عددهای حقیقی

با هر یک از مجموعه های مرجع اعداد طبیعی ، حسابی ، صحیح و گویا در سال های قبل آشنا شده ایم از مهمترین این اعداد در این فصل اعداد گویا (rational numbers) را دوباره یادآوری و مورد استفاده قرار می دهیم سپس با انواع اعداد گویا از نظر مختوم یا متناوب بودن در نماد اعشاری آشنا می شویم و در انتها با اعداد گنگ(surd numbers) که نماد اعشاری نامختوم و نامتناوب دارند مانند عدد پی آشنا می شویم و به کمک این دو اعداد حقیقی real numbers را معرفی می کنیم

مجموعه اعداد گویا را با نماد Q نمایش می دهیم و بصورت زیر تعریف می کنیم :

$$Q = \left\{\frac{a}{b}\middle| a, b \in Z, b \neq \cdot\right\}$$

چند عدد گویا مثال بزنید و نتیجه بگیرید که اعداد طبیعی و صحیح زیرمجموعه ی اعداد گویا می باشند

سوال : تفاضل ، مجموع و حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی ، صحیح و گویا آیا در مجموعه های خودشان وجود دارد ؟ (بسته بودن مجموعه)

نتیجه۱ : $\frac{\text{مجموع}}{\text{تفاضل}}$هر دو عدد طبیعی عددی ....$\frac{\text{مجموع}}{\text{تفاضل}}$هر دو عدد صحیح عددی ....$\frac{\text{مجموع}}{\text{تفاضل}}$ هر دو عدد گویا عددی ....می باشد .

نتیجه ۲ :$\frac{\text{ضرب}}{\text{تقسیم}}$ هر دو عدد طبیعی عددی ....$\frac{\text{ضرب}}{\text{تقسیم}}$هر دو عدد صحیح عددی ....$\frac{\text{ضرب}}{\text{تقسیم}}$ هر دو عدد گویا عددی ....می باشد .

نکته مهم : برای مقایسه دو کسر برای هر قسمت یک مثال می زنیم :

اگر دو کسر دارای صورت برابر باشند کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتری دارد

اگر دو کسر دارای مخرج برابر باشند کسری بزرگتر است که

اگر دو کسر مانند $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ داشته باشیم که صورت و مخرج آنها برابر نباشند در این صورت کسر $\frac{a}{b}$ بزرگتر است اگر حاصل ضرب صورتش a در مخرج کسر دیگر d بزرگتر از حاصل ضرب طرفین دیگر یعنی bc باشد .

اگر طرفین وسطین دو کسر برابر بود با هم برابر خواهند بود .

مثال : دو کسر $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۳}{۴}$ را مقایسه کنید ؟

حاصل ضرب ها $۲۰ = ۴ \times ۵$ و $۱۸ = ۶ \times ۳$ چون حاصل ضرب اولی بیشتر شد کسر $\frac{۵}{۶}$ که ۵ صورت آن بود بزرگتر است .

سوال : هر یک از کسرهای زیر را با هم مقایسه کنید و از کوچک به بزرگ بنویسید ؟

$$\frac{۵}{۶} \text{ و } \frac{۳}{۴} \text{ و } \frac{۱۱}{۱۵} \text{ و } \frac{۱۰}{۱۳} \text{ و } \frac{۴}{۷} \text{ و } \frac{۳}{۵}$$

پیدا کردن اعداد گویا بین دو عدد گویای دلخواه :

روش اول : اگر دو عدد را به واحدهای یکسان تبدیل کنیم (هم مخرج کنیم) می توانیم برای پیدا کردن هر تعداد عدد بین آنها صورت و مخرج را در یک واحد بیشتر از عدد مربوطه ضرب کنیم

یعنی برای پیدا کردن یک عدد بین آنها کافی است صورت و مخرج در عدد دو ضربش شود و برای دو عدد ....

مثال : دو کسر $\frac{۴}{۷}$ و $\frac{۳}{۵}$ را داریم مطلوب است :

الف : کسری بین این دو کسر ؟

ب : دو کسر بین این دو کسر ؟

پ : ۵ کسر بین این دو کسر ؟

توجه: همین عملیات را این بار با برابر کردن صورت ها انجام می دهیم و مانند قبل در یک واحد بیشتر از تعداد موردنظر در صورت و مخرج ضرب می کنیم(یادمان باشد با صورت های مساوی کسری با مخرج بزرگتر ،کوچکتر خواهد بود)

روش دوم : می توانیم کسر میانگین این دو کسر را هر بار بدست آوریم

مثال : دو کسر $\frac{۴}{۷}$ و $\frac{۳}{۵}$ را داریم مطلوب است :

الف : کسری بین این دو کسر ؟

ب : دو کسر بین این دو کسر ؟

روش سوم : مجموع صورت دو کسر بر روی مجموع مخرج آنها کسری خواهد بود که بین دو کسر قبلی واقع است :

مثال : دو کسر $\frac{۴}{۷}$ و $\frac{۳}{۵}$ را داریم مطلوب است :

الف : کسری بین این دو کسر ؟

ب : دو کسر بین این دو کسر ؟

پ : ۵ کسر بین این دو کسر ؟

سوال : آیا می توانیم کسرهایی با مخرج مشخص بین دو کسر بنویسیم ؟ بین دو کسر $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۳}{۵}$ چهار تا کسر با مخرج ۵۰ بنویسید ؟

پاسخ : ک.م.م سه عدد بالا عبارت است از :

$۲ \times ۵ \times ۵ = ۵۰$ و $۳ \times ۲ = ۶$ و $۵ = ۵$

در نتیجه $۱۵۰ = ۳ \times ۲ \times ۵ \times ۵$

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۳ \times ۳۰}{۱۵۰} = \frac{۹۰}{۱۵۰}$$

و $\frac{۱۲۵}{۱۵۰} = \frac{۵}{۶}$ در نتیجه داریم $\frac{۱۲۵}{۱۵۰} > \frac{۱۲۳}{۱۵۰} > \frac{۱۲۰}{۱۵۰} > \frac{۹۳}{۱۵۰} > \frac{۹۰}{۱۵۰}$ و با تقسیم به **۳** صورت و مخرج داریم

$$\frac{۳۰}{۵۰} < \frac{۳۱}{۵۰} < \frac{۴۰}{۵۰} < \frac{۴۱}{۵۰} < \frac{۱۲۵}{۱۵۰}$$

نتیجه : از مثال های بالا می توان نتیجه گرفت که بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گویا وجود دارد .

کسر های مرکب (مسلسلی)یا چند طبقه

برای محاسبات با این کسرها کوچکترین خط کسری در هر مرحله را پیدا می کنیم و با آن کار می کنیم .

مثال : حاصل عبارت زیر را بدست آورید ؟

$$۱ + \frac{۲ - \frac{۱ + \frac{۳}{۲}}{\frac{۳}{۴}}}{۲ + \frac{۱}{۲ + \frac{۱}{\frac{۱}{۲}}}} =$$

سوال : مقدار قرینه معکوس کسر $\frac{۱}{۱+\frac{۱}{۱+\frac{۱}{۱+\frac{۱}{۲}}}}$ را بدست آورید ؟

سوال : اگر به صورت و مخرج کسری ، عددی طبیعی را اضافه کنیم ، مقدار کسر :

۱) زیاد می شود

۲) کم می شود

۳) تغییر نمی کند

۴) هر سه مورد می تواند اتفاق بیفتد .

سوال : اگر n عددی مثبت باشد $n + \frac{۱}{n}$ همیشه از کدام یک از اعداد زیر نمی تواند کوچک تر باشد ؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۱

۴) ۰

نکته : مجموع هر عدد مثبت و معکوسش از عدد ۲ بزرگتر و مجموع هر عدد منفی و معکوسش از عدد ۲- کوچکتر است .

سوال : (آزمون نمونه دولتی) اگر $۱ > \frac{a}{b} > ۰$ باشد ، کدام گزینه همواره بزرگ تر از ۱ خواهد بود ؟

۱) $\frac{a-b}{b-a}$

۲) $\frac{b}{a}$

۳) $\frac{a+۱}{b+۱}$

۴) $-\frac{b}{a}$

سوال : بیشترین مقدار $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ به شرط آنکه x و y از اعداد ۱و۲و۳و۵و۱۰ باشند ، کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۱۰/۱ ۴) ۱۲/۵ ۵) ۲۰

سوال) اگر $\frac{۵۳}{۴۰} = a+\frac{۱}{b+\frac{۱}{c}}$ در این صورت حاصل $\frac{a-c}{b}$ را بدست آورید

سوال) حاصل چند عبارت زیر عددی صحیح است ؟

$a)\ \big((۱\div ۲)\div ۳\big)\div ۴$

$b)\ (۱\div ۲)\div (۳\div ۴)$

$c)\ ۱\div ((۲\div ۳)\div ۴$

$e)\ ۱\div \big(۲\div (۳\div ۴)\big)$

سوال) به ازای کدام مقدار m عبارت $\frac{\sqrt{۲}+۵}{\sqrt{۸}+m}$ عددی گویا است ؟

سوال) اگر m عددی گویا بین $-\frac{۳}{۵}$ و $-\frac{۱}{۲}$ باشد و n عددی گویا بین $\frac{۵}{۲}$ و ۲- باشد m+n بین کدام دو عدد گویا می تواند باشد ؟

سوال)در کسر $\frac{۱...۱...۱}{۱...۱...۲}$ در هر جای خالی می توانیم علامت تفریق یا ضرب قرار دهیم ، اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین عدد گویای به دست آمده چقدر است ؟

سوال) حاصل عبارت B را بدست آورید ؟

$$B = ۳ + \cfrac{۴}{۳ + \cfrac{۴}{۳ + \cfrac{۴}{\dots}}} =$$

پاسخ :عبارت بالا با عبارت $B = ۳ + \frac{۴}{B}$ برابر است (چرا ؟) برای بدست آوردن B داریم :

روش اول : حدس زدن : عدد ۴

روش دوم : ضرب عدد B در دو طرف معادله بالا و

کسر تلسکوپی : اگر مخرج کسری برابر با حاصل ضرب دو عدد و صورتش برابر اختلاف همان دو عدد باشد آن را بصورت کسری با صورت یک و مخرج آن دو عدد می نویسیم

یعنی : $\frac{a-b}{a\times b} = \frac{۱}{a} - \frac{۱}{b}$

سوال : هر یک از کسرهای زیر را به شکل تلسکوپی تبدیل کنید

$$\frac{۱}{۴ \times ۵} = \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۴}$$

$$\frac{۲}{۵ \times ۷} =$$

سوال : حاصل عبارت $\frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۱۲} + \dots + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۲}$ را بدست آورید

پاسخ : هر کدام از کسرهای بالا را تلسکوپی می کنیم اولی $\frac{۱}{۱\times۲}$ و آخری $\frac{۱}{۵\times۶}$ بنابراین

سوال : اگر $\frac{۱}{۹\times۱۰} + \dots + \frac{۱}{۲\times۳} + \frac{۱}{۱\times۲} = A$ و $\frac{۱}{۹\times۱۱} + \dots + \frac{۱}{۳\times۴} + \frac{۱}{۱\times۳} = B$ حاصل A+B و AB را بدست آورید ؟

توجه : در صورتی که بخواهیم عدد گویا را به صورت نماد اعشاری Desimal number بنویسیم کافی است صورت آن کسر را به مخرج آن تقسیم کنیم که در این صورت :

الف : اگر باقی مانده تقسیم صفر بود (یعنی تقسیم بعد از چند مرحله متوقف شود) عدد اعشاری بدست آمده مختوم یا تحقیقی می باشد .

مثال : بررسی کنید که هر کدام از کسرهای زیر یک کسر مولد عدد اعشاری مختوم می باشند .

$\frac{۲}{۵} = ۰/۴$ و $\frac{۵}{۸} =$ و

سوال : در مخرج هر یک از کسرهای بالا فقط از کدام عامل های اول استفاده شد که کسر مورد نظر به عدد اعشاری مختوم تبدیل شد .

نکته : کسرهایی که پس از ساده شدن در مخرج آنها فقط عامل های ۲ و ۵ داریم دارای عدد اعشاری مختوم هستند .

سوال : کدام یک از کسرهای زیر نماد اعشاری مختوم دارد؟

$\frac{۴}{۲۶}$ و $\frac{۶}{۲۰۰}$ و $\frac{۱۲}{۳۰}$ و $\frac{۴}{۳۰}$

ب : اگر باقی مانده صفر نبود و خارج قسمت دارای اعدادی باشد که تکرار شوند (تقسیم در دور بیفتد) این کسر دارای نماد اعشاری متناوب خواهد بود که این اعداد تکرار شونده را .... می نامیم .

توجه : در صورتی که تمام ارقام خارج قسمت دارای دوره گردش باشند عدد را متناوب ساده و در غیر این صورت اگر ارقامی در خارج قسمت تکرار نشوند عدد را متناوب مرکب می نامیم .

مثال : کسر $\frac{۱}{۳}$ با تقسیم صورت به مخرج عبارت است از :

کسر $\frac{۳}{۷}$ با تقسیم صورت به مخرج عبارت است از:

سوال : نماد اعشاری هر یک از کسرهای زیر را بنویسید و شرایط مربوط به متناوب ساده یا مرکب بودن یک کسر را نتیجه بگیرید

$\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۳۵}$ و $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۵}{۱۸}$ و $\frac{۵}{۹}$ و $\frac{۸}{۱۵}$ و $\frac{۱۰}{۱۱}$ و $\frac{۴}{۷}$

نتیجه : در کسرها پس از ساده کردن اگر در مخرج عامل های غیر از ...... و....... داشته باشیم کسر دارای نماد اعشاری متناوب ساده می باشد (همگی دوره گردش)

در کسرها پس از ساده کردن اگر در مخرج بجز عامل های ۲ یا ۵ عامل های دیگری هم داشته باشیم کسر دارای نماد اعشاری ....

سوال : در کسر کوچک تر از واحد $\frac{۳x}{۶۳۰}$ مطلوب است تعیین x به طوری که :

الف : کسر مورد نظر مختوم باشد

ب : کسر موردنظر متناوب ساده باشد

پ : کسر مورد نظر متناوب مرکب باشد .

سوال : در مورد هر یک از اعداد زیر آنها را از کوچک به بزرگ مرتب کنید .

$۰/\overline{۲}$ و $۰/۲\overline{۳}$ و $۰/\overline{۲۲}$ و $۰/\overline{۳}$ و $۰/۳$ و $۰/۲$

سوال : کسر مولد عدد اعشاری $۰/\overline{۲}$ را بدست آورید .

پاسخ : فرض کنیم کسر موردنظر x باشد در این صورت :

$$x = ۰/\overline{۲} \;, ۱۰x = ۲/\overline{۲}$$

اگر عبارت های بالا را از هم کم کنیم:

$$۱۰x - x = ۲$$

پس $x = \frac{۲}{۹}$

سوال : کسر مولد عدد اعشاری $۰/\overline{۲۳}$را بدست آورید .

پاسخ : مانند عبارت بالا :

چند سوال : در مرحله اول چه مضربی از ۱۰ را در دو طرف ضرب کردیم ؟

در تفریق کدام قسمت از سمت راست حذف شد ؟

صورت و مخرج کسر موردنظر چه اعدادی می باشند و چه ارتباطی با اعداد صورت و مخرج کسر قبلی دارند ؟

سوال : کسر مولد عدد اعشاری $۰/۲\overline{۳}$ را بدست آورید

پاسخ : $x = ۰/۲\overline{۳} \;, ۱۰x = ۲/\overline{۳} \;, ۱۰۰x = ۲۳/\overline{۳}$

$$۱۰۰x - ۱۰x =$$

سوال : کسر مولد عدد اعشاری $۳/۲\overline{۳}$ را بدست آورید .

نتیجه : برای محاسبه سریع می بینیم که صورت کسرهای مولد بصورت زیر محاسبه می شود :

تمام ارقام قبل و بعد ممیز – ارقام بدون دوره گردش

و مخرج کسرهای مولد بصورت زیر محاسبه می شود :

به تعداد ارقام دوره گردش <u>بعد ممیز</u> عدد ۹ و غیر دوره گردش بعد ممیز صفر

مثال : هر یک از نماد های اعشاری زیر را بصورت کسری بنویسید .

$۰/\overline{۲۳}$ و $۰/\overline{۲}$ و $۰/۲\overline{۳}$ و $۳/۲\overline{۳}$

سوال : حاصل عبارت های زیر را بدست آورید .

$۰/\overline{۲} + ۰/\overline{۷} =$

$۳/۲\overline{۱} - ۱/\overline{۲۱} =$

سوال : درستی و نادرستی عبارت های زیر را بررسی کنید ؟

الف : $۰/۳۱\overline{۹} = ۰/۳۲$

ب : $۰/۴ = ۰/\overline{۴}$

پ : $۱/\overline{۹} = ۲$

ت : $۰/۱\overline{۳} \times ۳ = ۰/۳\overline{۹}$

ث : $۰/\overline{۱۳} = ۰/\overline{۱۳۰}$

ه : $۰/\overline{۳} = ۰/\overline{۳۳}$

سوال : رقم بیستم و سی دوم و صدم در هر یک از کسرهای زیر چند است ؟(راهنمایی : پس از تبدیل از تقسیم عدد مورد نظر به تعداد ارقام دوره گردش استفاده کنید)

$\frac{۵}{۷}$ و $\frac{۳}{۱۸}$ و $\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۴}{۵}$

سوال : اگر $\frac{b}{۱۱} = ۰/\overline{۵a}$ حاصل $a + b$ را بدست آورید ؟

پاسخ :

$$\frac{۵a}{۹۹} = \frac{b}{۱۱} \rightarrow \frac{۵a}{۹} = \frac{b}{۱} \rightarrow ۵a = ۹b \rightarrow$$

A عددی است که یکی از مضارب ۹ که بین ۵۰ تا ۶۰ است را می سازد بنابراین :

عدد گنگ : عددی را که بعد از تقسیم تعداد ارقام اعشاری آن نامتناهی و بدون دوره تناوب باشد عدد گنگ می نامیم و با نماد Q'یا Q^C نمایش می دهیم

مانند : ... ۰/۱۰۱۰۰۱۰۰۰۱و π و ...

تذکر : اعداد رادیکالی که جذر کامل ندارند عدد گنگ می باشند

مثال :

سوال : هر یک از اعداد $0/1\overline{2}$ و $\sqrt{65}$ و $0/12012001 2$ و $\frac{2}{\pi}$ را از نظر گویا یا گنگ بودن بررسی کنید

نکته : مجموعه اجتماع اعداد گویا و گنگ را مجموعه اعداد حقیقی می نامیم و داریم :

$Q \cap Q' = \emptyset$ و $Q \cup Q' = R$

توجه : داریم : $N \subseteq \quad \subseteq R$

سوال ۱ : جمع یک عدد گویا با یک عدد گنگ عددی ....

سوال ۲ : جمع هر دو عدد گنگ مانند $\sqrt{2}+2$ و $\sqrt{2}-2$ عددی ....

سوال ۳ : حاصل ضرب عددی گنگ در عدد گنگ دیگر می تواند گویا باشد مانند ....

سوال ۴ : حاصل ضرب عدد گویای غیر صفر در عددی گنگ عددی ....

سوال ۵ : قرینه و معکوس هر عدد گنگ عددی ....

سوال ۶ : سه عدد گنگ بین ۲- و $-\sqrt{3}$ بنویسید ؟(راهنمایی : به عدد اعشاری تبدیل کنیم و چند دهم در این فاصله پیش برویم)

سوال ۷ : بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ چند عدد گنگ بنویسید .

سوال ۸ : هر یک از اعداد زیر را روی محور نمایش دهید و یک بار نیز بدون محور مشخص کنید هر عدد موردنظر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد .

$\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}-2$ و $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}-2$

توجه : برای عدد متوالی بعد از هر عدد مانند $\sqrt{2}$و$\sqrt{3}$ می توانیم از انتهای کمان $\sqrt{2}$ روی محور نیز یک واحد عمود کنیم و مثلث جدید را به کمک آن روی محور و نه روی وتر مثلث قبلی بسازیم

روش دوم استفاده از خواص نامساوی ها :

$$1 < \sqrt{2} < \sqrt{4} \rightarrow -2 < -\sqrt{2} < -1 \rightarrow$$

سوال : (مارپیچ ارشمیدس) اگر بر روی وتر مثلث قائم الزاویه ای با اضلاع یک واحد مثلث جدیدی با ضلع یک و وتر قبلی بسازیم وتر مثلث مرحله ۶ و مرحله n و همچنین محیط و مساحت آنها را بدست آورید ؟

نتیجه : الگوی هندسی مربوط به مارپیچ بالا بصورت :

وتر مرحله ی n برابر $\sqrt{n+۱}$

محیط مرحله ی n برابر $۱+\sqrt{n}+\sqrt{n+۱}$

مساحت : $\frac{\sqrt{n}}{۲}$

سوال : میانگین اعداد $\sqrt{۲}-۱$ و $-۲+\sqrt{۳}$ را بدست آورید ؟

بازه ها :

فاصله بین هر دو عدد حقیقی را که بی شمار عدد در آن است را یک فاصله یا بازه می گوییم

انواع بازه ها : بازه ی بسته a تا b را با نماد $[a,b]$ نشان می دهیم و به صورت نمادی $\{x|x \in R \,, a \le x \le b\}$

می توانیم روی محور این مجموعه را بصورت مقابل نمایش دهیم

بازه ی نیم باز :

بازه نیم باز از راست :

بازه ی باز :

بازه ی نامحدود از چپ $[-\infty, a]$

بازه ی نامحدود از راست $[a, +\infty]$

سوال : بازه های مربوط به هر یک از عبارت های زیر را روی محور نشان دهید و مشخص کنید چند عدد صحیح در این بازه وجود دارد ؟ (راهنمایی : برای تعداد میتوانیم از مقدار تقریبی جذر استفاده کنیم)

الف : $[-۱, +۲] \cup [-\sqrt{۸}, ۳]$

ب : $[-۱, +۲] \cap [-\sqrt{۸}, ۳]$

سوال : اگر A=$\{x | x \in R, x^۲ < ۶\}$ و $B = \{x | x \in R, x^۲ > ۹\}$ را مشخص و بازه ی $A \cup B$ و $A \cap B$ را روی محور نمایش دهید .

سوال : بازه ی $A_n = \left(\frac{-۱}{n}, \frac{۱}{n}\right)$ را در نظر می گیریم مطلوب است :

الف : $A_۱ \cup A_۲ \cup \dots \cup A_{۱۳۹۵}$

ب : $A_۱ \cap A_۲ \cap \dots \cap A_{۱۳۹۵}$

قدرمطلق :

فاصله ی هر عدد حقیقی روی محور اعداد تا مبدا را قدرمطلق آن عدد می نامیم برای مثال فاصله اعداد ۲ و ۲- ، ۳/۵ و $\sqrt{۲} + ۱$ و $\pi + ۱$ عبارت است از :

$$|۲| = ۲ \text{ و } |-۲| = ۲$$

این فاصله ها را روی محور نمایش دهید :

همچنین می توانیم فاصله هر دو نقطه دلخواه را نیز بدست آوریم برای مثال فاصله ی عدد ۲ و ۲- عبارت است از

$$|-۲-۲| = |۲-(-۲)| = ۴$$

توجه : فاصله ی هر دو نقطه مانند a و b را بصورت زیر نمایش می دهیم :

نکته ۱ : (خاصیت جابجایی در قدرمطلق) در محاسبه فاصله ی هر دو نقطه دلخواه مانند a و b دیدیم که :

$$|a-b| = |b-a|$$

نکته ۲ : در حالت کلی برای قدرمطلق هر عدد حقیقی مانند a داریم :

$$|a| = \begin{cases} a & ,a > ۰ \\ ۰ & a = ۰ \\ -a & a < ۰ \end{cases}$$

برای مثال داریم :

$|۲/۳| =$ $\quad$ $|-۵/۷| =$ $\quad$ $|۲+\sqrt{۵}| =$ $\quad$ $|-۲+\sqrt{۵}| =$

سوال : اگر $a = ۱+\sqrt{۲}$ و $b = -۱-\sqrt{۲}$ در این صورت حاصل $|a|+|b|$ را بدست آورید .

سوال : اگر $a < ۱$ باشد در این صورت حاصل عبارت $|۳-a|+|a-۲|$ را بدست دآورید

سوال : اگر داشته باشیم $۱ < a < ۳$ باشد حاصل عبارت $|a-۵|+|۴-a|$ را بدست آورید .

سوال : حاصل $|۳+۲\div۵\times۲-۴|+|\sqrt{۶}-\sqrt{۵}|$ را بدست آورید

سوال: حاصل $\left||\sqrt{۵}-۲|+\sqrt{۵}-۲\right|$ را بدست آورید .

سوال : حاصل $|\pi - ۴| - |۲ + \pi|$ را بدست آورید .

توجه : اگر a عددی حقیقی باشد داریم :

$$\sqrt{a^{۲}} = |a|$$

$$\sqrt{(-۳)^{۲}} =$$

$$\sqrt{(۱ - \sqrt{۲})^{۲}} =$$

سوال : در مورد $|ab|$ یعنی قدر مطلق حاصل ضرب a و b چه می توان گفت در صورتی که داشته باشیم $|ab| = |a||b|$

پاسخ : حالت اول اگر $a > ۰$ و $b > ۰$

سوال : اگر $a = ۲ , b = -۳ , c = -۱\frac{۲}{۳}$ باشد ، حاصل هر یک از عبارت های زیر را بدست آورید .

الف : $|a - b + |b - c| + ۱|$

ب : $\big|a - |bc|\big| + ۲|a| + |c|$

پ : $\frac{|ab|}{|a| \times |c|} - ۱$

سوال : نقطه ای مانند B روی محور داریم که مختصات آن $a + ۲$ می باشد و فاصله آن از مبدا ۳ واحد است a را مشخص کنید

پاسخ : تعریف قدرمطلق $|a + ۲| = ۳$ در صورتی که عبارت داخل قدرمطلق مثبت باشد داریم $a + ۲ = ۳$ و داریم............

در صورتی که عبارت داخل قدرمطلق منفی باشد داریم

نتیجه : سوال بالا مثالی از حل یک معادله قدرمطلقی بود که در آن داخل قدرمطلق را با دو حالت مثبت و منفی حل کردیم

به طور کلی داریم : اگر

$$|a| = b$$

آنگاه داریم :

$a = b$ یا $a = -b$

سوال : هر یک از معادله های قدر مطلقی زیر را حل کنید.

الف : $|x + ۲| = ۶$

ب : $\left|\frac{x+۴}{۲x+۱}\right| = ۱$

توجه : می دانیم حاصل جمع دو عدد مثبت هیچگاه صفر نمی شود بنابراین می توانیم بگوییم که معادله ای مانند معادله $|x| + ۲ = ۰$ هیچگاه جوابی ندارد

سوال : معادله ی $|x - ۱| + ۳ = ۰$ چند ریشه (جواب) دارد ؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) جوابی ندارد .

سوال : جواب های معادله ی $|x + ۱| + |۲x - ۱| + ۳|x| = ۰$ را بدست آورید .

پاسخ : چون مجموع چند عدد نامنفی صفر شده نشان می دهد هر کدام از آنها باید صفر باشند پس :

نامعادلات قدرمطلق :

وقتی داریم $|a| < ۲$ یعنی اینکه :

و وقتی می نویسیم $|a| > ۲$ یعنی اینکه :

نکته : در حالت کلی اگر $|a| \leq b \;\rightarrow -b \leq a \leq b$ و اگر $|a| \geq b \rightarrow a \geq b \text{ or } a \leq -b$

نکته اول : برای هر عدد حقیقی داریم : $a + |a| \geq ۰$

چون اگر a عددی مثبت باشد طبق تعریف قدرمطلق $a + a = ۲a \geq ۰$ و اگر منفی باشد

و در حالت صفر بودن

نکته دوم : مجموع قدرمطلق دو عدد همیشه بزرگتر از قدرمطلق مجموع آنها است

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

برای مثال :

حالت تساوی چه زمانی اتفاق می افتد ؟

نکته سوم : آیا می توانیم بگوییم همواره $|x| \geq x$ در مورد حالت برعکس آن چطور ؟

سوال : اگر $|x| < ۳$ باشد ، حاصل $|x+۳| + |x-۳|$ را بدست آورید .

سوال : اگر $\frac{-ab^۲}{۳c} = \frac{|a||b^۲|}{۳|c|}$ باشد کدام یک از عبارات زیر درست خواهد بود ؟

الف : $abc > ۰$

ب : $b^۲a > ۰$

پ : $ac < ۰$

ت : $b^۲c > ۰$

سوال تکمیلی : جواب دستگاه $\begin{cases} y = |x-۲| \\ y = |x+۱| \end{cases}$ را بدست آورید .