

فصل دوم: «حساب ۱» (اعداد طبیعی، ب.م.م و ک.م.م)

	<p>تعداد شمارنده‌های یک عدد:</p> <p>ابتدا عدد را به عامل‌های اول تجزیه کرده و سپس به توان هر عامل یکی اضافه می‌کنیم و آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. به طور مثال تعداد شمارنده‌های ۱۴۰۰ برابر است با:</p> $۱۴۰۰ = ۷^۱ \times ۲^۳ \times ۵^۲ \Rightarrow (۱ + ۱) \times (۳ + ۱) \times (۲ + ۱) = ۲ \times ۴ \times ۳ = ۲۴$
	<p>۱</p>
	<p>حاصل ضرب شمارنده‌های یک عدد:</p> <p>از رابطه‌ی <math>A^{\frac{n}{2}}</math> بدست می‌آید. A خود عدد و <math>\frac{n}{2}</math> نصف تعداد شمارنده‌های آن است.</p>
	<p>۲</p>
	<p>تعداد شمارنده‌های مرکب یک عدد:</p> <p>(شمارنده‌های اول عدد + عدد یک) - تعداد کل شمارنده‌ها = تعداد شمارنده‌های مرکب یک عدد</p>
	<p>۳</p>
	<p>مجموع شمارنده‌های یک عدد:</p> <p>برای بدست آوردن مجموع شمارنده‌های یک عدد به مثال زیر توجه کنید.</p> <p>مثال: مجموع شمارنده‌های عدد ۴۰۰ را بدست آورید؟</p> <p>ابتدا آن را تجزیه کرده و به صورت زیر عمل می‌کنیم:</p> $۴۰۰ = ۲^۴ \times ۵^۲$ $۴۰۰ \text{ مجموع شمارنده‌های } = (۲^۰ + ۲^۱ + ۲^۲ + ۲^۳ + ۲^۴) \times (۵^۰ + ۵^۱ + ۵^۲) = ۳۱ \times ۳۱ = ۹۶۱$
	<p>۴</p>
	<p>مجموع معکوس شمارنده‌های یک عدد:</p> $\text{مجموع معکوس شمارنده‌های } A = \frac{\text{مجموع شمارنده‌های } A}{A}$
	<p>۵</p>
	<p>تعداد شمارنده‌های فرد یک عدد:</p> <p>برای به دست آوردن تعداد شمارنده‌های فرد یک عدد، ابتدا آن عدد را تجزیه می‌کنیم. سپس اگر در تجزیه‌ی عدد عامل ۲ داشته باشیم آن را کنار گذاشته و به توان سایر عامل‌ها یک واحد اضافه می‌کنیم و آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. به طور مثال:</p> $۱۵۰۰ = ۲^۲ \times ۵^۳ \times ۳^۱ \xrightarrow{\text{عامل ۲ را حذف می‌کنیم}} (۳ + ۱) \times (۱ + ۱) = ۴ \times ۲ = ۸$
	<p>۶</p>

۷	<p>تعداد شمارنده‌های زوج یک عدد:</p> <p>تعداد شمارنده‌های فرد <math>A</math> - تعداد شمارنده‌های مثبت <math>A</math> = تعداد شمارنده‌های زوج عدد <math>A</math></p>
۸	<p>تعداد شمارنده‌های مربع کامل یک عدد:</p> <p>برای بدست آوردن تعداد شمارنده‌های مربع کامل یک عدد باید بدانیم در تجزیه‌ی آن عدد، چند عامل با توان زوج وجود دارد.</p> <p>مثال: عدد <math>45000</math> چند شمارنده‌ی مربع کامل دارد؟</p> $45000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$ <p>در این عدد توان عدد <math>2</math> می‌تواند <math>0</math> و <math>2</math> باشد (حالت <math>2</math>)، توان عدد <math>3</math> می‌تواند <math>0</math> و <math>2</math> باشد (حالت <math>2</math>) و توان عدد <math>5</math> می‌تواند <math>0</math> و <math>2</math> و <math>4</math> باشد (حالت <math>3</math>). حالت‌های ممکن را در هم ضرب می‌کنیم تا پاسخ بدست آید:</p> $2 \times 2 \times 3 = 12$
۹	<p>تعداد شمارنده‌های زوج مربع کامل:</p> <p>تعداد شمارنده‌های فرد مربع کامل - تعداد شمارنده‌های مربع کامل = تعداد شمارنده‌های زوج مربع کامل</p>
۱۰	<p>تعداد شمارنده‌های مکعب کامل:</p> <p>برای بدست آوردن تعداد شمارنده‌های مکعب کامل باید بدانیم در تجزیه‌ی عدد چند عامل با توان <math>3</math> وجود دارد. سپس تعداد حالت‌ها را بدست آورده و در هم ضرب کنیم (مانند نکته <math>8</math>)</p>
۱۱	<p>ب.م.م دو عدد:</p> <p>ابتدا دو عدد را به عوامل اول تجزیه کرده و به صورت ضرب عامل‌ها می‌نویسیم. سپس عوامل مشترک با کمترین توان را انتخاب کرده و در هم ضرب می‌کنیم. مانند:</p> $(2^3 \times 3^4 \times 5 \text{ و } 2^2 \times 5^3 \times 7) = 2^2 \times 5 = 20$

۱۲	<p><b>تعداد شمارنده‌های مشترک چند عدد:</b></p> <p>برای محاسبه‌ی تعداد شمارنده‌های مشترک چند عدد ابتدا (ب.م.م) آن‌ها را محاسبه کرده، سپس تعداد شمارنده‌های (ب.م.م) را حساب می‌کنیم. به طور مثال: ب.م.م سه عدد ۷۲۰ و ۸۲۸ و ۴۵۰ برابر ۱۸ می‌باشد و عدد ۱۸ دارای ۶ شمارنده است پس در نتیجه اعداد ۷۲۰ و ۸۲۸ و ۴۵۰ شش شمارنده‌ی مشترک دارند.</p>
۱۳	<p><b>ک.م.م دو عدد:</b></p> <p>برای بدست آوردن (ک.م.م) چند عدد ابتدا هر یک از اعداد را تجزیه کرده و به صورت ضرب عامل‌ها می‌نویسیم. سپس عامل‌های مشترک را با بزرگترین توان و عامل‌های غیرمشترک را انتخاب کرده و در هم ضرب می‌کنیم.</p>
۱۴	<p><b>محاسبه‌ی تعداد اعداد کوچک‌تر متباین نسبت به یک عدد:</b></p> <p>اگر تجزیه شده‌ی عدد <math>A</math> به صورت <math>A = x^a \times y^b \times z^c \times \dots</math> باشد، تعداد اعداد کوچک‌تر از <math>A</math> که نسبت به <math>A</math> اول هستند از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:</p> $A \times \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{y}\right) \left(1 - \frac{1}{z}\right) \dots$ <p>مثال: چند عدد طبیعی کمتر از ۳۰۰ نسبت به آن اول هستند:</p> $300 = 3 \times 2^2 \times 5^2 \Rightarrow 300 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 300 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = 80$
۱۵	<p><b>به نکته‌های زیر توجه کنید:</b></p> <p>۱- تعداد شمارنده‌های اعدادی که مجذور کامل هستند (مانند: ۲۵ و ۱۰۰ و ۹۰۰ و...) همیشه عددی فرد است.</p> <p>۲- هر گاه مجموع دو عدد اول، عددی فرد باشد، یکی از آن دو عدد حتماً عدد ۲ است.</p> <p>۳- هر گاه حاصل ضرب دو عدد اول، عددی زوج باشد، یکی از آن دو عدد حتماً عدد ۲ است.</p> <p>۴- اعدادی مانند ۲۵ که فقط یک شمارنده‌ی اول دارند، تعداد شمارنده‌های آن‌ها نیز عددی اول است.</p>

<p>۵- هر عدد چهار رقمی که ارقام آن ۲ رقم ۲ رقم تکرار شود، حتماً بر ۱۰۱ نیز بخش پذیر است مانند:</p> $4747 = 47 \times 101$ <p>۶- هر عدد شش رقمی که ارقام آن ۳ رقم ۳ رقم تکرار شود، علاوه بر ۱۳ و ۱۷، حتماً بر ۱۰۰۱ بخش پذیر است مانند: <math>354354 = 354 \times 1001</math></p>	
<p>۱۶ آخرین عددی که در یک غربال خط می خورد:</p> <p>ابتدا مشخص می کنیم آخرین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد، کدام عدد است. سپس آن عدد را در خودش و اعداد اول بعد از خودش ضرب می کنیم. بزرگترین عددی که بدست می آید و در محدوده ی غربال وجود دارد، پاسخ ما خواهد بود.</p> <p>مثال: در غربال ۱ تا ۵۰۰ آخرین عددی که خط می خورد، کدام عدد است؟</p> <p>پس آخرین اعدادی که خط می زنیم مضارب ۱۹ هستند. <math>\sqrt{500} \cong 22/3</math></p> <p>در نتیجه: آخرین عدد <math>19 \times 23 = 437</math>      <math>19 \times 19 = 361</math></p> <p>خارج از محدوده <math>19 \times 29 = 551</math></p>	
<p>۱۷ فاکتوریل:</p> <p>حاصل ضرب یک عدد طبیعی مانند n در همه ی اعداد طبیعی قبل از خودش را با n! نمایش می دهیم و می خوانیم n فاکتوریل. به طور مثال ۵ فاکتوریل برابر است با: <math>5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5</math></p>	
<p>۱۸ در مبحث فاکتوریل به نکات زیر توجه کنید و برخی از قوانین آن را با مثال های عددی فرا بگیرید:</p> <p>۱- به طور قرارداد می پذیریم: <math>0! = 1</math> , <math>1! = 1</math></p> <p>۲- عدد n! فاکتوریل بر تمام اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی n بخش پذیر است.</p> <p>۳- فاکتوریل مجموع یا تفاضل دو عدد با مجموع یا تفاضل فاکتوریل تک تک آنها برابر نیست.</p> <p>به طور مثال: <math>2! + 3! \neq (2+3)!</math> یا <math>5! - 2! \neq (5-2)!</math></p>	

<p>۴- همین طور برای ضرب و تقسیم فاکتوریل، نکته شماره ۳ صدق می کند. مانند:</p> $\left(\frac{7}{3}\right)! \neq \frac{7!}{3!}$ <p>یا <math>(2 \times 5)! \neq 2! \times 5!</math></p> <p>۵- می توانیم <math>n!</math> را به صورت <math>(n-1)! \times n</math> بنویسیم. مانند: <math>8! = 7! \times 8</math></p>	
<p>تعداد عامل های اول در <math>n!</math> ۱۹</p> <p>تعداد عامل های ۲ یا ۵ و یا هر عامل اولی در عبارتی مانند <math>30!</math> را این گونه بدست می آوریم:</p> <p>مثال: تعداد عامل های ۲ در <math>30!</math> را بدست آورید؟</p> <p><math>30</math> را به طور جداگانه بر توان های ۲ تقسیم کرده و خارج قسمت ها را با هم جمع می کنیم:</p> $\begin{array}{r} 30 \mid 2 \\ 30 \mid 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \mid 4 \\ 30 \mid 7 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \mid 8 \\ 24 \mid 3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \mid 16 \\ 16 \mid 1 \\ \hline 14 \end{array}$ <p><math>30!</math> در ۲ عامل های <math>15+7+3+1=26</math></p>	
<p>برای تعیین تعداد صفرهای سمت راست <math>n!</math> کافی است به کمک نکته ی بالا تعداد عامل های ۵ موجود در آن را بدست آوریم.</p>	۲۰

سئالات «حساب ۱»

۱	چند عدد اول کوچکتر از ۱۲۵۰ وجود دارد که مجموع ارقام آن ۲ باشد؟	۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
۲	عدد $A = ۱۲^{۱۰} + ۱۲^{۱۱} + ۱۲^{۱۲}$ را به حاصل ضرب اعداد اول تجزیه می‌کنیم، چند عدد اول در تجزیه‌ی A وجود دارد؟	۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)
۳	در تعیین اعداد اول از ۱ تا ۱۰۰ به روش غربال پنجاه و سومین عددی که خط می‌خورد، کدام است؟	۹ (۱)	۴۵ (۲)	۹۸ (۳)	۲۱ (۴)
۴	در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۳۰۰ عدد ۵۵ چندمین عددی است که خط می‌خورد؟	۲۰۳ (۱)	۲۰۲ (۲)	۲۰۱ (۳)	۲۰۰ (۴)
۵	در روش غربال برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا ۲۵۰ آخرین عددی که خط می‌زنیم چه عددی است؟	۱۶۹ (۱)	۱۸۶ (۲)	۲۲۱ (۳)	۲۴۷ (۴)
۶	کدام یک از اعداد زیر مربع کامل است؟	۲۵۰۰۰ (۱)	۶۴۰۰۹ (۲)	۶۲۱۲۷ (۳)	۳۶۴۹۴ (۴)
۷	تعداد شمارنده‌های زوج عدد $۲۵ \times ۸ \times ۷^۲$ برابر است با:	۳۶ (۱)	۳۲ (۲)	۲۷ (۳)	۲۴ (۴)
۸	عدد $۳^۷ \times ۱۰ \times ۲^۴$ چند شمارنده دارد که هر یک مربع کامل باشند؟	۲۴ (۱)	۱۰۵ (۲)	۳۲ (۳)	۱۴۷ (۴)
۹	عدد $۱۵^n$ چند شمارنده‌ی اول دارد؟	۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

۱۰	در تجزیه‌ی عدد $26!$ چند صفر در سمت راست عدد ظاهر می‌شود؟	۵ (۱)	۶ (۲)	۷ (۳)	۸ (۴)
۱۱	در تجزیه‌ی عدد $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9$ چند عامل ۲ دیده می‌شود؟	۶ (۱)	۷ (۲)	۸ (۳)	۹ (۴)
۱۲	ک.م.م سه عدد $5^2 \times 3^5$ و $5^2 \times 3^5$ و $5^2 \times 3 \times 11$ کدام است؟	$5^2$ (۱)	$5^2 \times 3^5$ (۲)	$5^3 \times 3^5 \times 2^7 \times 11$ (۳)	$5^2 \times 3 \times 11 \times 2^7$ (۴)
۱۳	ب.م.م سه عدد $5^2 \times 3^5$ و $5^2 \times 3^5$ و $5^2 \times 3 \times 11$ کدام است؟	۲۵ (۱)	۷۵ (۲)	$11 \times 5^3 \times 3^5 \times 2^7$ (۳)	۵ (۴)
۱۴	تعداد شمارنده‌های عدد ۲۰۰۰ چند برابر تعداد شمارنده‌های اول آن است؟	۲ (۱)	۵ (۲)	۱۰ (۳)	۲۰ (۴)
۱۵	عدد $2000^4$ چند شمارنده‌ی مرکب دارد؟	۲۱۸ (۱)	۲۱۹ (۲)	۱۸ (۳)	۱۹ (۴)
۱۶	مجموع شمارنده‌های عدد ۱۳۸۶ کدام است؟	۱۷۲۴ (۱)	۳۷۲۴ (۲)	۳۶۲۴ (۳)	۳۷۴۴ (۴)
۱۷	عدد طبیعی $n$ به صورت توان چهارم یک عدد طبیعی است. اگر $P$ تعداد مقسوم علیه‌های $n$ باشد، باقی مانده‌ی $P$ بر ۴ کدام است؟	۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
۱۸	عدد $4^3 \times 7^9$ چند شمارنده‌ی مرکب زوج دارد؟	۵۴ (۱)	۵۵ (۲)	۵۹ (۳)	۶۰ (۴)
۱۹	عدد $4^6 \times 3^8 \times 5$ چند شمارنده‌ی مجذور کامل و هم مکعب کامل دارد؟	۶ (۱)	۴ (۲)	۲ (۳)	۱ (۴)

۲۰	عدد ۱۱! چند شمارنده‌ی طبیعی دارد؟	۴۵۰ (۱)	۵۴۰ (۲)	۶۳۰ (۳)	۳۶۰ (۴)
۲۱	عددی ۱۳ شمارنده دارد. مکعب این عدد چند شمارنده دارد؟	۲۶ (۱)	۲۷ (۲)	۳۹ (۳)	۳۷ (۴)
۲۲	فرض کنید $A = 2^7 \times 6^3 \times 15^2$ در تجزیه عدد $24A^2$ به عوامل اول، توان ۲ و توان ۳ چند واحد اختلاف خواهند داشت؟	۶۵ (۱)	۸۲ (۲)	۸ (۳)	۱۰ (۴)
۲۳	عدد M سه شمارنده‌ی اول و ۸ شمارنده دارد. مکعب این عدد چند شمارنده دارد؟	۲۳ (۱)	۴۲ (۲)	۴۳ (۳)	۸۳ (۴)
۲۴	عدد $10^n$ چند شمارنده دارد؟	$n+1$ (۱)	$n-1$ (۲)	$(n+1)^2$ (۳)	$(n-1)^2$ (۴)
۲۵	حاصل ضرب همه‌ی شمارنده‌های $9^9$ چند است؟	۳۱۷۱ (۱)	۳۱۷۲ (۲)	۳۱۰۰ (۳)	۳۱۰۱ (۴)
۲۶	مجموع معکوس شمارنده‌های عدد ۶۰۰ برابر است با:	۳/۱ (۱)	۳/۲ (۲)	۳/۳ (۳)	۳/۴ (۴)
۲۷	عدد ۶ رقمی $\overline{abcabc}$ همواره بر چه عددی بخش پذیر است؟	۷ (۱)	۱۱ (۲)	۱۳ (۳)	۷ و ۱۱ و ۱۳ (۴)
۲۸	در بین اعداد ۱ تا ۲۰۰ چند عدد وجود دارد که تعداد شمارنده‌های آن فرد است؟	۱۱ (۱)	۱۲ (۲)	۱۴ (۳)	۱۶ (۴)
۲۹	اگر عدد ۹ ب.م.م دو عدد و ۳۶۰ ک.م.م همان دو عدد باشد و یکی از دو عدد ۴۵ باشد عدد دیگر کدام است؟	۳۶ (۱)	۱۸۰ (۲)	۱۶۲ (۳)	۷۲ (۴)



۳۰	اگر $\frac{n!}{(n+1)!} = 0/1$ باشد مقدار $n$ کدام است؟	۱۰ (۱)	۱۱ (۲)	۹ (۳)	۸ (۴)
۳۱	اگر $a$ و $b$ طول و عرض یک مستطیل باشند، $(a,b)=2$ و $[a,b]=144$ مساحت مستطیل کدام است؟	۲۸۸ (۱)	۷۲ (۲)	۲۹۲ (۳)	۳۶ (۴)
۳۲	اگر $k$ عدد طبیعی باشد کدام یک از اعداد زیر می تواند بر ۲ بخش پذیر نباشد؟	$k(k-1)$ (۱)	$k(k+1)$ (۲)	$(k+1)(k+3)$ (۳)	$k(k+1)(k+2)$ (۴)
۳۳	اگر ب.م.م دو عدد $a=2^{k-1} \times 3^2 \times 5^{k-1}$ و $b=2^{k+1} \times 3 \times 5^{k+1}$ برابر ۳۰۰ باشد مقدار $k$ کدام است؟	۳ (۱)	۲ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)
۳۴	عدد شش رقمی $\overline{abcabc}$ دقیقاً ۱۶ شمارنده دارد. کوچک ترین مقدار ممکن برای این عدد کدام است؟	۲۰۳۲۰۳ (۱)	۲۰۱۲۰۱ (۲)	۱۰۲۱۰۲ (۳)	۱۰۱۱۰۱ (۴)
۳۵	۲۳ برابر عدد $11^3 \times 5^3 \times 3^4 \times 2^7$ چند شمارنده دارد که نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیر است؟	۶۴ (۱)	۷۴ (۲)	۷۶ (۳)	۸۶ (۴)
۳۶	در الگوریتم غربال اراتستن برای تعیین اعداد اول کم تر از ۱۰۰۰۰ عدد ۹۹۹۵ چندمین عددی است که خط می خورد؟	۷۳۳۰ (۱)	۷۳۳۱ (۲)	۶۹۹۸ (۳)	۶۹۹۷ (۴)
۳۷	تعداد عددهای طبیعی که مربع آنها شمارنده‌ی ۲۰۰۰ است، چند تا است؟	۳ (۱)	۶ (۲)	۹ (۳)	۱۲ (۴)
۳۸	در دو توالی زیر اعداد با نظم خاصی مرتب شده‌اند. عدد ۳۹ اولین عدد مشترک دو توالی است. دهمین عدد مشترک دو توالی کدام است؟ $7, 23, 39, 55, \dots$ و $3, 15, 27, 39, 51, \dots$	۵۱۹ (۱)	۴۲۳ (۲)	۴۷۱ (۳)	۴۳۲ (۴)

چند عضو از اعضای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 999\}$ نه بر ۸ بخش پذیرند و نه بر ۱۲؟	۳۹
<p>(۱) ۷۹۲ (۲) ۸۰۲ (۳) ۸۱۲ (۴) ۸۳۳</p>	
چند عدد چهار رقمی به صورت $\overline{abab}$ وجود دارد که دقیقاً ۶ شمارنده‌ی مثبت داشته باشد؟	۴۰
<p>(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۸</p>	
تعداد اعداد ۵ رقمی مضرب ۲۵ کدام است؟	۴۱
<p>(۱) ۹۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۳۲۰۰</p>	
تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰ که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند، کدام است؟	۴۲
<p>(۱) ۶۸۸ (۲) ۶۸۶ (۳) ۶۸۴ (۴) ۶۵۸</p>	
اگر $A$ مجموع شمارنده‌های مثبت عدد ۱۳۸۴ باشد آن گاه تعداد شمارنده‌های مثبت $A$ کدام است؟	۴۳
<p>(۱) ۲۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲</p>	
عدد $A$ مربع کامل بوده و رقم یکان آن صفر است. رقم دهگان آن کدام گزینه می‌تواند باشد؟	۴۴
<p>(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) هر سه گزینه</p>	
عدد $85!$ بر $3^k$ بخش پذیر است. حداکثر مقدار $k$ کدام است؟	۴۵
<p>(۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۳۹</p>	
مریم متوجه شد که در سال ۱۳۸۹ سن او برابر بوده است با مجموع رقم‌های سال تولدش. سن او در چه محدوده‌ای است؟	۴۶
<p>(۱) ۸ تا ۱۲ (۲) ۱۳ تا ۱۶ (۳) ۱۷ تا ۲۱ (۴) ۲۲ تا ۲۵</p>	
عدد کامل عددی است که با مجموع شمارنده‌های کوچک‌تر از خودش برابر است. در این صورت کدام یک از اعداد زیر کامل است؟	۴۷
<p>(۱) ۴۹۲ (۲) ۴۹۴ (۳) ۴۹۶ (۴) ۴۹۸</p>	

«حساب ۲»

۱ ترتیب انجام عملیات ریاضی:

۱- محاسبه‌ی عبارت داخل پرانتزها یا گروه‌ها از داخلی‌ترین آنها

۲- محاسبه‌ی مقدار عددی توان‌ها یا رادیکال

۳- انجام عملیات ضرب یا تقسیم (از سمت چپ به راست)

۴- حل جمع یا تفریق‌ها

۲ برای بدست آوردن مجموع یک دنباله‌ی عددی منظم باید تعداد اعداد یک سری و میانگین آنها را در هم ضرب کنیم

$$\text{میانگین} = \frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{۲} \quad \text{تعداد اعداد دنباله حسابی} = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} + ۱$$

میانگین  $\times$  تعداد اعداد دنباله = مجموع یک دنباله‌ی حسابی

مثال: مجموع اعداد زیر را بدست آورید.

$$A = ۲۵ + ۳۰ + ۳۵ + \dots + ۱۶۵$$

$$\text{میانگین} = \frac{۱۶۵ + ۲۵}{۲} = ۹۵ \quad \text{تعداد} = \frac{۱۶۵ - ۲۵}{۵} + ۱ = ۲۹$$

$$A = \text{مجموع} = ۹۵ \times ۲۹ = ۲۷۵۵$$

۳ فرمول‌های زیر را به خاطر بسپارید:

$۱ + ۲ + ۳ + \dots + n =$  مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا  $n$

$$S = \frac{n(n+1)}{۲}$$

$۲ + ۴ + ۶ + \dots + 2n =$  مجموع اعداد زوج طبیعی از ۲ تا  $2n$

$$S = n(n+1)$$

$۱ + ۳ + ۵ + ۷ + \dots + 2n-1 =$  مجموع اعداد فرد طبیعی از ۱ تا  $2n-1$

$$S = n^2$$

$۱^2 + ۲^2 + ۳^2 + \dots + n^2 =$  مجموع مربعات اعداد طبیعی از  $۱^2$  تا  $n^2$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{۶}$$

$۱^3 + ۲^3 + ۳^3 + \dots + n^3 =$  مجموع مکعبات اعداد طبیعی از  $۱^3$  تا  $n^3$

$$S = \left(\frac{n(n+1)}{۲}\right)^2$$

\*  $n$  تعداد اعداد هر دنباله می باشد.

<p>دنباله‌ی هندسی:</p> <p>اگر در دنباله‌ای جملات طوری ردیف شده باشند که از تقسیم هر دو جمله‌ی متوالی، عدد ثابتی به دست آید، آن گاه این جملات تشکیل یک دنباله‌ی هندسی را می‌دهند.</p> <p>به عدد ثابتی که از تقسیم دو جمله‌ی متوالی در یک دنباله‌ی هندسی، حاصل می‌شود، قدرنسبت می‌گوییم و آن را با حرف <math>q</math> نمایش می‌دهیم.</p> <p>دنباله‌های زیر نمونه‌هایی از یک دنباله‌ی هندسی هستند:</p> <p><math>A=3,-6,12,-24,48,\dots</math>      <math>q = -3</math> (قدرنسبت)</p> <p><math>B=1,5,25,125,\dots</math>      <math>q = 5</math></p>	<p>۴</p>
<p>جمله‌ی <math>n</math>ام یک دنباله‌ی هندسی از رابطه‌ی <math>aq^{n-1}</math> بدست می‌آید.</p> <p><math>a</math> جمله‌ی اول، <math>q</math> قدرنسبت و <math>n</math> شماره‌ی جمله هستند.</p>	<p>۵</p>
<p>برای محاسبه‌ی مجموع یک جمله‌ی هندسی از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:</p> $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$ <p>مثال: مجموع ۱۰ جمله‌ی دنباله‌ی هندسی روبرو را حساب کنید؟</p> <p><math>A=2,4,8,\dots</math></p> $S_{10} = \frac{2(1 - 2^{10})}{1 - 2} = \frac{2 - 2 \times 2^{10}}{-1} = \frac{2 - 2048}{-1} = 2046$	<p>۶</p>
<p>مجموعه اعداد طبیعی زوج را با <math>E</math> و مجموعه اعداد طبیعی فرد را با <math>O</math> نمایش می‌دهند.</p> <p>مجموعه‌ی اعداد اول را با <math>P</math> و مجموعه‌ی اعداد مرکب را با <math>C</math> نمایش می‌دهند.</p> <p><math>P=\{1,2,3,5,7,11,\dots\}</math>      <math>C=\{2,4,6,8,10,12,15,\dots\}</math></p>	<p>۷</p>
<p>قرینه‌ی نقطه‌ی <math>A</math> نسبت به نقطه‌ی <math>B</math> از رابطه‌ی <math>2B-A</math> بدست می‌آید.</p> <p>مثال: قرینه‌ی نقطه‌ی <math>5+</math> نسبت به <math>3-</math> را بدست آورید.</p> <p><math>2 \times (-3) - (+5) = -6 - 5 = -11</math></p>	<p>۸</p>

فرض کنید  $A$  یک عدد طبیعی است که  $n$  رقم دارد. اگر اعداد طبیعی ۱ تا  $A$  را در یک خط کنار هم بنویسیم تعداد ارقام حاصل از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$n(A + 1) - \frac{10^n - 1}{9}$$

مثال: اگر اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۳۹۴ را در یک خط کنار هم بنویسیم، یک عدد چند رقمی به وجود می‌آید؟

$$\begin{aligned} n &= 4 \\ A &= 1394 \end{aligned} \rightarrow 4(1394 + 1) - \frac{10^4 - 1}{9} = 4 \times 1395 - \frac{9999}{9} = 4469$$

### قدرمطلق:

قدرمطلق یک عدد صحیح یعنی فاصله‌ی آن عدد از عدد صفر و آن را با علامت  $|a|$  نشان می‌دهند. توجه کنید که قدرمطلق همیشه مثبت است. مانند  $|-7| = 7$  یعنی فاصله عدد  $-7$  تا عدد صفر که برابر  $7$  واحد است. (فاصله همواره مقداری مثبت است)

### چند ویژگی قدرمطلق:

۱- ریشه‌ی دوم را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

$$|x| = \sqrt{x^2} \xrightarrow{\text{مثال}} |5| = \sqrt{5^2}$$

$$|x||y| = |xy| \xrightarrow{\text{مثال}} |-2||5| = |-10| = 10$$

۲- ضرب پذیری

$$|x| = |-x| \xrightarrow{\text{مثال}} |-7| = |7|$$

۳- تقارن

$$|x| = 0 \Rightarrow x = 0, \quad |x - y| = 0 \Rightarrow x = y$$

۴- صفر بودن

$$\frac{|x|}{|y|} = \left| \frac{x}{y} \right| \quad (|y| \neq 0) \xrightarrow{\text{مثال}} \frac{|12|}{|-3|} = \left| \frac{12}{-3} \right| = |-4| = 4$$

۵- تقسیم پذیری

۱۱ چند نکته‌ی کوچک:

۱- مقلوب یک عدد: اگر ارقام یک عدد طبیعی را به جای این که از چپ به راست بنویسیم از راست به چپ بنویسیم مقلوب آن عدد به دست می‌آید به طور مثال دو عدد ۵۷۱ و ۱۷۵ مقلوب هم هستند.

۲- برای نوشتن اعداد ۱ تا ۹۹۹۹ تعداد ارقام مورد نیاز برابر است با:

$$(1 \times 9) + (2 \times 90) + (3 \times 900) + (4 \times 9000)$$

عمل‌گرها: عملیاتی هستند که طبق تعاریفی که بیان می‌شود با رعایت ترتیب انجام عملیات، محاسبات انجام می‌شود.

مثال: اگر  $a * b = (a - b) + ab$  باشد، آن گاه  $4 * 7$  را به دست آورید.

$$4 * 7 = (4 - 7) + (4 \times 7) = -3 + 28 = 25$$

۱۲ کسر مسلسل:

کسرهایی مانند کسر زیر به کسر مسلسل معروف هستند. برای حل این گونه کسرها باید از پایین‌ترین کسر در مخرج و یا بالاترین کسر در صورت محاسبه را آغاز کنیم.

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

۱۳ کسر تلسکوپی:

هر کسر که مخرج آن ضرب ۲ عدد و صورت آن اختلاف همان دو عدد باشد به تفریق دو کسر تبدیل می‌شود که صورت‌ها ۱ و مخرج‌ها، همان دو عدد می‌باشد.

برای حل چند کسر متوالی تلسکوپی اولین را منهای کسر آخر می‌کنیم. به طور مثال:

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۱۴	<p>در برخی از کسرهای تلسکوپی اختلاف ۲ عدد ضرب شده در مخرج در صورت قرار ندارد و عددی غیر از آن در صورت نوشته شده است. مانند:</p> $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5}$ <p>در چنین مواردی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:</p> <p>(کسر آخر - کسر اول) <math>\times</math> <math>\frac{\text{عددی که در صورت قرار دارد}}{\text{اختلاف صورت و مخرج}}</math></p> <p>مثال: <math>\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}</math></p>
۱۵	<p><b>کسر تحویل‌پذیر:</b> اگر یک کسر را بتوانیم به یک شمارنده‌ی مشترک ساده کنیم، آن دو کسر را تحویل‌پذیر (ساده شدنی) می‌گویند. مانند: <math>\frac{۱۷}{۵۱} = \frac{۱}{۳}</math></p> <p><b>کسر تحویل‌ناپذیر:</b> اگر یک کسر را آن قدر ساده کنیم که دیگر ساده نشود، کسر حاصل را کسر تحویل‌ناپذیر می‌گویند. در این حالت مخرج و صورت نسبت به هم اول هستند. مانند <math>\frac{۳}{۷}</math> یا <math>\frac{۴}{۵}</math></p>
۱۶	<p><b>اعداد اعشاری متناوب ساده:</b></p> <p>به اعداد اعشاری که به صورت <math>a/\overline{bc}</math> نوشته می‌شوند، عدد اعشاری متناوب ساده می‌گویند و به این معنی است که رقم‌های زیر خط تیره در اعشار، تکرار می‌شوند. یعنی <math>۳/\overline{۱۵} = ۳/۱۵۱۵۱۵ \dots</math></p> <p>برای تبدیل این اعداد به کسر متعارفی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:</p> <p>عدد اعشاری زیر خط تیره <math>\div</math> عدد صحیح <math>=</math> به تعداد ارقام دارای گردش ۹ می‌گذاریم</p> <p>مثال: کسر متعارفی عدد <math>۳/۶۶۶\dots</math> چیست؟</p> $۳ + \frac{۶}{۹} = ۳ + \frac{۲}{۳} = \frac{۱۱}{۳}$

۱۷ اعداد اعشاری متناوب مرکب:

اعداد اعشاری که به صورت  $a/\overline{bcd}$  نوشته می‌شوند اعداد اعشاری متناوب مرکب نام دارند. برای تبدیل این نوع اعداد به کسر متعارفی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

عددی که گردش ندارد - ارقام پس از ممیز  

$$+ \frac{\text{عدد صحیح}}{\text{به تعداد ارقام دارای گردش ۹ و به تعداد ارقامی که گردش ندارند صفر می‌گذاریم}}$$

مثال: کسر مولد اعشاری عدد  $0.\overline{۶۵۷}$  را بنویسید.

$$0.\overline{۶۵۷} + \frac{۶۵۷ - ۰}{۹۹۰} = \frac{۶۵۷}{۹۹۰}$$

۱۸ هر کسر تحویل‌پذیر یا عدد گویا را می‌توان به صورت عددی اعشاری نوشت. با توجه به این مطلب سه نوع عدد گویا وجود دارد:

الف) اگر در مخرج کسر فقط عوامل ۲ یا ۵ وجود داشته باشد، عدد اعشاری مختوم خواهد بود،

یعنی در تقسیم صورت بر مخرج به باقیمانده‌ی صفر می‌رسیم. مانند  $\frac{۷}{۴۰} = 0.175$

ب- اگر در مخرج کسر فقط عواملی به غیر از ۲ و ۵ وجود داشته باشد، عدد اعشاری متناوب ساده

خواهد بود. مانند:  $\frac{۱}{۳} = 0.\overline{۳}$  یا  $\frac{۱}{۳۱} = 0.\overline{۰۳۲۲۶۱۹}$

پ- اگر در مخرج کسر هم عوامل ۲ یا ۵ وجود داشته باشد و هم عواملی به غیر از ۲ یا ۵، در این

صورت عدد اعشاری متناوب مرکب خواهد بود. به طور مثال عدد  $\frac{۷}{۲۲}$  در مخرج از عوامل ۲ و ۱۱

تشکیل شده است که برابر خواهد بود با:  $\frac{۷}{۲۲} = 0.\overline{۳۱۸۱۸۱۸} \dots = 0.\overline{۳۱۸}$

۱۹ اگر ۲ کار به تنهایی در زمان‌های  $t_1$  و  $t_2$  انجام شود مدت زمان انجام همزمان آن‌ها ( $t_m$ ) از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$t_m = \frac{t_1 \times t_2}{t_1 + t_2}$$



<p>مثال: شیر آب A حوضی را ۶ ساعته و شیر B همان حوض را ۱۰ ساعته پر می‌کند. اگر هر دو شیر همزمان با هم باز باشند حوض در چه مدتی پر خواهد شد؟</p> $t_m = \frac{6 \times 10}{6 + 10} = \frac{60}{16} = 3\frac{3}{4} \text{ ساعت}$	
<p>اگر در انجام دو کار همزمان <math>t_m</math> (زمان انجام ۲ کار همزمان) مشخص باشد و یکی از زمان‌های انجام کار (<math>t_1</math> یا <math>t_2</math>) مشخص نباشد، آن را از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌کنیم:</p> $t_1 = \frac{t_m \times t_2}{t_2 - t_m}$	۲۰
<p>بهتر است برای محاسبه‌ی زمان انجام بیش از ۲ کار همزمان از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم:</p> $\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \dots + \frac{1}{t_n}$	۲۱
<p>اگر چند اسید یا باز و یا الکل را به ترتیب با حجم‌های <math>V_1, V_2, V_3, \dots</math> و غلظت‌های <math>a_1, a_2, a_3, \dots</math> با هم مخلوط کنیم درصد غلظت مایع حاصل از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:</p> $a = \frac{a_1 V_1 + a_2 V_2 + \dots + a_n V_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n}$ <p>مثال: ۱۰ لیتر اسید ۲۵ درصد را با ۲۰ لیتر اسید ۳۰ درصد و ۱۵ لیتر اسید ۲۰ درصد مخلوط می‌کنیم غلظت اسید حاصل را تعیین کنید.</p> $a = \frac{(10 \times 25) + (20 \times 30) + (15 \times 20)}{10 + 20 + 15} = \frac{1150}{45} = 25/55$	۲۲

سئالات «حساب ۲»

۱	حاصل عبارت $A = (1-1377)(2-1377)...(1998-1377)$ کدام است؟	(۱) ۹۸۷۶	(۲) -۹۸۷۶	(۳) صفر	(۴) ۱۳۷۷
۲	حاصل کسر زیر برابر است با:	(۱) $\frac{1}{5}$	(۲) $\frac{13}{8}$	(۳) $\frac{5}{8}$	(۴) $\frac{5}{13}$
۳	حاصل عبارت A برابر است با:	(۱) ۴	(۲) ۳	(۳) ۵	(۴) ۶
۴	حاصل عبارت A برابر است با:	(۱) $2\frac{3}{5}$	(۲) $\frac{26}{5}$	(۳) صفر	(۴) ۱
۵	حاصل عبارت $\frac{3}{2} \times [3^2 - (4^2 \times 6 - 2^3 \times 4)] - 1$ کدام است؟	(۱) $-81/5$	(۲) $-\frac{165}{2}$	(۳) -۸۱	(۴) $-76/5$
۶	کسر مواد بسط اعشاری $2/6$ کدام است؟	(۱) $\frac{211}{9}$	(۲) $\frac{1}{3}$	(۳) $\frac{11}{9}$	(۴) $\frac{25}{9}$
۷	کسر مولد عدد اعشاری $0.715\overline{32}$ برابر است با:	(۱) $\frac{715}{990}$	(۲) $\frac{70817}{99000}$	(۳) $\frac{71532}{99000}$	(۴) $\frac{71532}{9900}$
۸	اگر $A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$ و $B = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 11}$ باشد حاصل AB کدام است؟	(۱) $\frac{10}{9}$	(۲) $\frac{9}{10}$	(۳) $\frac{22}{9}$	(۴) $\frac{9}{22}$
۹	کسر مساوی $\frac{3}{5}$ که تفاضل صورت و مخرج آن ۷۰ باشد، کدام است؟	(۱) $\frac{110}{180}$	(۲) $\frac{105}{175}$	(۳) $\frac{100}{170}$	(۴) $\frac{95}{165}$

۱۰	کسر تحویل ناپذیر $\frac{a}{b}$ برابر کسر $\frac{۴۶۲}{۵۹۴}$ است. $a+b$ کدام است؟	۱۴ (۱)	۱۵ (۲)	۱۶ (۳)	۱۷ (۴)
۱۱	کسر متعارفی مولد بسط اعشاری $۰.\overline{۵۲}$ کدام است؟	$\frac{۵۲}{۹۹۰}$ (۱)	$\frac{۵۲}{۹۹}$ (۲)	$\frac{۲۵}{۹۹۰}$ (۳)	$\frac{۲۵}{۹۹}$ (۴)
۱۲	حاصل عبارت $M = \left[ \frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۲}{۱۰۰} + \frac{۳}{۱۰۰} + \dots + \frac{۹۹}{۱۰۰} + ۱ \right]$ برابر است با:	۵۰ (۱)	۵۰/۵ (۲)	۵۰۵ (۳)	۵۰۵۰ (۴)
۱۳	چند عدد طبیعی وجود دارد به طوری که مجموع $A = ۱! + ۲! + ۳! + \dots + n!$ مربع کامل باشد؟	(۱) تعداد نامتناهی $n$	(۲) فقط برای ۲ مقدار $n$	(۳) فقط برای ۳ مقدار $n$	(۴) فقط برای ۴ مقدار $n$
۱۴	در مجموع اعداد حقیقی مثبت عمل $*$ را چنین تعریف می‌کنیم $a * b = \frac{ab}{a+b}$ حاصل $۴ * (۴ * ۴)$ کدام است؟	$\frac{۳}{۴}$ (۱)	$\frac{۴}{۳}$ (۲)	۱ (۳)	۲ (۴)
۱۵	عدد $A = ۹ + ۹۹ + ۹۹۹ + \dots + \underbrace{۹۹۹ \dots ۹}_{۱۳۸۱ \text{ بار}}$ در سمت چپ خود به چند رقم یک ختم می‌شود؟	۱۳۷۶ (۱)	۱۳۷۷ (۲)	۱۳۷۸ (۳)	۱۳۷۹ (۴)
۱۶	رقم هزارگان عدد $۷۷۷ \times ۹۹۹$ برابر است با:	۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)
۱۷	مقدار عبارت $۸۱ - ۸۳ + \dots - ۳۹۳ + ۳۹۵ - ۳۹۷ + ۳۹۹$ کدام است؟	۱۵۴ (۱)	۱۵۶ (۲)	۱۵۸ (۳)	۱۶۰ (۴)
۱۸	مجموع ۵۰ عدد طبیعی متوالی ۳۳۰۰ است. کوچکترین این اعداد کدام است؟	۱۳ (۱)	۱۵ (۲)	۱۷ (۳)	۱۹ (۴)

۱۹	مجموع اعداد زوج طبیعی متوالی کوچکتر از ۳۰۱ چند است؟	(۱) ۲۲۵۵۰	(۲) ۴۵۳۰۰	(۳) ۲۲۶۵۰	(۴) ۳۵۳۰۰
۲۰	مجموع اعداد دنباله ۲۵۵, ..., ۱۵, ۱۰, ۵ چه عددی می‌شود؟	(۱) ۶۶۳۰	(۲) ۱۳۱۵	(۳) ۳۳۱۵	(۴) ۹۹۱۵
۲۱	اگر جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی ۳ و قدر نسبت این دنباله ۵ باشد، آن گاه مجموع ۵۰ جمله‌ی اول آن چند است؟	(۱) ۱۳۱۵	(۲) ۱۲۵۵۰	(۳) ۶۲۲۵	(۴) ۶۲۷۵
۲۲	حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^9 = ?$	(۱) ۱۰۲۴	(۲) ۱۰۲۳	(۳) ۱۰۲۲	(۴) ۱۰۲۱
۲۳	حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{-10} = ?$	(۱) $\frac{16383}{8}$	(۲) $\frac{16381}{8}$	(۳) $\frac{16379}{8}$	(۴) $\frac{16377}{8}$
۲۴	حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 + \dots + 30^3 = ?$	(۱) ۱۵۶۷۸۰	(۲) ۱۳۳۵۱۰	(۳) ۱۸۷۵۰۰	(۴) ۱۱۴۴۰۰
۲۵	حاصل سری $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ در کدام گزینه آمده است؟	(۱) ۱	(۲) ۲	(۳) $\frac{1}{2}$	(۴) $\frac{1}{3}$
۲۶	برای ساخت یک سری انگشتر که شامل ۱۵ عدد انگشتر می‌باشد، ۳ طلا ساز با روزی ۸ ساعت کار را در ۱۲ روز تمام می‌کنند. ۴ طلا ساز با روزی ۶ ساعت کار در چند روز می‌توانند سه سری از این نوع انگشتر را بسازند؟	(۱) ۲۴	(۲) ۳۶	(۳) ۱۲	(۴) ۱۸

۲۷	کسر مساوی $\frac{2}{3}$ می‌باشد مجموع صورت و مخرج این کسر ۳۵- و تفاضل مخرج از صورتش ۷ است. حاصلضرب صورت و مخرج این کسر کدام است؟	(۱) ۲۹۴	(۲) -۲۹۴	(۳) ۲۴۵	(۴) -۲۴۵
۲۸	۲۰ گرم طلای ۱۵٪ را با ۶۰ گرم طلای ۲۵٪ ترکیب کرده‌ایم. درصد خلوص طلای حاصل در این ترکیب چند است؟	(۱) $\frac{22}{5}$ ٪	(۲) ۲۰٪	(۳) ۳۵٪	(۴) ۳۰٪
۲۹	کالایی را با ۲۰٪ تخفیف قیمت‌گذاری کردیم. مشتری ۳۰٪ مبلغ تعیین شده را نیز پرداخت نکرد. اول در کل چند درصد تخفیف گرفته است؟	(۱) ۵۰٪	(۲) ۴۷٪	(۳) ۴۴٪	(۴) ۴۱٪
۳۰	به ازای چند عدد گویای غیرصفر $a$ ، حاصل $a + \frac{12}{a}$ عددی صحیح است؟	(۱) ۱۲	(۲) ۱۰	(۳) ۸	(۴) ۶
۳۱	حاصل عبارت زیر کدام است؟	(۱) $\frac{12}{55}$	(۲) $-\frac{12}{55}$	(۳) $\frac{18}{50}$	(۴) $-\frac{18}{50}$
	$\frac{-3}{5 \times 2} + \frac{-3}{2 \times (-1)} + \frac{-3}{(-1) \times (-4)} + \dots + \frac{-3}{(-52) \times (-55)}$				
۳۲	حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟	(۱) $\frac{13}{6}$	(۲) $\frac{13}{3}$	(۳) $\frac{43}{18}$	(۴) $\frac{18}{4}$
	$2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} = ?$				
۳۳	بسط اعشاری کدام‌یک از اعداد زیر متناوب ساده است؟	(۱) $\frac{4}{15}$	(۲) $\frac{27}{8}$	(۳) $\frac{7}{22}$	(۴) $\frac{8}{14}$

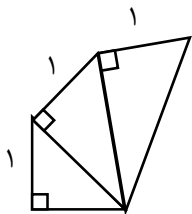
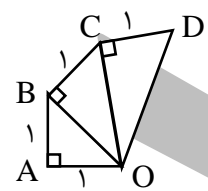
۳۴	اگر $\frac{y}{ab} = \frac{y}{a+b}$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟	۴ (۱)	۵ (۲)	۶ (۳)	۷ (۴)
۳۵	کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟	$\frac{1}{\sqrt{316}}$ (۱)	$1/9444 \dots$ (۲)	$\frac{\sqrt{3}}{.747474\dots}$ (۳)	$0./010020003 \dots$ (۴)
۳۶	اگر $a$ و $b$ دو عدد گویا و $\frac{a-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+b} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشند، حاصل $ab$ کدام است؟	-۲ (۱)	۲ (۲)	-۳ (۳)	۳ (۴)
۳۷	حاصل عبارت مقابل کدام است؟	$\frac{1}{4}$ (۱)	۲ (۲)	$2 + \sqrt{5}$ (۳)	$1 + 2\sqrt{5}$ (۴)
۳۸	حاصل $A = \frac{ x }{x} + \frac{ y }{y} + \frac{ xy }{xy}$ چند مقدار مختلف دارد؟ ( $x$ و $y$ اعداد حقیقی غیرصفر هستند.)	۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ بی شمار (۴)
۳۹	اگر $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ باشد، آن گاه:	$\frac{1}{2} < A < 1$ (۱)	$0 < A < \frac{1}{2}$ (۲)	$1 < A < \frac{3}{2}$ (۳)	$-\frac{1}{2} < A < 0$ (۴)
۴۰	مقدار $M = \frac{2012(1+2+3+\dots+2013)}{2014(1+2+3+\dots+2012)}$ کدام است؟	$\frac{2013}{2014}$ (۱)	$\frac{2014}{2013}$ (۲)	۱ (۳)	$2013 \times 2014$ (۴)
۴۱	اگر در یک دنباله هندسی، جمله‌ی چهارم و اول به ترتیب $\frac{15}{2}$ و ۶۰ باشند، قدرنسبت دنباله کدام است؟	۱ (۱)	$\frac{1}{2}$ (۲)	۲ (۳)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)
۴۲	حاصل عبارت $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{12}{11} + \frac{13}{22} + \frac{14}{33} + \frac{15}{44} + \frac{16}{55} + \frac{17}{66}\right)$ برابر است با:	$\frac{6}{11}$ (۱)	$\frac{7}{11}$ (۲)	$\frac{8}{11}$ (۳)	$\frac{9}{11}$ (۴)

۴۳	میانگین اعداد صحیح از ۱۷- تا ۲۰+ کدام است؟	۱ (۱)	۱/۵ (۲)	$\frac{-11}{37}$ (۳)	$\frac{19}{3}$ (۴)
۴۴	ضرب سه عدد صحیح ۲۴ شده است. کمترین مقدار جمع سه عدد چند است؟	-۲۴ (۱)	-۱۸ (۲)	-۱۳ (۳)	-۱۰ (۴)
۴۵	اگر $a=5$ و $b=-7$ ، آن گاه حاصل $\frac{- a + b }{ a-b }$ برابر است با:	$\frac{1}{6}$ (۱)	۱ (۲)	۲ (۳)	$\frac{1}{3}$ (۴)
۴۶	حاصل عبارت $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ تا $n$ کدام است؟	صفر (۱)	-۱ (۲)	۰ و ۱ (۳)	یک جواب دارد و بستگی به $n$ دارد (۴)
۴۷	حاصل عبارت $(51-52)^{70} + \dots + (3-4)^{22} + (2-3)^{21} + (1-2)^{20}$ برابر است با:	۰ (۱)	۱ (۲)	-۱ (۳)	-۵۱ (۴)
۴۸	حاصل عبارت $\frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{5 \times 10} + \frac{3}{10 \times 16} + \dots + \frac{3}{1391 \times 1393}$ کدام است؟	$\frac{2088}{1393}$ (۱)	$\frac{1392}{1393}$ (۲)	$\frac{696}{1393}$ (۳)	$\frac{1393}{1392}$ (۴)
۴۹	اگر $2 = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$ برابر است با:	$\frac{3}{2}$ (۱)	$\frac{1}{3}$ (۲)	$\frac{3}{2}$ (۳)	۴ (۴)
۵۰	کسر $\frac{1+2+3+\dots+154}{1+2+3+\dots+308}$ را در نظر گرفته ایم. در صورت کسر اعداد زوج و در مخرج کسر اعداد فرد را قرینه کرده ایم. حاصل کسر جدید کدام گزینه است؟	$\frac{1}{3}$ (۱)	$\frac{1}{2}$ (۲)	$-\frac{1}{2}$ (۳)	$-\frac{1}{3}$ (۴)
۵۱	اگر عدد $40/\sqrt{11}$ را به صورت $(\frac{a}{b})^2$ درآوریم، برابر با کدام گزینه می شود؟	$(\frac{20}{6})^2$ (۱)	$(\frac{19}{3})^2$ (۲)	$(\frac{19}{9})^2$ (۳)	$(\frac{23}{6})^2$ (۴)

۵۲	صد برابر حاصل عبارت $(2 - \frac{2}{10}) \dots (2 - \frac{2}{5}) (2 + \frac{2}{4})$ کدام است؟	۲۱۰۰ (۱)	۲۹۹ (۲)	۲۹۸ (۳)	۲۹۷ (۴)
۵۳	اگر $\frac{a}{b} = 6$ و $\frac{b}{c} = \frac{1}{4}$ و $a + c = 30$ آن گاه مقدار $b$ برابر است با:	۳ (۱)	۱۸ (۲)	۱۲ (۳)	۶۰ (۴)
۵۴	اگر $\frac{2m-n}{m+n} = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\frac{m}{n}$ کدام است؟	$\frac{4}{3}$ (۱)	$\frac{3}{4}$ (۲)	$\frac{2}{3}$ (۳)	$\frac{3}{2}$ (۴)
۵۵	کدام کسر بین $\frac{4}{7}$ و $\frac{5}{8}$ قرار دارد؟	$\frac{10}{56}$ (۱)	$\frac{32}{56}$ (۲)	$\frac{33}{56}$ (۳)	$\frac{35}{56}$ (۴)
۵۶	حاصل $(\frac{0}{4})^2 + \frac{0}{4}$ برابر است با:	$\frac{0}{24}$ (۱)	$\frac{22}{81}$ (۲)	$\frac{21}{99}$ (۳)	$\frac{0}{3}$ (۴)
۵۷	عبارت $123456789101112\dots$ اگر دارای ۱۰۰ رقم باشد، چند عدد ۱ در آن یافت می شود؟	۱۴ (۱)	۱۶ (۲)	۱۸ (۳)	۹ (۴)
۵۸	مقدار عبارت $1 - [(-6 \div 2 \times 3 + 1)] - 2 \times [ -(-4 + 2 \times 3 - 1) ] \times 3$ کدام است؟	۲ (۱)	-۱۲ (۲)	-۱۴ (۳)	-۲۰ (۴)
۵۹	اگر $x$ و $y$ اعداد صحیح باشند و $0 < y < x$ باشد، کدام گزینه درست است؟	$-x < -y$ (۱)	$-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 0$ (۲)	$\frac{1}{x} > \frac{-1}{y}$ (۳)	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 0$ (۴)
۶۰	$\frac{3}{4}$ از حجم یک بطری به ظرفیت $\frac{1}{3}$ لیتر با آب پرتقال پر شده است. اگر $\frac{1}{5}$ لیتر از آب پرتقال را بیرون بریزیم چه مقدار آب پرتقال در بطری باقی می ماند؟	$\frac{1}{2}$ (۱)	$\frac{3}{4}$ (۲)	$\frac{1}{8}$ (۳)	بطری خالی می شود. (۴)



<p>۶۱</p> <p>ضرب دو عدد گنگ در عددی گویا:</p> <p>(۱) همواره گنگ است</p> <p>(۲) همواره گویا است</p> <p>(۳) ممکن است گنگ یا گویا باشد</p> <p>(۴) نه گویا و نه گنگ است</p>		
<p>۶۲</p> <p>جمع عددی گویا و عددی گنگ همواره:</p> <p>(۱) گنگ است</p> <p>(۲) گویاست</p> <p>(۳) ممکن است گنگ یا گویا باشد</p> <p>(۴) نه گویا و نه گنگ است</p>		
<p>۶۳</p> <p>بین دو عدد گویا عددی.....</p> <p>(۱) گویا وجود ندارد</p> <p>(۲) گنگ وجود ندارد</p> <p>(۳) همواره یک عدد گویا وجود دارد</p> <p>(۴) همواره یک عدد صحیح وجود دارد</p>		
<p>۶۴</p> <p>اگر <math>\alpha</math> عدد اصم و <math>\beta</math> عدد گویا باشد کدام عبارت می تواند درست نباشد؟ (<math>Q^c</math> یا <math>Q'</math>) مجموعه‌ی اعداد گنگ است)</p> <p>(۱) <math>(\alpha + \beta) \in Q'</math></p> <p>(۲) <math>\frac{\alpha}{\beta} \in Q'</math></p> <p>(۳) <math>\alpha\beta^2 \in Q'</math></p> <p>(۴) <math>\beta\alpha^2 \in Q'</math></p>		
<p>۶۵</p> <p>طول و عرض یک مستطیل اعدادی گنگ هستند در مورد این مستطیل کدام گزینه درست است؟</p> <p>(۱) مساحت این مستطیل همواره عددی گویاست</p> <p>(۲) محیط این مستطیل همیشه عددی گنگ است</p> <p>(۳) محیط این مستطیل می تواند گنگ یا گویا باشد</p> <p>(۴) جذر مساحت این مستطیل همواره عددی گنگ است.</p>		
<p>۶۶</p> <p>محیط شکل مقابل برابر است با:</p>  <p>(۱) ۴</p> <p>(۲) <math>4\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) ۶</p> <p>(۴) <math>4 + \sqrt{3}</math></p>		

<p>۶۷ عدد <math>\sqrt{5} - \sqrt{7}</math> به کدام یک از مجموعه‌های زیر تعلق دارد؟</p> <p>(۱) <math>\{x   x \in Q, x &gt; 1\}</math></p> <p>(۲) <math>\{x   x \in R, x &lt; 0\}</math></p> <p>(۳) <math>\{x   x \in Z, x &lt; 3\}</math></p> <p>(۴) <math>\{x   x &lt; -2\}</math></p>	
<p>۶۸ مساحت شکل مقابل برابر است با:</p>  <p>(۱) ۲</p> <p>(۲) <math>4\sqrt{2}</math></p> <p>(۳) <math>\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>(۴) <math>\frac{1+\sqrt{5}}{2}</math></p>	
<p>۶۹ عدد <math>\sqrt{25,000,000}</math> به کدام مجموعه تعلق دارد؟</p> <p>(۱) <math>\{x   5001 &lt; x &lt; 5002\}</math></p> <p>(۲) <math>\{x   5002 &lt; x &lt; 5003\}</math></p> <p>(۳) <math>\{x   4999 &lt; x &lt; 5000\}</math></p> <p>(۴) <math>\{x   5000 &lt; x &lt; 5001\}</math></p>	
<p>۷۰ مجموعه‌ی <math>A = \{x   x^2 = 5, x \in Q\}</math> برابر است با:</p> <p>(۱) <math>\{\sqrt{5}\}</math></p> <p>(۲) <math>\{\frac{1}{5}\}</math></p> <p>(۳) <math>\{\}</math></p> <p>(۴) <math>\{5\}</math></p>	
<p>۷۱ در شکل زیر طول وتر مثلث <math>n</math> چیست؟ مثلث‌ها متوالی رسم می‌شوند)</p>  <p>(۱) <math>n</math></p> <p>(۲) <math>n+1</math></p> <p>(۳) <math>\sqrt{n}</math></p> <p>(۴) <math>\sqrt{n+1}</math></p>	
<p>۷۲ کدام عبارت درست است؟</p> <p>(۱) مجذور هر عدد گنگ یک عدد گویا است.</p> <p>(۲) برای هر عدد گنگ یک عدد طبیعی وجود دارد که اگر عدد گنگ به آن توان برسد، گویا می‌شود.</p> <p>(۳) برای هر عدد گنگ حداقل یک عدد وجود دارد که اگر عدد گنگ به آن توان برسد، گویا می‌شود.</p> <p>(۴) عدد <math>\pi</math> به هر توانی برسد، گویا نمی‌شود.</p>	

۷۳	اگر $a$ عددی گنگ و $b$ نیز عددی گنگ باشد، کدام گزینه درست است؟ (۱) $a^2b$ گنگ است (۲) $ab^2$ گویا است (۳) $a+b$ گنگ است (۴) $-\frac{a}{b}$ گنگ است
۷۴	عدد $\pi$ به کدام یک از اعداد زیر نزدیک است؟ (با تقریب ۲ رقم اعشار) (۱) $\sqrt{17} - 1$ (۲) $\sqrt{10} + 1$ (۳) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{11}$
۷۵	به ازای چه تعداد از $n$ عبارت $\sqrt{1 - (n+2)^2}$ یک عدد صحیح خواهد بود؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی شمار
۷۶	اگر $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$ و $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ آن گاه $A \cap B$ برابر است با: (۱) $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$ (۲) $\{x \mid x - 1 < x < 2\}$ (۳) $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ (۴) $\{x \mid -1 < x \leq 2\}$
۷۷	هرگاه بدانیم $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ حاصل $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) $1/75$ (۴) ۲
۷۸	اگر بسط اعشاری $2/13$ با کسر $\frac{a+2}{3a-1}$ برابر باشد، عدد گویای $a$ کدام است؟ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{62}{81}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{81}{62}$
۷۹	حاصل جمع اعداد طبیعی سه رقمی که یکان آن‌ها ۷ است، کدام است؟ (۱) ۴۹۶۸۰ (۲) ۴۹۸۶۰ (۳) ۴۹۰۸۶ (۴) ۴۹۰۶۸
۸۰	در مورد کسر مقابل کدام عبارت صحیح است؟ $A = \frac{1}{1.1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.3} + \dots + \frac{1}{2.0}$ (۱) $0 < A < \frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} < A < 1$ (۳) $A > 1$ (۴) $\frac{1}{2.0} < A < \frac{1}{1.1}$
۸۱	اگر $\frac{97}{19} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$ حاصل $x - y + 2z$ چیست؟ ( $x, y, z \in Z$ ) (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۱۹ (۴) ۹۷

۸۲	سه گزینه از گزینه‌های زیر با هم برابرند. کدام گزینه با دیگران برابر نیست؟
(۱) $1 \div 9 + 9 \div 1$	(۲) $1 \times 9 \div (9 \times 1)$
(۳) $1 - 9 + 9 \times 1$	(۴) $1 + 9 \div 9 - 1$
۸۳	حاصل $\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{n \times (n+3)}$ کدام است؟
(۱) $\frac{n+7}{4n+12}$	(۲) $\frac{7}{n^2+3n}$
(۳) $\frac{3}{n^2+3n}$	(۴) $\frac{n-1}{4n-12}$
۸۴	حاصل عبارت $\frac{1}{132} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{6}$ چقدر است؟
(۱) $\frac{1}{3}$	(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{5}{12}$	(۴) $\frac{3}{4}$
۸۵	اگر $1 \cdot \frac{1}{n(n+1)} \times \dots \times 1 \cdot \frac{1}{3 \times 4} \times 1 \cdot \frac{1}{2 \times 3} \times 1 \cdot \frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{1}{7}$ باشد، $n$ کدام است؟
(۱) ۶	(۲) ۷
(۳) ۸	(۴) ۹
۸۶	حاصل عبارت $S = \frac{1}{1} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$ کدام است؟
(۱) $\frac{9}{10}$	(۲) $\frac{1}{9}$
(۳) $\frac{10}{9}$	(۴) ۱
۸۷	حاصل $5/0.72 \times 0./0.387 + 0./0.387 \times 94/928$ کدام است؟
(۱) $0./387$	(۲) $0./387387$
(۳) $3/8787$	(۴) $0./387$