

فصل دوم ریاضی نهم: اعداد حقیقی

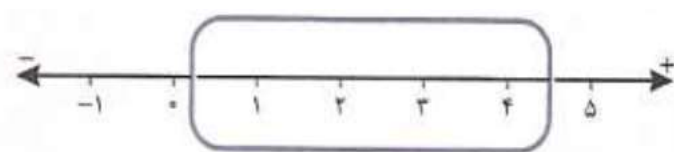
روش های مختلف نشان دادن یک مجموعه»»

روش توصیفی: مجموعه عدد های طبیعی کوچکتر از ۵

نوشتن اعضا: $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$

زبان نمادین: (روش ریاضی) $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

نمایش هندسی: (روی محور)

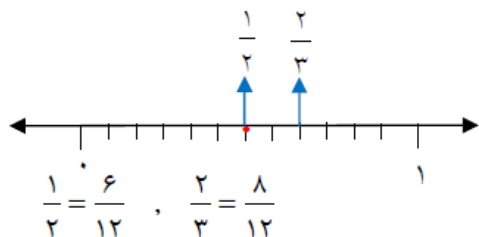
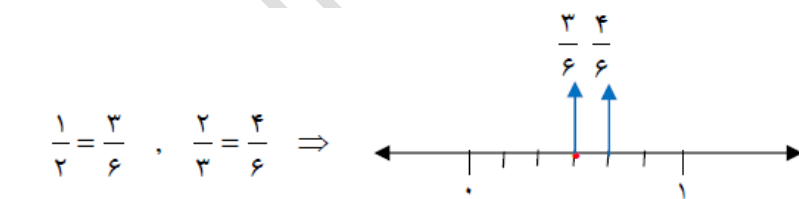


مجموعه عدد های گویا: هر کسر متعارفی که صورت و مخرج آن مخالف صفر باشد، عدد گویا نامیده می شود و مجموعه ای که تمامی این عددها را شامل می شود، مجموعه ی عددهای گویا نامیده می شود.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \text{ مثل } \frac{۳}{۸}, \frac{۳}{۷}, ۰, \frac{۵}{۲}$$

پیدا کردن کسرهایی بین دو کسر دلخواه:

الف) نمایش هندسی: -، - ابتدا مخرج ها را یکسان کرده و سپس آن را روی محور نشان می دهیم.



واحدهای ۶ قسمتی را به ۱۲ واحد تقسیم نمود:

پس می توان — را بین دو کسر بالا نوشت.

ب) استفاده از میانگین دو کسر: می دانیم میانگین دو عدد همواره بین دو عدد قرار دارد و از دو عدد نیز به یک فاصله است.

دو کسر مثال قبلی را به روش میانگین حل کنید:

$$\text{حالا بین } \frac{1}{2}, \frac{7}{12} \text{ دو کسر دیگر پیدا می کنیم:} \quad \frac{1}{2} = \frac{1+2}{2+2} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$$

$$\text{میانگین} = \frac{1+7}{2+12} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{4}{7} < \frac{2}{3}$$

ج) جمع کردن صورت ها با هم و مخرج ها با هم:

$$\frac{1}{2} < \frac{1+2}{2+3} < \frac{2}{3}$$

د) نوشتن به صورت اعشاری: اگر اعداد گویا را به صورت اعشاری بنویسیم، به سادگی می توان عددی بین آن دو عدد بدست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{5} = 0.4 \\ \frac{3}{4} = 0.75 \\ \frac{5}{8} = 0.625 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{8} > \frac{2}{5}$$

انواع اعداد اعشاری:

۱- عدد های اعشاری متناهی یا مختوم

۲- عدد های اعشاری متناوب که خود دو دسته اند: ساده و مرکب

عدد های اعشاری متناهی: اگر مخرج یک کسر ساده نشدنی را تجزیه کنیم و در تجزیه ان فقط عامل های ۲ یا ۵ و یا هر دو عامل باشد، عدد اعشاری مربوط به این کسر ها را متناهی یا مختوم می نامیم.

$$\frac{2}{5} = 0.4, \quad \frac{3}{20} = 0.15$$

عددهای اعشاری متناوب ساده: اگر در تجزیه مخرج یک کسر ساده نشدنی، به طور کلی عامل های ۲ یا ۵ نباشد و در تجزیه مخرج، عدد های اول دیگری بجز ۲ و ۵ باشد، عدد اعشاری مربوط به این

کسر ها را متناوب ساده می گویند یعنی بعد از اعشار، بلافاصله رقم یا رقم هایی به طور پیوسته تکرار می شوند و این تکرار بی پایان است. به این تکرار ارقام، دوره ی گردش می گویند.

این علامت نشان دهنده ی دوره ی گردش است، یعنی رقم ۳ به طور بی یابانی تکرار می شود.

$$\frac{1}{3} = 0.3333\ldots = 0.\overline{3} \qquad \frac{7}{11} = 0.63636363\ldots = 0.\overline{63}$$

عددهای اعشاری متناوب مرکب: اگر در تجزیه مخرج یک کسر ساده نشدنی، عامل های ۲ یا ۵ یا هر دو عامل باشند و علاوه بر آن ها اعداد اول دیگری نیز در این تجزیه باشند، عدد اعشاری مربوط به این کسر ها را متناوب مرکب می گویند یعنی دوره گردش بلافاصله بعد از خط ممیز شروع نمی شود.

$$\frac{2}{15} = 0.13333\ldots = 0.1\overline{3} \qquad \frac{2302}{990} = 2.3252525\ldots = 2.3\overline{25}$$

اعداد گنگ یا اصم: اعدادی که تعداد ارقام اعشاری آن ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نمی باشند، را اعداد گنگ می نامیم.

نکته :

الف) جمع دو عدد گویا و گنگ همواره گنگ است. $(2 + \sqrt{10}) \in Q'$

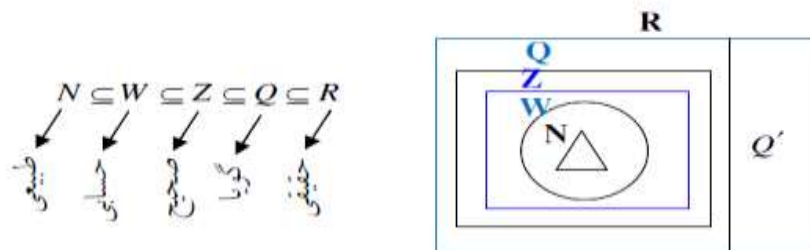
ب) ضرب عددی گنگ در عددی گویا عددی گنگ است. $3\sqrt{5} \in Q'$

ج) ضرب دو عدد گنگ ممکن است گنگ یا گویا باشد.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \in Q' \quad , (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 5 - 3 = 2 \in Q$$

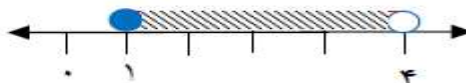
مجموعه اعداد حقیقی: از اجتماع مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد گنگ، مجموعه ی اعداد حقیقی به وجود می آید که با حرف R آن را نشان می دهیم.

$$R = Q \cup Q'$$

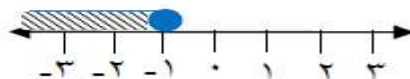


نمایش اعداد حقیقی روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ است پس همه ی اعداد حقیقی را می توان به صورت خط ممتدی روی محور نشان داد. یک خط از ابتدای ان نقطه تا انتهای ان مجموعه رسم می کنیم.

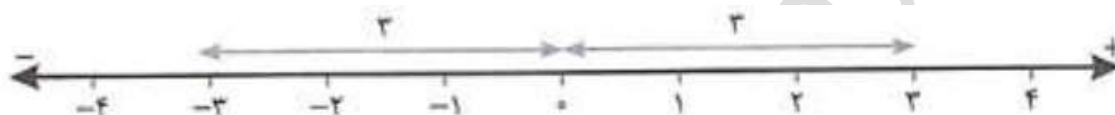
$$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 4\}$$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$$



قدر مطلق: فاصله نقطه ی نظیر یک عدد حقیقی روی محور اعداد تا مبدا را قدر مطلق ان عدد می نامند. برای مثال فاصله نقاط نظیر دو عدد ۳ و -۳ تا مبدا برابر با ۳ واحد است پس قدر مطلق هر دو عدد ۳ و -۳ با عدد ۳ برابر است.



$$\left| -\frac{4}{3} \right| = \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

$$|-\pi| = |\pi| = \pi$$

$$|-\sqrt{5}| = |\sqrt{5}| = \sqrt{5}$$

تعریف قدر مطلق با نماد ریاضی:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

نکات « « « «

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \underbrace{|1-\sqrt{2}|}_{\text{اعددی مثبت}} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$$

$$|x| - |y| \leq |x - y| \quad \underbrace{|7| - |1|}_{\leq} \leq \underbrace{|7-1|}_{=6} \quad 7-1 \leq |-3| \quad -3 \leq 3$$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0) \quad \left| \frac{-8}{5} \right| = \frac{|-8|}{|5|} = \frac{8}{5}$$