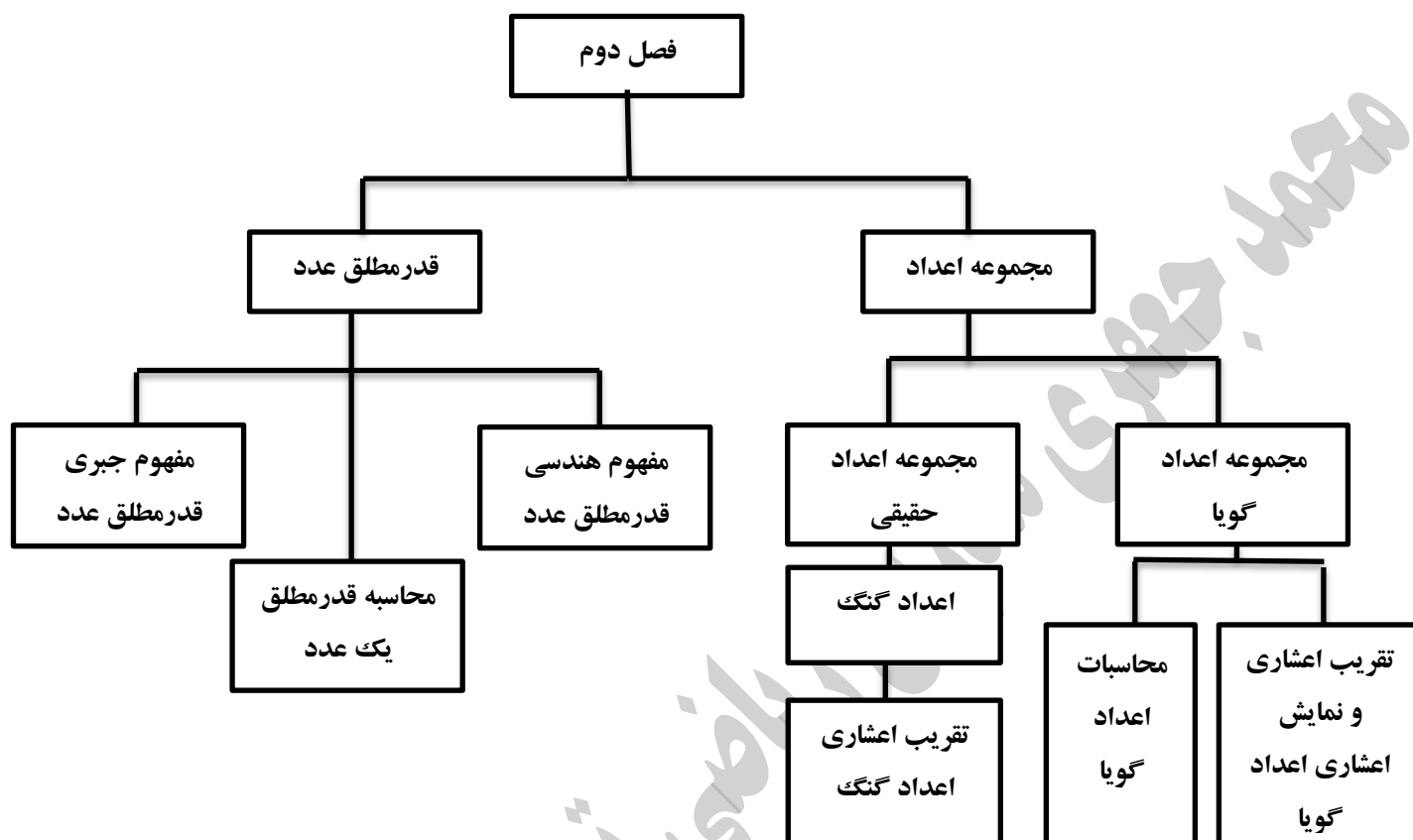


نقشه مفهومی:



تصویر عنوانی: عدد π یک عدد حقیقی است که در محاسبه محیط و مساحت دایره به کار می رود. غیاث الدین جمشید کاشانی تا ۱۶ رقم بعد اعشار عدد π را بدست آورد. تاکنون بیش از یک میلیون رقم بعد از اعشار عدد π به کمک نرم افزارهای کامپیوتری به دست آمده است. البته برای محاسبات روزمره و محاسبه محیط و مساحت دایره تا دو رقم بعد از اعشار عدد π کافی است. (عدد π سرگذشتی حداقل ۳۷۰۰ ساله دارد یکی از حروف یونانی است اولین محاسبه عدد π توسط ارشمیدس و با کمک چند ضلعی ها انجام شد او با ۹۶ ضلعی منتظم عدد π را بین دو کسر $3\frac{1}{7}$ و $3\frac{1}{71}$ به دست آورد. لودلف وان کونی آلمانی در قرن هفدهم به کمک 32212254720 ضلعی منتظم مقدار π را تا ۳۲ رقم بعد از اعشار حساب کرد. روز ۱۴ مارس روز جهانی عدد π نامگذاری شده است زیرا مارس سومین ماه میلادی است)

• از دانش آموزان بخواهید روش هایی برای محاسبه عدد π بدست آورند.

• منظور از عبارات زیر

- (۱) $x < a$ ← منظور این است که x هر عددی کوچکتر از a است.
- (۲) $x \leq a$ ← هر عدد کوچکتر از a یا اینکه مساوی خود a است.
- (۳) $x > a$ ← هر عددی بزرگتر از a است.
- (۴) $x \geq a$ ← هر عددی بزرگتر از a یا مساوی خود a است.
- (۵) $a < x < b$ ← هر عددی بین a و b است.
- (۶) $a \leq x \leq b$ ← هر عددی بین a و b است و می تواند خود a و b نیز باشد.

❖ برای مشخص کردن یک یا چند عدد گویا بین ۲ عدد گویا داده شده از روش های زیر استفاده می کنیم:

الف) برای ۲ عدد داده شده مخرج مشترک می گیریم، سپس این مخرج مشترک را آنقدر بزرگ می کنیم تا بین ۲ عدد تعداد لازم عدد پیدا شود.

ب) میانگین ۲ عدد گویای داده شده را محاسبه می کنیم، یعنی ۲ عدد گویای داده شده را جمع و بر ۲ تقسیم می کنیم و این کار تا پیدا کردن تعداد عددهای مورد نیاز تکرار می کنیم

ج) صورت ۲ عدد گویا را با هم و مخرج ۲ عدد گویا را نیز با هم جمع می کنیم و این کار را نیز تا پیدا کردن تعداد عدد مورد نظر تکرار می کنیم.

مثال: بین ۲ عدد $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ دو عدد گویا بنویسید.

❖ روش اول: مخرج مشترک

$$\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$$

صورت و مخرج را ۳ برابر می کنیم

$$\frac{42}{105} < \frac{43}{105} < \frac{44}{105}$$

$$\frac{45}{105} < \frac{46}{105} < \frac{47}{105}$$

❖ روش دوم: میانگین

$$\frac{2}{5} < \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{2} < \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{29}{70} < \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{29}{70} < \frac{\frac{29}{70} + \frac{3}{7}}{2} < \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{29}{70} < \frac{59}{140} < \frac{3}{7}$$

❖ روش سوم: جمع ۲ صورت و جمع ۲ مخرج

$$\frac{2}{5} < \frac{2+3}{5+7} < \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{5}{12} < \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{5} < \frac{5}{12} < \frac{5+3}{12+7} < \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{5}{12} < \frac{8}{19} < \frac{3}{7}$$

نکته: برای مقایسه چند کسر داده شده ابتدا برای آن ها مخرج مشترک می گیریم، سپس صورت کسر ها را با هم مقایسه می کنیم.

مثال: کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{2}{5}$ را با هم مقایسه کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \\ \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \\ \frac{1}{2} = \frac{10}{20} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{15}{20}$$

نکته: برای مقایسه ۲ کسر با یکدیگر می توان مخرج کسر اولی را در صورت کسر دومی و مخرج کسر دومی را در صورت کسر اولی ضرب نمود هر کدام بزرگتر شد آن کسر بزرگتر است.

مثال: ۲ کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ را با هم مقایسه کنید؟

$$\frac{2}{5}$$

$$2 \times 7 = 14 < 3 \times 5 = 15$$

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$$

• وقتی بخواهیم یک عدد کسری را به صورت اعشاری نمایش دهیم، کافی است صورت آن را بر مخرج تقسیم کنیم در این صورت یکی از ۳ حالت زیر اتفاق می افتد

الف) (مختوم) تعداد رقم های اعشاری مشخص و به انتها می رسد. (تحقیقی) باقیمانده تقسیم صورت بر مخرج صفر می شود.

نکته ۳: اگر یک کسر به گونه ای باشد که پس از ساده شدن مخرج آن فقط شمارنده های ۲ یا ۵ داشته باشد، مختوم است

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

است

ب) تعداد رقم های اعشاری بی شمار است و هیچ وقت تمام نمی شوند و رقم ها به طور متناوب تکرار می شود.

نکته ۴: اگر کسر به گونه تی باشد که پس از ساده کردن مخرج آن عوامل ۲ و ۵ را نداشته باشد و حداقل یک عامل اول دیگر داشته باشد یعنی $(2^k \times 5^m \times p^k)$ آن گاه کسر نماد اعشاری متناوب ساده دارد.

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$$

$$\frac{7}{33} = 0.\overline{21}$$

$$\frac{3}{7} = 0.\overline{428571}$$

متناوب ساده = تمام ارقام خارج قسمت دارای دوره گردش باشند.

نکته ۵: اگر کسر به گونه ای باشد که پس از ساده کردن مخرج آن علاوه بر یکی از عوامل اول ۲ یا ۵ یک عامل اول دیگر نیز داشته باشد آن گاه کسر نماد اعشاری متناوب مرکب دارد.

$$\frac{5}{9} = 0.\overline{55}$$

$$\frac{7}{6} = 1.\overline{16}$$

$$\frac{3}{14} = 0.\overline{2142857}$$

متناوب مرکب: اگر برخی از ارقام در خارج قسمت تکرار نشوند، آن عدد متناوب مرکب است.

چرا نمی توان مجموعه اعداد گویا را با نوشتن اعضا نشان داد؟

چون بین هر ۲ عدد گویا بی شمار عدد گویا دیگر وجود دارد به بیان دیگر نمی توان گفت کوچکترین و بزرگترین عدد گویا چیست.

کار در منزل

۱- کدام گزینه در نامساوی $x \geq 2$ صدق می کند؟ چرا؟

۲- با روش هم منخرج کردن سه عدد گویا بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید؟

۳- با روش میانگین گرفتن دو عدد گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ بیابید؟

۴- کسرهای $\frac{4}{7}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{5}$ را از چپ به راست از کوچک به بزرگ مرتب کنید؟

۵- بدون تقسیم کردن بگویید کدام یک از کسرهای زیر نماد اعشاری مختوم دارد؟ چرا؟

(الف) $\frac{12}{25}$ (ب) $\frac{4}{15}$

۶- حاصل عبارت های زیر را بیابید؟

$$\text{الف) } \left[-2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{5} \right] + \left(-5\frac{3}{10} \right) \quad \text{ب) } \frac{2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}$$

« عدد های حقیقی »

• **اعداد گنگ:** برخی از اعداد مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ و π وقتی به صورت اعشاری نوشته می شوند، رقم های اعشاری آنها تمام نمی شود و به صورت متناوب نیز تکرار نمی شود این اعداد را گنگ می گویند و با \mathbb{Q}' نمایش می دهند.

نکته: جذر اعدادی که مربع کامل نیستند، یک عدد گنگ است مثلاً $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{1/5}$ ، ...

• **اعداد حقیقی:** اجتماع اعداد گنگ و گویا را اعداد حقیقی می نامند و با \mathbb{R} نمایش می دهند. یعنی $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$

نکته ۶: $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$ و $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$

نکته ۷: بین هر ۲ عدد حقیقی بیشمار عدد گنگ و گویا وجود دارد.

محور اعداد حقیقی: عددهای حقیقی را می توان روی محور نمایش داد، هر قطعه از اعداد حقیقی را توسط یک پاره خط یا نیم خط

مشخص می کنیم. اگر نقطه ابتدایی و انتهایی خودشان جزء این قطعه باشند از دایره توپر برای نمایش آن ها استفاده می کنیم و اگر جزء این قطعه نباشند از دایره تو خالی استفاده می کنیم.

مثال: مجموعه های زیر را روی محور مشخص کنید؟ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 4\}$

کار در منزل

۱- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید؟

الف) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}'$ (ب) $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ (ج) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}'$ (د) $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{Q}'$ (ه) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$ (و) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$

ی) $0.1234\dots \in \mathbb{Q}'$ (ز) $0.\overline{23} \notin \mathbb{Q}$

۲- عدد $-\sqrt{21}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

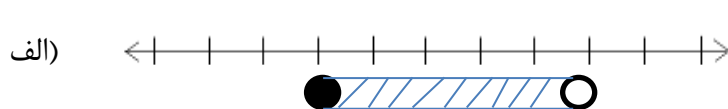
۳- جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید؟

الف) $Q \cup Q' = \dots\dots$ ب) $N \cap Q' = \dots\dots$ ج) $R - Q = \dots\dots$ د) $R \cap Q' = \dots\dots$

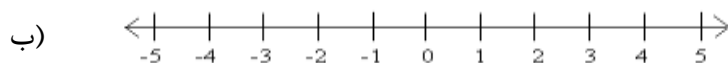
۴- در جای خالی علامت \in یا \notin بنویسید؟

الف) $-2 \in Z$ ب) $-\frac{2}{3} \in Q'$ ج) $\sqrt{3} \in R$ د) $\sqrt{0/09} \in Q$

۵- قسمت الف را روی محور نمایش دهید و قسمت ب را به زبان ریاضی بیان کنید؟



$$A = \{X \in R \mid -1 < X \leq 2\}$$



$$A = \{X \in R \mid \dots\dots\dots\}$$

۶- در نمایش اعشاری عدد $\sqrt{13}$ و $\frac{3}{7}$ چه تفاوتی در ارقام بعد ممیز مشاهده می شود؟

۷- بین دو عدد $\sqrt{3}$ و 3 سه عدد گنگ بنویسید؟

قدر مطلق: فاصله ی نقطه ی متناظر با عدد a روی محور عددهای حقیقی از مبدأ (نقطه O) را قدر مطلق آن عدد حقیقی می گویند و با نماد $|a|$ نمایش می دهند بنابراین برای هر عدد حقیقی a یکی از سه حالت زیر اتفاق می افتد (فاصله ی هر عدد حقیقی روی محور اعداد تا مبدأ را قدر مطلق آن عدد می نامیم).

۱) $a > 0 \Rightarrow |a| = a$ ۲) $a = 0 \Rightarrow |a| = 0$ ۳) $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$

مثال: قدر مطلق های زیر را بدست آورید؟

$|\pi| = \pi$ $|0| = 0$ $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ $|3| = 3$ $|-2| = 2$

نکته ۸: برای برخی از محاسبات لازم است مقدار تقریبی عدد های گنگ $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ و $\sqrt{6}$ و $\sqrt{8}$ را بدانیم در مورد بقیه ی عددهای گنگ همین که بدانیم به چه عدد صحیحی نزدیک هستند کافی است.

$\sqrt{2} = 1/4$ $\sqrt{3} = 1/7$ $\sqrt{5} = 2/2$ $\sqrt{6} = 2/4$ $\sqrt{7} = 2/6$ $\sqrt{8} = 2/8$

مثال: تساوی های زیر را کامل کنید.

$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$

$|\sqrt{2} - 2| = -(\sqrt{2} - 2) = 2 - \sqrt{2}$

$|\pi - 3| = \pi - 3$

$|\underbrace{2 - \sqrt{2} + \sqrt{5}}_{\text{مثبت}}| = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{5}$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

نکته ۹: داریم \Leftarrow با توجه به تعریف جذر

نکته ۱۰: چند ویژگی قدر مطلق:

$$\begin{array}{l} ۱) |a| = |-a| \\ ۲) |x| = k \begin{cases} \nearrow x = k \\ \searrow x = -k \end{cases} \\ ۳) |a-b| = |b-a| \\ ۴) |ab| = |a||b| \\ ۵) |a+b| \leq |a| + |b| \end{array}$$

کار در منزل

۱- تساوی زیر را کامل کنید؟

الف) $a > 0 \Rightarrow |a| = \dots$ ب) $a = 0 \Rightarrow |a| = \dots$ ج) $a < 0 \Rightarrow |a| = \dots$

۲- اگر a عددی نامنفی باشد کدام درست است؟

الف) a مثبت است ب) a صفر است ج) a مثبت یا صفر است د) هیچکدام

۳- تساوی های زیر را کامل کنید؟

الف) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ ب) $\sqrt{(-35)^2}$

ج) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| - |\sqrt{3}-1| - |-\sqrt{2}| =$

سوالات و نکات تکمیلی

سوال ۱- اگر $|x+1|=5$ باشد آن گاه x برابر است با:

$$x+1=\pm 5 \Rightarrow x=\pm 5-1$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-6 \end{cases}$$

سوال ۲- معادله $|4-|2x-1||=3$ چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$4-|2x-1|=\pm 3 \Rightarrow -|2x-1|=\pm 3-4$$

$$\begin{cases} \nearrow -|2x-1|=-1 \Rightarrow |2x-1|=1 & (۱) \\ \searrow -|2x-1|=-7 \Rightarrow |2x-1|=7 & (۲) \end{cases}$$

$$(۱) |2x-1|=1 \Rightarrow 2x-1=\pm 1 \Rightarrow 2x=\pm 1+1$$

$$\begin{cases} 2x=2 \Rightarrow x=1 \\ 2x=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

$$(۲) |2x-1|=7 \Rightarrow 2x-1=\pm 7 \Rightarrow 2x=\pm 7+1$$

$$\begin{cases} 2x=8 \Rightarrow x=4 \\ 2x=-6 \Rightarrow x=-3 \end{cases} \quad \{-3, 0, 1, 4\}$$

سوال ۳- حاصل $\left| \frac{-x}{|x|} + \frac{x}{|-x|} \right|$ را بدست آورید؟

$$\frac{|-x|}{|x|} + \frac{\overset{-1}{x}}{|-x|} = \frac{|-x|}{|x|} + 1$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow \frac{-(-x)}{x} + 1 = \frac{x}{x} + 1 = 1 + 1 = 2 \\ x < 0 \rightarrow \frac{-x}{-x} + 1 = 1 + 1 = 2 \end{cases}$$

سوال ۴- جواب معادله $\frac{|x-1|}{|2x+3|} = \frac{1}{3}$ کدام است؟

$$|2x+3|=3|x-1|=\pm(2x+3) \Rightarrow |3x-3|=\pm(2x+3)$$

$$2x-3=\pm(2x+3) \Rightarrow 3x \pm 2x = 3 \pm 3$$

$$\begin{cases} \nearrow 3x+2x = 3+3 \Rightarrow x = \frac{6}{5} \\ \searrow 3x-2x = 3-3 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

سوال ۵- حاصل $\frac{0/5}{1+2} + \frac{0/5}{1+2+3} + \dots + \frac{0/5}{1+2+\dots+10}$ کدام است؟

$\frac{3}{22}$ (۴)

$\frac{9}{22}$ (۳)

$\frac{9}{10}$ (۲)

$\frac{3}{10}$ (۱)

برای بدست آوردن مخرج $\frac{n(n+1)}{2}$ →

$$\frac{0/5}{2 \times 3} + \frac{0/5}{3 \times 4} + \dots + \frac{0/5}{10 \times 11} = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{10 \times 11}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{2} - \frac{1}{11} = \frac{11-2}{22} = \frac{9}{22}$$

$$\frac{2013 \left(\frac{22}{2014-1392} \right)}{22} = 2013$$

۶۲۲ (۴)

سوال ۶- حاصل عبارت $\frac{2013 \times 2014 \times 2013 - 2013 \times 1392}{2014 - 1392}$ کدام است؟

۲۰۱۳ (۳)

۲۰۱۴ (۲)

۱۳۰۲ (۱)

سوال ۷- تعداد جواب معادله $|x+1| + |x-3| = 2$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

غ ق ق $x \leq -1 \Rightarrow -x - 1 - x + 3 = 2 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0$

غ ق ق $-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow x + 1 - x + 3 = 2 \Rightarrow 4 \neq 2$ این تساوی ممکن نیست

در تساوی صدق نمی کند $x \geq 3 \Rightarrow x + 1 + x - 3 = 2 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$ غ ق ق

سوال ۸- تعداد جواب های معادله $|1 + |x + 2|| = 7$ برابر است با:

۳ (۴)

جواب ندارد (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$1 + |x + 2| = \pm 7 \Rightarrow |x + 2| = \pm 7 - 1$

$|x + 2| = 6$

$|x + 2| = -8$

غ ق ق

سوال ۹- مجموعه جواب نامعادله $|1-x| - k$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱ (۴)

۰ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

نکته $|x| < p \Rightarrow -p < x < p$

$|1-x| < 1 \Rightarrow -1 < 1-x < 1 \Rightarrow -1-1 < -x < 1-1 \Rightarrow -2 < -x < 0 \Rightarrow 2 > x > 0$

سوال ۱۰- اگر a و $b = \frac{a}{1+\sqrt{3}} + \frac{3}{2+\sqrt{3}}$ اعداد گویا باشند، مقدار $a - 2b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۳- (۳) -۱ (۴) صفر

$$b = \frac{a \times (1 - \sqrt{3})}{1 + \sqrt{3} \times (1 - \sqrt{3})} + \frac{3 \times (2 - \sqrt{3})}{2 + \sqrt{3} \times (2 - \sqrt{3})} = \frac{a - a\sqrt{3}}{1 - 3} + \frac{6 - 3\sqrt{3}}{4 - 3} = \frac{a}{-2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} + 6 - 3\sqrt{3}$$

$$a=6 \Rightarrow b = -3 + 3\sqrt{3} + 6 - 3\sqrt{3} = 3$$

$$a - 2b = 6 - 2 \times 3 = 0$$

سوال ۱۱- معادله زیر را حل کنید؟ $|x - 1| \leq x + 2$

$$x \geq 1 \Rightarrow x - 1 \leq x + 2 \Rightarrow -1 < 2 \quad [1, +\infty)$$

$$\textcircled{1} \quad x \leq 1 \Rightarrow -(x - 1) \leq x + 2 \Rightarrow -x + 1 \leq x + 2 \Rightarrow -1 \leq 2x \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \quad \textcircled{2}$$

$$1, 2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \quad \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

سوال ۱۲- چند تا از اعداد زیر جواب معادله $|x| - \sqrt{13} = \sqrt{7}$ می تواند باشد؟

$\sqrt{13} + \sqrt{7}$ و $-\sqrt{13} + \sqrt{7}$ و $2\sqrt{13} - \sqrt{7}$ و $-\sqrt{13} + 2\sqrt{7}$ و $\sqrt{13} - \sqrt{7}$

سوال ۱۳- معادله $|2 - |x| + 3| = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۳ (۵) جواب ندارد

$$2 - ||x| + 3| = \pm 1 \Rightarrow -||x| + 3| = -2 \pm 1$$

$$+ \nearrow ||x| + 3| = 1 \quad \nearrow |a| = \cancel{+1} - 3 \times$$

$$\searrow |a| = \cancel{-1} - 3 \times$$

$$\searrow ||x| + 3| = 3 \quad \nearrow |a| = \cancel{3} - 3 = 0 \quad \checkmark$$

$$\searrow |a| = \cancel{-3} - 3 \times$$

سوال ۱۴- اگر $A_1 = \left[\frac{1}{i}, \frac{1}{i+1} \right]$ آن گاه $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \phi$ ؟

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left[1, \frac{1}{2} \right] = \left[\frac{1}{2}, 1 \right] \\ A_2 &= \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right] = \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right] \\ A_3 &= \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right] = \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3} \right] \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A_1 \cap A_2 &= \left\{ \frac{1}{2} \right\} \\ A_2 \cap A_3 &= \left\{ \frac{1}{3} \right\} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{aligned}} \right\} \cap = \phi$$

سوال ۱۵- بین ۲ کسر $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ چهار کسر با مخرج ۵۰ بنویسید؟

ک.م.م سه عدد بالا برابر است با ۱۵۰

$$\frac{3}{5} = \frac{90}{150} \qquad \frac{5}{6} = \frac{125}{150}$$

$$\downarrow \quad \frac{90}{150} < \frac{93}{150} < \frac{96}{150} < \frac{120}{150} < \frac{123}{150} < \frac{125}{150}$$

$$\div 3 \quad \frac{30}{50} < \frac{31}{50} < \frac{33}{50} < \frac{40}{50} < \frac{41}{50} < \frac{125}{150}$$

$$1 + \frac{2}{2} = 2 - \frac{4}{4} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$$

سوال ۱۶- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید؟

نکته: کسرهای مرکب (مسلولی یا چند طبقه) : برای محاسبات این کسر ها، کوچکترین خط کسری در هر مرحله را پیدا می کنیم و با آن کار می کنیم.

سوال ۱۷- مقدار قرینه معکوس کسر $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$ را بدست آورید؟

سوال ۱۸- اگر n عددی مثبت باشد $n + \frac{1}{n}$ همیشه از کدام یک از اعداد زیر نمی تواند کوچکتر باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۰

نکته: مجموع هر عدد مثبت و معکوسش از عدد ۲ بزرگتر و مجموع هر عدد منفی و معکوسش از عدد ۲- کوچکتر است.

سوال ۱۹- اگر $0 < \frac{a}{b} < 1$ باشد، کدام گزینه همواره بزرگتر از یک خواهد بود؟

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{a-b}{b-a}$ (۳) $-\frac{b}{a}$ (۴) $\frac{a+1}{b+1}$

سوال ۲۰- به ازای کدام مقدار m عبارت $\frac{\sqrt{2}+5}{\sqrt{8+m}}$ عددی گویا است؟

- (۱) -۱۰ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) ۱۰

$$\frac{\sqrt{2}+5}{\sqrt{8+m}} = \frac{\sqrt{2}+5}{2\sqrt{2+m}} = \frac{\sqrt{2}+5}{2\left(\sqrt{2+\frac{m}{2}}\right)} \Rightarrow \sqrt{2}+5 = \sqrt{2} + \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{m}{2} \Rightarrow m=10$$

سوال ۲۱- اگر $x = 1/\sqrt{21}$ باشد حاصل $\sqrt{\sqrt{66x}+1}$ برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

$$x = 1/\sqrt{21} \xrightarrow{\times 100} \dots$$

$$100x = 121/\sqrt{21}$$

$$x = 1/\sqrt{21} \Rightarrow 100x = 121/\sqrt{21} \Rightarrow 100 - x = 121/\sqrt{21} - 1/\sqrt{21} \quad \text{مهم}$$

$$\Rightarrow 99x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{99} = \frac{40}{33} \quad \left| \sqrt{\sqrt{66 \times \frac{40}{33} + 1}} = 3 \right|$$

سوال ۲۲- اگر $\sqrt[3]{a} = \frac{b}{11}$ باشد، مجموعه اعداد طبیعی a و b کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۵

$$\sqrt[3]{a} = \frac{b}{11} \rightarrow 3a/\sqrt[3]{a} - 0/\sqrt[3]{a} = -x \Rightarrow 3a = 99x \Rightarrow x = \frac{3a}{99}$$

$$\frac{3a}{99} = \frac{b}{11} \Rightarrow 3a = 9b \Rightarrow a = 3b, b = 4$$

یک عدد دو رقمی است که یکان آن معلوم نیست

$$B = 3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{3 + \frac{4}{\dots}}}$$

سوال ۲۳- حاصل عبارت B را بدست آورید؟

پاسخ: $B = 3 + \frac{4}{B}$

و سپس ضرب B در ۲ طرف معادله ←

$$B^2 = 2B + 4 \Rightarrow B^2 - 2B - 4 = 0$$

$$(B - 4)(B + 1) = 0 \quad \begin{cases} \nearrow B = 4 \\ \searrow B = -1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

سوال ۲۴- حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{3}$ را بدست آورید؟

نکته: کسر تلسکوپی: اگر مخرج کسری برابر حاصلضرب ۲ عدد و صورتش برابر اختلاف همان ۲ عدد باشد، آن را

بصورت کسری با صورت یک و مخرج آن دو عدد می نویسیم. یعنی $\frac{a-b}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

$$\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

نکته: برای محاسبه سریع کسر مولد اعداد اعشاری متناوب به صورت زیر محاسبه می کنیم

تمام ارقام قبل و بعد ممیز (جز دوره گردش) - تمام ارقام بدون دوره گردش

به تعداد ارقام دوره گردش بعد ممیز عدد ۹ و غیردوره گردش بعد ممیز صفر

$$\frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{18}, \frac{5}{7}$$

سوال ۲۵- رقم بیستم و سی و دوم و صد و دوم در هر یک از کسرهای مقابل چند است؟

راهنمایی: پس از تبدیل از تقسیم عدد مورد نظر به تعداد ارقام دوره گردش استفاده کنید.

- جمع یک عدد گویا با یک عدد گنگ عددی
- جمع هر دو عدد گنگ مانند $2 + \sqrt{2}$ و $2 - \sqrt{2}$ عددی

- حاصلضرب عددی گنگ در عدد گنگ دیگر می تواند گویا باشد مانند
- حاصلضرب عددی گویا غیر صفر در عددی گنگ عددی
- حاصلضرب عدد گویای غیر صفر در عددی گنگ عددی..... .
- قرینه و معکوس هر عدد گنگ عددی

سوال ۲۶- بین -2 و $-\sqrt{3}$ سه عدد گنگ بنویسید؟

راهنمایی: به اعداد اعشاری تبدیل می کنیم و چند دهم در این فاصله پیش می رویم

سوال ۲۷- بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ چند عدد گنگ بنویسید؟

سوال ۲۸- (مارپیچ ارشمیدس) اگر به روی وتر مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع یک واحد مثلث جدیدی با ضلع یک و وتر قبلی بسازیم وتر مثلث مرحله y و مرحله n و هم چنین محیط و مساحت آن ها را بدست آورید؟

نتیجه: الگوی مهندسی مربوط به مارپیچ بالا به صورت:

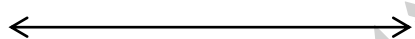
- وتر مرحله n برابر $\sqrt{n+1}$
- محیط مرحله n برابر $1 + \sqrt{n} + \sqrt{n+1}$
- مساحت $\frac{\sqrt{n}}{2}$

بازه ها: فاصله بین هر ۲ عدد حقیقی را که بی شمار عدد در آن است را یک فاصله یا بازه می گوئیم.

انواع بازه ها:

۱- بازه بسته a تا b : را با نماد $[a, b]$ نشان می دهیم و به صورت نمادی $\{x \mid x \in R, a \leq x \leq b\}$

می توانیم روی محور این مجموعه را به صورت مقابل نمایش دهیم.



۲- بازه نیم باز

۱-۲. بازه ی نیم باز از راست:

۲-۲. بازه ی نیم باز از چپ:

۳- بازه ی باز

۴- بازه ی نامحدود از چپ $(-\infty, a]$

۵- بازه ی نامحدود از راست $[a, +\infty)$

سوال ۲۹- بازه های مربوط به هر یک از عبارات های زیر را روی محور نشان دهید و مشخص کنید چند عدد صحیح در

این بازه وجود دارد؟

الف) $(-\sqrt{8}, 3] \cup [-1, +2]$

ب) $[-1, +2] \cap [-\sqrt{8}, 3]$

راهنمایی: برای تعداد می توانیم از مقدار تقریبی جذر استفاده کنیم.

سوال ۳۰- معادله $|x-1|+3=0$ چند ریشه (جواب) دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جوابی ندارد

نکته: می دانیم حاصل جمع ۲ عدد مثبت هیچگاه صفر نمی شود بنابراین می توانیم بگوییم که معادله ای مانند معادله $|x|+2=0$ هیچگاه جوابی ندارد.

سوال ۳۱- جواب معادله $|x+1|+|2x-1|+3|x|=0$ را بدست آورید؟

پاسخ: چون مجموع چند عدد نامنفی صفر شده نشان می دهد هر کدام از آن ها باید صفر باشند پس:

نامعادلات قدر مطلق:

نکته: در حالت کلی اگر $|a| \leq b \rightarrow -b \leq a \leq b$ و اگر $a \leq -b$ یا $|a| \geq b \rightarrow a \geq b$

نکته: برای هر عدد حقیقی داریم $a+|a| \geq 0$

چون اگر a عدد مثبت...

اگر a عدد منفی

نکته: همواره داریم $|x| \geq x$