-mn}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } \frac{\frac{b}{a+b} - \frac{a}{a-b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}} &= \frac{\frac{b(a-b) - a(a+b)}{(a^2-b^2)}}{\frac{a(a+b) - b(a-b)}{(a^2-b^2)}} = \frac{ab - b^2 - a^2 - ab}{a^2 - b^2} \div \frac{a^2 + ab - ab + b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{-b^2 - a^2}{a^2 - b^2} = \frac{-(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2} \div \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{-(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2} \times \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = -1 \end{aligned}$$

سوالات امتحانی درس دوم

- ۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.  
 الف) قوانین ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا مشابه با قوانین ضرب و تقسیم اعداد گویا است.  
 ب) صورت و مخرج هر عبارت گویا را می‌توان در هر عددی ضرب نمود.  
 ج)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  معکوس  $x + y$  است.  
 د) عبارت گویای  $\frac{1}{x-y}$  برابر با عبارت گویای  $\frac{-1}{x+y}$  است.  
 ۲- جاهای خالی را با اعداد و یا کلمات مناسب پر کنید.  
 الف) حاصل  $\frac{1}{x} \div \frac{1}{y}$  برابر با عبارت ... است.  
 ب) اگر صورت یک عبارت گویا صفر باشد، حاصل آن ... خواهد بود.  
 ج) کوچک‌ترین مخرج مشترک بین عبارت‌های  $(x^2 - 4)$  و  $(x^2 + 5x + 6)$  برابر با عبارت ... است.  
 د) کسر  $\frac{5x^2 - 3}{2x + 7}$  به ازای عدد ... به جای  $x$  تعریف نشده است.

۳- ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده اند).

الف) $\frac{a}{6b} \times \frac{3b}{4} \times \frac{2b}{5} =$	ه) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} \times \frac{4x^2}{x + 1} =$
ب) $\frac{4x^2 - 6xy}{5x} \times \frac{1 \cdot x}{6x - 9y} =$	و) $\frac{a^2 - b^2}{a} \div \frac{a + b}{a - b} =$
ج) $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{3x^2 - 6x}{2x + 6} =$	ز) $\frac{a^2}{a^2 - 1} \div \frac{a + 2}{a - 1} =$
د) $\frac{1 + x}{(m + n)} \times \frac{x^2 - y^2}{12} \times \frac{(m + n)^2}{m - n} \times \frac{6(m^2 - n^2)}{x + y} =$	ح) $\frac{4x^2 - 9a^2}{ab - a^2} \div \frac{2x - 3a^2}{a^2b - a^2} =$
	ط) $\frac{2 \cdot x - 25}{3b - 4} \div \frac{fa^2x - 5a^2}{9b^2 - 16} =$

$$۱) \frac{x(x^2 - y^2)}{(x-y)^2} + \frac{x^2 + xy}{x-y} =$$

$$۲) \frac{4x^2 - 25y^2}{2x^2y + 5xy^2} \div \frac{6x^2 - 15xy}{9x^2y^2} =$$

$$۳) \frac{x^2 - 2x - 15}{5x^2 + 15x} \div \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - x} =$$

۴- جمع و تفریق عبارت‌های گویای زیر را انجام داده و حاصل را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (مخرج هم‌ی کسرها مخالف صفر است.)

$$الف) \frac{a-2}{b-1} + \frac{2a+3}{b-1} =$$

$$ب) \frac{a+b}{a} - \frac{b-a}{b} =$$

$$ج) \frac{x}{x+2} + \frac{x}{x-2} =$$

$$د) \frac{x^2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{3x+15} =$$

$$ه) \frac{a}{a+2} + \frac{2}{a-2} - \frac{4a}{a^2-4} =$$

$$و) \frac{2}{3x-3} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{2x+2} =$$

$$ز) \frac{3}{x} + \frac{3x}{x+1} - \frac{3}{x(x+1)} =$$

$$ح) \frac{x^2-16}{x^2+x-2} - \frac{x^2-7x+10}{x^2-25} =$$

$$ط) \frac{4}{a^2+3a-1} - \frac{6}{a^2-25} =$$

$$ث) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} =$$

۵ - حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) 
$$\frac{\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}} =$$

ب) 
$$\left(\frac{x^2-9}{x^2-4} \times \frac{x^2+3x+2}{x^2-6x+9}\right) \div \frac{x^2+4x+3}{x^2-x-6} =$$

ج) 
$$\left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \div \left(\frac{a+b}{a-b} - 1\right) =$$

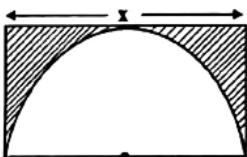
د) 
$$\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{1+x}\right)} =$$

ه) 
$$\frac{\frac{2}{3x-3} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{2x+2}}{\frac{1}{x-1}} =$$

۶ - اگر  $1 = \frac{4x^2-36}{x^2-5x+6} \times \frac{2x-4}{2x+24}$  مقدار a را بیابید.

۷ - عبارت گویایی بیابید که اگر در  $\frac{4x^2-1}{6+x-x^2}$  ضرب شود، حاصل برابر با  $\frac{2x+1}{x+2}$  شود.

۸ - با توجه به شکل زیر:



الف) اگر طول مستطیل x باشد، مساحت قسمت هاشور خورده را بر حسب x به دست آورید.

ب) نسبت مساحت قسمت هاشور خورده به مساحت کل شکل چه قدر است؟

ج) اگر مساحت نیم دایره برابر  $50\pi$  واحد مربع باشد، مساحت مستطیل را به دست آورید.