

## کامل ترین جزوه ریاضی نهم

شامل درس نامه و نکات مهم و مفید تا پیشرفته  
ویژه نمونه، تیزهوشان و مدارس برتر

### تدریس خصوصی ریاضیات و هندسه



آمادگی آزمون مدارس نمونه و تیزهوشان  
تقویتی، کنکور و رفع اشکال  
مشاوره تحصیلی و برنامه ریزی ( پایه اول تا دوازدهم )

### مهندس محمد جعفری

مدرس ریاضی تیزهوشان، المپیاد و مشاور تحصیلی

با بیش از ۱۰ سال سابقه تدریس  
در مدارس و آموزشگاههای برتر خراسان شمالی



۰۹۳۵۱۸۴۸۸۸۶

۰۹۹۰۵۰۶۷۸۰۲

@training\_math

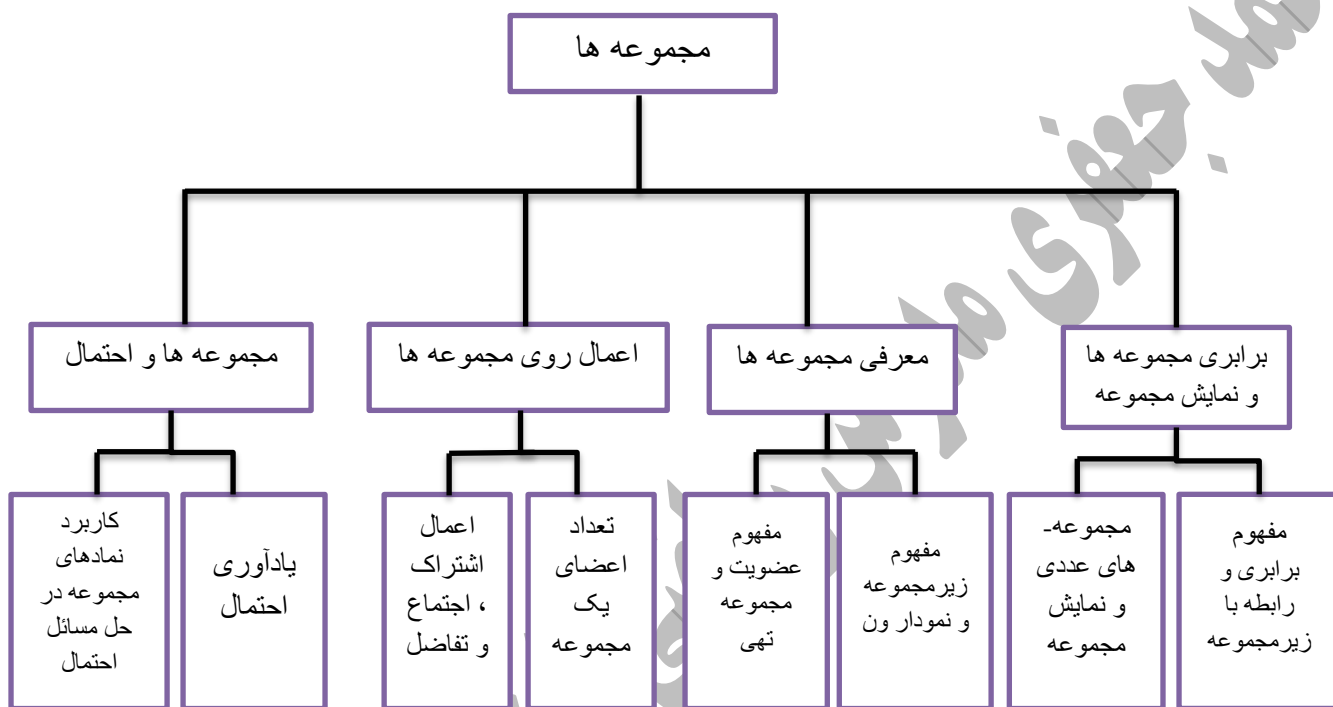
مهندس جعفری ۰۹۳۵۱۸۴۸۸۸۶



دبیر و مشاور تحصیلی کشوری

**تصویر عنوانی:** منظومه شمسی به عنوان یک مجموعه معرفی شده است که در تعبیر مجموعه (اعضا غیر تکراری و کاملاً مشخص) صدق می کند این تصویر نشان دهنده عظمت خلقت بوده و توسط آیه ۹۷ سوره انعام هدفمند بودن این خلقت یادآوری شده است.

### نقشه مفهومی:



**تعریف مجموعه:** یک دسته از اشیاء متمایز و کاملاً مشخص را یک مجموعه گویند. متمایز بودن اشیاء یعنی اینکه اشیاء تکراری

نباشند و کاملاً مشخص بودن اشیاء یعنی اینکه دقیقاً بدانیم چه اشیائی درون مجموعه قرار می گیرد و چه اشیائی درون مجموعه قرار نمی گیرد. نماد مجموعه: عضوهای مجموعه را درون  $\{ \}$  (آکلا) قرار می دهیم و آن را با حروف بزرگ انگلیسی  $\{A, B, \dots\}$  نام گذاری می کنیم.

**توجه:** ویژگی یا خاصیت مشترک یا هم جنس بودن اعضای یک مجموعه جزء شرایط تشکیل یک مجموعه نیست

**مثال:**  $A = \{ \text{خورشید}, 2, 3, a, b \}$  ← یک مجموعه پنج عضوی

کدام یک از عبارتهای زیر یک مجموعه را مشخص می کند؟

چهار عدد طبیعی و زوج کوچکتر از ۱۰

چهار عدد زوج متوالی ← مجموعه نیست ← چون عضوهای مجموعه کاملاً مشخص نیست و نمی دانیم کدام عددهای زوج متوالی

درون مجموعه قرار می گیرد.

مجموعه حروف انگلیسی صدا دار

عددهای طبیعی و یک رقمی

چهار شاعر ایرانی ← مجموعه نیست ← چون عضوهای مجموعه کاملاً مشخص نیست و نمی دانیم کدام چهار شاعر مدنظر است

دو عدد اول کوچکتر از ۱۲ ← مجموعه نیست ← چون عنصرهای مجموعه کاملاً مشخص نیست و نمی دانیم کدام ۲ عدد اول کوچکتر از ۱۲ درون این مجموعه قرار می گیرد.

**لزوم استفاده از مفهوم مجموعه و نماد مجموعه:** گاهی اوقات نیاز است تعدادی از اشیاء را از بقیه جدا کنیم یا آن ها را تقسیم کرده و دسته بندی کنیم.

توصیف یک مجموعه باید کاملاً روشن و شفاف بوده و مجموعه ای یکتا معرفی شود. مثال: ۳ عدد اول یک رقمی به صورت های مختلف می تواند تعبیر شود  $\{3, 2, 7\}$   $\{3, 2, 5\}$  و.....

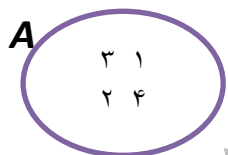
**نکته ۱:** جابه جایی عضوهای یک مجموعه مهم نیست یعنی با جابه جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته می شود مثال:  $\{1, 2, 3\} = \{1, 3, 2\}$

برای بیان عضویت یک شیء در یک مجموعه از علامت  $(\in)$  و برای بیان عدم عضویت یک شیء در یک مجموعه از علامت  $(\notin)$  استفاده می کنیم.

**مثال:** اگر  $A = \{1, 2\}$  داریم:  $2 \in A$ ، یعنی، عدد ۲ عضو  $A$  است و  $3 \notin A$  یعنی عدد ۳ عضو مجموعه  $A$  نیست.

**نمایش مجموعه با استفاده از نمودار ون:** مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خط های شکسته بسته نمایش داد.

**مثال:** نمایش مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  با نموداری ون به صورت مقابل است.



**توجه:** برای استفاده از نمودار ون می توانیم از منحنی های بسته استفاده کنیم و هم از خط شکسته بسته از قبیل اشکال هندسی شناخته شده مانند دایره، مستطیل، مربع و....

**نکته ۲:** مجموعه ای را که هیچ عضوی ندارد، مجموعه تهی می نامند و با نماد  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می دهند.

**مثال:**

\* مجموعه عددهای اول کوچکتر از ۲

\* عددهای منفی و بزرگتر از یک

\* مجموعه عددهای صحیح بین ۷- و ۸-

\* مجموعه ی عددهای زوج و اول دو رقمی

## کار در منزل

سؤال ۱: جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید؟

هر دسته از اشیاء.....و کاملاً.....را یک مجموعه گوئیم.

سؤال ۲: کدام عبارت یک مجموعه را مشخص می کند و کدام عبارت یک مجموعه را مشخص نمی کند چرا؟

الف) جواب های معادله ی  $3x - 2 = 1$  ب) انسان های روشنفکر ج) ده عدد فرد ۳ رقمی د) مقسوم علیه

های طبیعی عدد ۱۳

سؤال ۳: کدام مجموعه مشخص کننده مجموعه تهی نیست چرا؟

الف) مجموعه همه عددهای صحیح که مربع آنها منفی باشد

ب) مجموع عددهای طبیعی بین ۱۰۰ و ۱۰۱

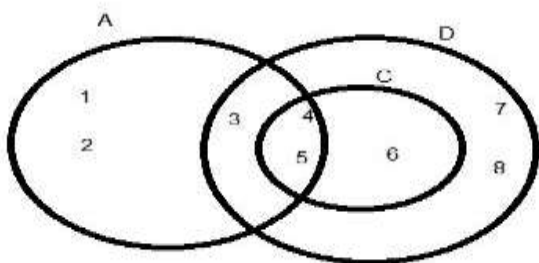
ج) مجموع اعدادی که جذر آنها برابر خودشان باشد

د) مجموعه اعدادی که هم مثبت و هم منفی باشند

سؤال ۴: مجموعه  $A = \{1, \frac{4}{2}, 1, 2, 2\}$  دارای چند عضو است؟ چرا؟

سؤال ۵: آیا دو مجموعه  $\{a, b, c\}$  و  $\{c, b, a\}$  با هم فرق دارند؟ چرا؟

سؤال ۶: با توجه به نمودار زیر مجموعه  $A, D, C$  را با اعضایشان مشخص کنید؟



**تعریف برابری ۲ مجموعه:** می‌گوئیم  $A, B$  مجموعه ۲ با هم برابرند هرگاه همه‌ی عضوهایشان یکسان باشند به عبارت دیگر هر گاه

هر عضو  $A$  در  $B$  باشد و هر عضو  $B$  در  $A$  باشد. در صورتی که  $A$  با  $B$  برابر است می‌نویسیم  $A=B$  و در صورتی که  $A$  با  $B$  برابر نباشد می‌نویسیم  $A \neq B$  یعنی عضوی از  $A$  وجود دارد که در  $B$  نیست

**مثال:** دو مجموعه  $A = \{1, 2, -\sqrt{4}\}$  و  $B = \{1, \sqrt{4}, -2\}$  زیرا  $\sqrt{4} = 2$  و  $-\sqrt{4} = -2$  در نتیجه  $A=B$

تعریف زیر مجموعه: مجموعه  $A$  زیر مجموعه  $B$  است هرگاه هر عضو مجموعه  $A$  درون مجموعه  $B$  نیز موجود باشد و می‌نویسیم  $A \subset B$  اگر  $A$  زیر مجموعه  $B$  نباشد می‌نویسیم  $A \not\subset B$  یعنی عضوی در  $A$  وجود دارد که در  $B$  نیست.

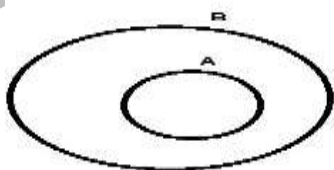
**مثال:** اگر  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  در این صورت  $A \subset B$

**مثال:** اگر  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{1, 2, 4, 5\}$  در این صورت  $A \not\subset B$  زیرا عدد ۳ در  $A$  هست ولی در  $B$  نیست.

**نکته ۳:** هر مجموعه زیر مجموعه خودش است یعنی  $A \subset A$

**نکته ۴:** مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه‌ای است یعنی  $\emptyset \subset A$

**نکته ۵:** اگر  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد در این صورت نمایش  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:



**نکته ۶:** مجموعه‌های اعدادی که کاربردهای فراوانی دارند: به این شکل نامگذاری و نمایش داده می‌شوند:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\} \quad \{\text{مجموعه اعداد طبیعی}\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \{\text{مجموعه عددهای حسابی}\}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad \{\text{مجموعه عددهای صحیح}\}$$

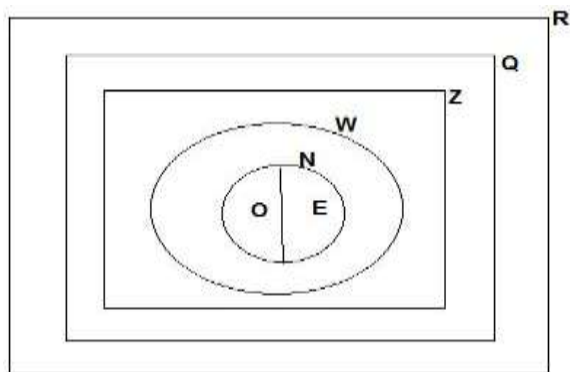
$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\} \quad \{\text{مجموعه عددهای گویا}\}$$

$$R = Q \cup Q' \quad \{\text{مجموعه اعداد حقیقی}\}$$

$$Q' = R - Q \quad \{\text{مجموعه اعداد اصم}\}$$

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

$$Q' \subseteq R$$



**نمایش مجموعه با نماد علمی ریاضی:** می‌توان برخی از مجموعه‌ها را به جای نشان دادن با عضوهای ریاضی نشان داد و مشخص کرد برای این کار باید ابتدا یک ویژگی مشترک برای اعضا مجموعه یافت و آن ویژگی مشترک را با متغیر یا متغیرهایی بیان کرد و سپس مشخص کنیم این متغیرها عضو چه مجموعه‌ای هستند.

**مثال:** مجموعه A و C را با نماد ریاضی و مجموعه B و D را با عضوهای مشخص کنید.

$$C = \{4, 7, 10, \dots\} = \{3k + 1 \mid k \in N\} \text{ و } A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} = \{x \in Z \mid -3 \leq x \leq 2\}$$

$$D = \{4k - 3 \mid -2 < k \leq 3, k \in Z\} = \{-7, -3, 1, 5, 9\} \text{ و } B = \{2k - 1 \mid k \in Z, k \leq 2\} = \{3, 1, -1, -3, \dots\}$$

**نکته ۷:** اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر با  $2^n$  است.

**مثال:** اگر مجموعه ای دارای ۴ عضو باشد تعداد زیرمجموعه های آن چند تا است؟

$$n = 4 \rightarrow 2^4 = 16 \rightarrow \text{۱۶ زیر مجموعه}$$

برای نوشتن یک مجموعه  $n$  عضو بهتر است به ترتیب از مجموعه هیچ عضو (تهی) شروع کرده و بعد تمام یک عضو ها و دو عضو ها و ..... تا  $n$  عضو ها را بنویسید. (به خاطر جا نیافتادن یک زیر مجموعه حتما از این روش استفاده نمایید)

**نکته ۸:** اگر در ۳ مجموعه  $A, B, C$  داشته باشیم  $A \subseteq B, B \subseteq C$  آنگاه داریم  $A \subseteq C$

**نکته ۹:** هر عدد طبیعی، حسابی، صحیح، عدد گویا است زیرا هر کدام از اعداد این مجموعه مانند  $a$  را می توان به شکل  $\frac{a}{1}$  نوشت که یک عدد گویا است.

### کار در منزل

سؤال ۱: مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  با کدام مجموعه برابر است؟

(الف)  $B = \{3^0, \sqrt{9}, 2^2, \frac{6}{3}\}$  (ب)  $C = \{\frac{\sqrt{4}}{2}, (-1)^3, (-2)^2, 3\}$

سؤال ۱: جای حروف انگلیسی عدد مناسب بنویسید تا تساوی برقرار شود.

$$\{\frac{2}{5}, -\sqrt{16}, \frac{(-3)^2}{9}, A, B\} = \{-1, C, D, \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}, (-2)^2\}$$

سؤال ۳: همهی زیر مجموعه های، مجموعه  $A = \{m, n\}$  را بنویسید؟

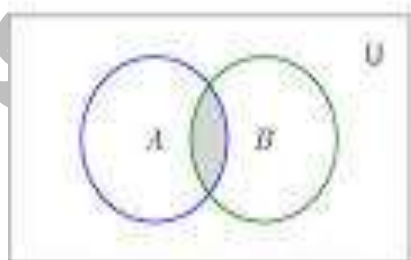
سؤال ۴: یک مجموعه  $(n - 2)$  عضو دارای ۳۲ زیرمجموعه است  $n$  را بیابید؟

سؤال ۵: آیا هر مجموعه ای حداقل دو زیرمجموعه را داراست؟ چرا؟

**اشتراک دو مجموعه:** اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با نماد  $A \cap B$  نشان می دهیم این مجموعه شامل

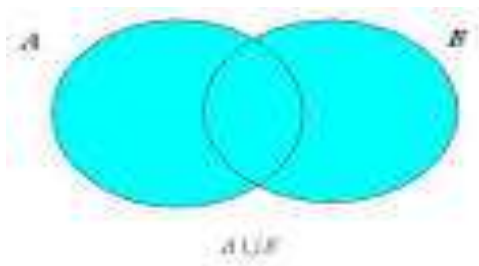
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

همه ی عضوهای مشترک  $A$  و  $B$  است.



**اجتماع دو مجموعه:** اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با نماد  $A \cup B$  نشان می‌دهیم این مجموعه شامل

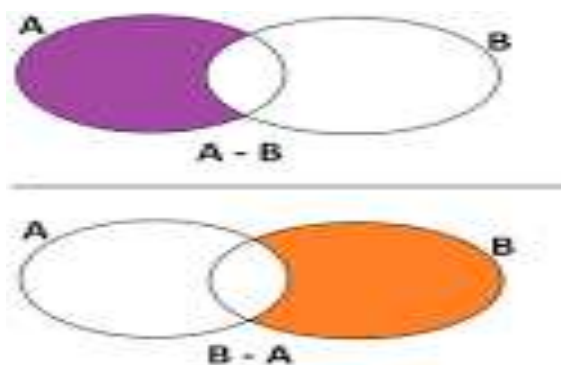
عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه  $A$  و  $B$  باشد.  $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$



**تفاضل دو مجموعه:** اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند تفاضل مجموعه  $B$  از مجموعه  $A$  را با نماد  $A - B$  نشان می‌دهیم این مجموعه شامل

همه‌ی عضوهایی از مجموعه  $A$  است که در مجموعه  $B$  نباشد و تفاضل مجموعه  $A$  از  $B$  را با نماد  $B - A$  نمایش داده و این مجموعه شامل تمام

عضوهایی از  $B$  است که در  $A$  نباشد.  $B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$  و  $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$



**مثال:** اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{1, 3, 5\}$  در این صورت  $A \cap B, A \cup B, A - B, B - A$  را با عضوهای مشخص کنید؟

$$A \cap B = \{1, 3\} \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad A - B = \{2, 4\} \quad B - A = \{5\}$$

**نماد تعداد عضوهای یک مجموعه:** اگر  $A$  یک مجموعه باشد تعداد عضوهای  $A$  را با  $n(A)$  نشان می‌دهیم. مثلاً اگر  $A = \{a, b\}$

در این صورت  $n(A) = 2$

**مثال:** اگر  $A = W - N$  و  $B = Z - Q$  و  $A$  و  $B$  و  $n(A)$  و  $n(B)$  را مشخص کنید:

$$\begin{aligned} A = W - N = \{0\} &\rightarrow n(A) = 1 \\ B = Z - Q = \{\} &\rightarrow n(B) = 0 \end{aligned}$$

**نکته ۱۰:** با داشتن اجتماع و اشتراک دو مجموعه نمی‌توان اعضای هر یک از دو مجموعه را یافت (فعالیت صفحه ۱۲)

**نکته ۱۱:** اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه اجتماع همان دو مجموعه است  $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$

نکته ۱۲: هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  زیرمجموعه  $(A \cup B)$  می باشند  $A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B)$

نکته ۱۳: اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  است.  $(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$

نکته ۱۴: مجموعه  $A-B$  زیر مجموعه  $A$  است  $(A-B) \subseteq A$

نکته ۱۵: اجتماع دو مجموعه  $(B-A)$  و  $(A \cap B)$  مساوی با مجموعه  $B$  است.

نکته ۱۶: لزوماً  $A-B$  با  $B-A$  برابر نیست و تفاضل دو مجموعه خاصیت جابه جایی ندارد.

نکته ۱۷: اگر داشته باشیم  $(A-B)=(B-A)$  آنگاه واضح است که  $n(A-B)=n(B-A)$

ولی برعکس این مطلب درست نیست اگر  $n(A-B)=n(B-A)$  نمی توان همواره نتیجه گرفت که  $A-B=B-A$

مثال: اگر  $A = \{2, 4, 2, 3, 8\}$ ،  $B = \{6, 8, 3, 5\}$ ، آنگاه داریم  $B - A = \{3, 5\}$ ،  $A - B = \{2, 4\}$  واضح است که

$n(A - B) = n(B - A)$  ولی  $A - B \neq B - A$  یعنی  $n(A - B) = n(B - A)$

### کار در منزل

سؤال ۱: کدام درست و کدام نادرست است؟

(د)  $Z \not\subset Q$

(ج)  $N \cap Q = Q$

(ب)  $B \subseteq (A \cup B)$

(الف)  $(A \cap B) \subseteq A$

(و)  $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

(ه)  $W - N = \{0\}$

سؤال ۲: اگر  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{-1, -2, 0, 3\}$  مجموعه های زیر را با عضوهای مشخص کنید.

(د)  $B-A$

(ج)  $A-B$

(ب)  $A \cup B$

(الف)  $A \cap B$

سؤال ۳: اگر  $A = \{x \in N \mid x < 5\}$  و  $B = \{3, 5, 7, 8\}$  و  $n(A \cup B)$  را تعیین کنید؟

### مجموعه ها و احتمال:

**احتمال رخ دادن پیشامد  $A$ :** اگر  $A$  یک پیشامد تصادفی باشد احتمال رخ دادن پیشامد  $A$  را با  $P(A)$  نمایش می دهیم و آن را با

فرمول زیر محاسبه می کنیم.  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$  که در این فرمول  $n(A)$  تعداد عضوهای پیشامد  $A$  و  $n(S)$  تعداد کل حالت های ممکن

برای آن پدیده تصادفی



مثال: تاسی را پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه:

الف) عدد رو شده زوج باشد؟

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{2, 4, 6\} \rightarrow n(A) = 3 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ب) عدد رو شده کمتر از ۳ باشد؟

$$A = \{1, 2\} \rightarrow n(A) = 2 \rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

پیشامدهای هم شانس: دو پیشامد A و B را هم شانس می‌گوییم هر گاه احتمال رخداد این پیشامدها یکسان باشد یعنی  $P(A)=P(B)$

مثال: دو سکه را پرتاب می‌کنیم:

الف) احتمال اینکه حداقل یکی از سکه‌ها ((رو)) بیاید چقدر است؟

$$A = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \quad S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \quad P(A) = \frac{3}{4}$$

$$B = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \quad P(B) = \frac{3}{4} \quad \text{ب) احتمال اینکه هر دو سکه با هم ((رو)) نباشند چقدر است؟}$$

ج) آیا دو پیشامد قسمت ((الف)) و قسمت ((ب)) هم شانس هستند؟ بله زیرا  $P(A)=P(B)$

## کار در منزل

سؤال ۱- جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید

نسبت تعداد حالت‌های مطلوب برای یک پیشامد به تعداد کل حالت‌های ممکن را ..... آن پیشامد می‌گویند.

سؤال ۲- جای خالی را با عدد مناسب پر کنید

الف) احتمال آمدن عددی اول در پرتاب یک تاس ..... است.

ب) احتمال آمدن دو ((رو)) در پرتاب دو سکه برابر ..... است.

ج) احتمال آمدن مجموع سه پرتاب دو تاس برابر ..... است.

د) احتمال آمدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر ..... است.

سؤال ۳- فرض کنید یک تاس را پرتاب کردیم پیشامدهای هم شانس را به هم وصل کنید:

پیشامد عددی زوج   پیشامد مضرب ۱

پیشامد عدد ۱   پیشامد عددی بین ۱ و ۴

پیشامد عدد بزرگتر از ۴   پیشامد عددی فرد

سؤال ۴- در جعبه ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سبز وجود دارد یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم احتمال اینکه این مهره آبی یا قرمز باشد چقدر است؟

### نکات و سوالات تکمیلی

سؤال ۱- در یک جعبه ۲۰ توپ قرمز، ۳۰ توپ سفید و چند توپ آبی وجود دارد به نحوری که اگر شخصی یک توپ از این جعبه به صورت دلخواه و تصادفی بردارد. احتمال آبی بودنش  $\frac{9}{11}$  است. چند توپ آبی در جعبه است؟ (قلم چی ۹۲/۴/۲۳)

الف) ۱۰۰ (ب) ۱۲۵ (ج) ۲۲۵ (د) ۴۰

سؤال ۲- اگر دو مجموعه  $B = \{y + 2, \frac{3}{5}, 8\}$  و  $A = \{3x - 1, 0, 6, \sqrt{2^3 + 1}\}$  مساوی باشند. مقدار

$3x - y$  کدام است؟ (قلم چی ۹۶/۵/۶)

الف) ۱ (ب) ۴ (ج) ۸ (د) ۹

سؤال ۳- اگر  $C = \{3, 5, 8\}$ ،  $B = \{\sqrt{k} \mid \sqrt{k} \in \mathbb{N}, k < 30\}$ ،  $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n^2 < 10\}$  باشند مجموعه حاصل از عبارت  $(A \cup B) - C$  چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟ (قلم چی ۹۶/۵/۶)

الف) دو تا (ب) سه تا (ج) چهار تا (د) یکی

سؤال ۴- اگر  $n$  عدد طبیعی  $A_n = \{2n, n, n - 1\}$  باشد مجموعه  $A_3 \cup A_4 \cup A_5$  چند عضو بیشتر از مجموعه  $A_4 \cap A_5$  خواهد داشت؟ (قلم چی ۹۶/۵/۶)

الف) هشت تا (ب) نه تا (ج) هفت تا (د) شش تا

سؤال ۵- اگر  $A = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$  و  $B = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$  باشند مجموعه  $A - B$  چند عضو دارد؟ (قلم چی ۹۶/۵/۶)

الف) سه (ب) چهار (ج) شش (د) نه

سؤال ۶- درباره‌ی مجموعه A و B می‌دانیم  $(B - A) \subseteq (A - B)$  و  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  و  $A \cap B = \{2, 3\}$  است مجموعه A چند عضو دارد؟ (قلم چی ۹۶/۵/۲۰)

الف) پنج      ب) هفت      ج) شش      د) هشت

$$(B - A) \subseteq (A - B) \implies B \subseteq A$$

$$B \subseteq A \implies A \cup B = A \implies n(A) = 7$$

سؤال ۷- از بین اعداد زیر حاصل تقسیم ((بزرگترین عدد مختوم)) به بزرگترین عدد متناوب، کدام است؟ (قلم چی

۹۶/۵/۲۰) الف)  $\frac{187}{80}$       ب)  $\frac{77}{32}$       ج)  $\frac{11}{4}$       د)  $\frac{32}{77}$

$$\frac{4}{11}, \frac{7}{8}, \frac{17}{20}, \frac{7}{22}, \frac{14}{175}$$

نکته: اعدادی مختوم هستند که پس از ساده سازی مخرج آنها شمارنده ای غیر از ۲ و ۵ نداشته باشد. پس اعداد زیر مختوم اند که بزرگترین آنها  $\frac{7}{8}$  است.

از بین اعداد متناوب  $\frac{4}{11}$  و  $\frac{7}{22}$  نیز  $\frac{4}{11}$  بزرگتر است لذا داریم:  $\frac{7}{8}$  و  $\frac{17}{20}$  و  $\frac{14}{175} = \frac{2}{25}$

سؤال ۸- کاملاً تصادفی در ساعتی از شبانه روز سکه ای پرتاب شده است. احتمال آن که در لحظه ی پرتاب ساعت از ۱۲

ظهر گذشته و سکه پشت را نشان داده باشد کدام است؟ (قلم چی ۹۶/۶/۳) الف)  $\frac{1}{2}$       ب)  $\frac{1}{4}$       ج)  $\frac{1}{24}$       د)  $\frac{2}{3}$

سؤال ۹- تعداد مقسوم علیه های صحیح عدد ۱۳۹۵ را بدست آورید؟

پاسخ: گام اول:  $1395 = 2^2 \times 5^1 \times 3^1$       گام دوم:  $(2+1)(1+1)(1+1) = 3 \times 2 \times 2 = 12$

نکته: فرمول محاسبه تعداد همه‌ی شمارنده های یک عدد: ابتدا عدد را به شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم و سپس اگر به

تعداد هر شمارنده اول یک واحد اضافه کنیم و در هم ضرب کنیم تعداد همه ی شمارنده ها بدست می‌آید

مثال:  $24 = (7 + 1) \times (2 + 1) = 24$        $3200 = 2^7 \times 5^2$

پس ۱۲ شمارنده دارد و قرینه ی همین اعداد را در اعداد منفی داریم پس در مجموع  $24 \times 2 = 48$  مقسوم علیه صحیح دارد.

نکته: اگر  $A \subseteq B, A \subseteq C$  آنگاه  $A \subseteq B \cap C$  می‌باشد و همچنین اگر  $B \subseteq C, A \subseteq B$  در این صورت  $A \subseteq C$  می‌باشد.

نکته: برای محاسبه تعداد زیرمجموعه های k عضوی یک مجموعه از فرمول زیر استفاده می‌کنیم  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

**معرفی فاکتوریل:** حاصلضرب اعداد طبیعی در اعداد ما قبل عدد را فاکتوریل آن می‌گویند و با نماد  $n!$  نمایش می‌دهند.

مثال:  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

**سوال ۱۰-** همه زیرمجموعه‌های، مجموعه‌ی  $D = \{1, 2, 3\}$  را بنویسید؟

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{2! \times 1!} = 3$$

{1}, {2}, {3} زیرمجموعه‌های تک عضوی که با استفاده از فرمول بالا داریم:

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{1! \times 2!} = 3$$

{3, 2}, {3, 1}, {2, 1} زیرمجموعه‌های دو عضوی که با استفاده از فرمول بالا داریم:

**سوال ۱۱-** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $m$  عضوی، چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $(m-k)$  عضوی است؟

**سوال ۱۲-** مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  چند زیرمجموعه یک عضوی و دو عضوی دارد؟

سوال ۱۳- مجموعه دارای ۷ زیرمجموعه یک عضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

**سوال ۱۴-** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k+4$  عضوی ۱۲۰ واحد از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $K$  عضوی بیشتر است،  $k$  کدام است؟

**سوال ۱۵-** اگر مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد در این صورت: الف) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه دارد که شامل ۱ و ۲ باشد؟

پاسخ: ابتدا اعضای خاص ۱ و ۲ که در زیرمجموعه هستند را برمی‌داریم حال برای بودن یا نبودن اعضای ۳ و ۴ در کل  $2^2$  حالت داریم.

ب) چند زیرمجموعه داریم که فاقد ۴ باشد؟ پاسخ: ابتدا ۴ را حذف می‌کنیم برای بودن سه عضو دیگر  $2^3$  حالت داریم یعنی ۸ زیرمجموعه

**زیرمجموعه‌های دلخواه شامل و یا فاقد اعضای مشخص:** در صورتی که زیرمجموعه‌هایی را بخواهیم که فاقد یا شامل عضوی خاص از یک مجموعه باشد ابتدا آن را که تکلیفش مشخص شده از مجموعه برمی‌داریم سپس برای هر عضو باقیمانده دو حالت داریم.

**زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه:** تمام زیرمجموعه‌ها به جز خود مجموعه زیرمجموعه‌های محض آن می‌نامند بنابراین تعداد آن‌ها برابر است با:  $2^n - 1$

**مجموعه توان یک مجموعه:** مجموعه تمام زیرمجموعه‌های یک مجموعه را مجموعه توانی آن می‌نامیم و برای مجموعه‌ای مانند  $A$  با نماد  $P(A)$  نمایش می‌دهیم.

مثال: اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد در این صورت  $n(A)=3$  و  $P(A)=2^3=8$

سوال ۱۶- در مجموعه  $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$  داریم:

(۱)  $\{\phi\} \in A$  (۲)  $\phi \in A$  (۳) این مجموعه ۳ عضو دارد (۴)  $\{\{\phi\}\} \subseteq A$  (۵)  $\{1\} \subseteq A, \{\phi\} \subseteq A$

نمی‌توانیم بگوییم  $\{1\} \subseteq A$  چون داریم  $\{1\} \in A$  و درست است بگوییم  $\{\{1\}\} \subseteq A$

سوال ۱۷- مجموعه اعداد طبیعی که باقیمانده آنها به عدد چهار برابر ۱ است را به شکل یک مجموعه معرفی کنید؟

پاسخ:  $\{4k+1 | k \in W\}$  یعنی مجموعه شامل اعداد زیر است که  $\{1, 5, 9, 13, \dots\}$  که مجموعه ای نامتناهی است.

نکته: مجموعه‌هایی که بتوان آن‌ها را با شمردن به پایان رساند **متناهی** هستن در غیر این صورت **نامتناهی** می‌باشند.

نکته: یک سری از اعداد که دارای نظم مشخص باشند و به دنبال هم ظاهر شوند دنباله گفته می‌شود دو مورد از دنباله‌های معروف دنباله‌های حسابی و هندسی هستند.

مثال: هر یک از مجموعه‌های زیر را با علائم ریاضی مشخص کنید؟

$$A = \{3, 7, 11, 15, \dots\} \quad (۱)$$

یک دنباله حسابی می‌باشد چون اعداد آن با نظم مشخص ۴ واحد اختلاف دارند و می‌توانیم با داشتن جملات قبلی هر جمله دیگر آن دنباله را حدس بزنیم به عدد ۴ قدر نسبت می‌گویند. در این دنباله جمله اول نیز اهمیت دارد.

طریقه بدست آوردن فرمول کلی یک دنباله حسابی: گام اول: مشخص کردن جمله ی اول و قدر نسبت

گام دوم: استفاده از فرمول طلایی زیر: جمله اول + (یک واحد کمتر از شماره جمله مورد نظر)  $\times$  قدر نسبت

پاسخ: جمله اول: ۳ و قدر نسبت ۴  $\rightarrow A = \{4n-1 | n \in N\}$   $\rightarrow 4 \times (n-1) + 3 = 4n-1$  جمله  $n$ ام

پنجاهمین عدد در دنباله بالا چند است؟

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{128} \right\} \quad (۲)$$

$$C = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots \right\} \quad (۳)$$

یک دنباله هندسی می‌باشد چون اعداد آن از ضری یک مقدار ثابت در جمله قبل ساخته شده‌اند. که در آن اولین عدد جمله‌ی اول و حاصل تقسیم هر جمله‌ی متوالی را **قدر نسبت** می‌نامیم

طریقه بدست آوردن فرمول کلی یک دنباله هندسی:

گام اول: مشخص کردن جمله ی اول و قدر نسبت

گام دوم: استفاده از فرمول طلایی  
 یک واحد کمتر از جمله مورد نظر قدر نسبت  $\times$  جمله اول

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^K \quad \text{پاسخ: جمله اول: } \frac{1}{2} \quad \text{قدر نسبت: } \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}$$

$$B = \{10^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 7\}, C = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$$

$$D = \{10^n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\} \quad \text{پاسخ} \quad D = \{9, 99, 999, 9999, \dots\} \quad 4-$$

$$F = \{7, 77, 777, 7777, \dots\} \quad 5-$$

سوال ۱۸- در دنباله مربوط به ۳۹ و ۱ و ۷ و ۳ مجموعه جمله ها چند است؟

$$\text{نکته: فرمول محاسبه تعداد جملات} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{فاصله (گام)}} + 1 = \text{تعداد جملات}$$

نکته: فرمول محاسبه مجموع جملات

$$\text{تعداد جملات} \times \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{2} = \text{مجموع جملات}$$

نکته: فرمول محاسبه مجموع جملات

مثال: مجموع هر یک از دنباله های زیر را بدست آورید؟

$$\text{الف) } \{5, 7, 9, 11, \dots, 45\}$$

$$\text{ب) } \{1, 2, 3, \dots\} + \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$$

متمم یک مجموعه: متمم یک مجموعه  $A$  را با نماد  $A'$  نشان می دهیم و اعضای آن عبارتست از عناصری که در  $A$  نباشد ولی در  $M$  (مجموعه ی مرجع) باشد.

نکته: اگر داشته باشیم  $A \subseteq B$  در این صورت  $B' \subseteq A'$

نکته:  $(A')' = A$  متمم، متمم یک مجموعه برابر با خود مجموعه است.

نکته:  $\phi' = M$ 

دو مجموعه جدا از هم: دو مجموعه را که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند را جدا از هم می‌نامند یعنی اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند در این صورت  $A \cap B = \phi$

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند در نتیجه متمم های آن ها نیز جدا از هم می‌باشد.

مثال: در مجموعه  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ،  $A = \{1, 2, 3\}$ ،  $B = \{4, 5\}$  نکته بالا را بررسی کنید

خواص توزیع پذیری یا پخششی

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

قوانین دمرگان:

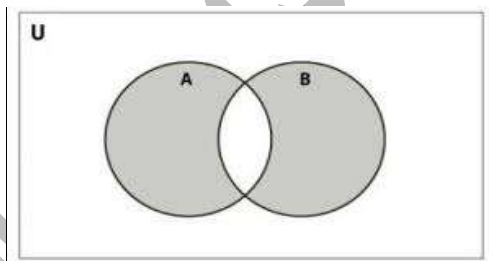
$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

سوال ۱۹ - درستی رابطه‌ی زیر را بررسی کنید:

$$(B \cup M')(B' \cup A)' = B$$

تفاضل متقارن دو مجموعه: تفاضل متقارن دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با نماد  $A \Delta B$  نمایش می‌دهیم و عبارت است از:



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

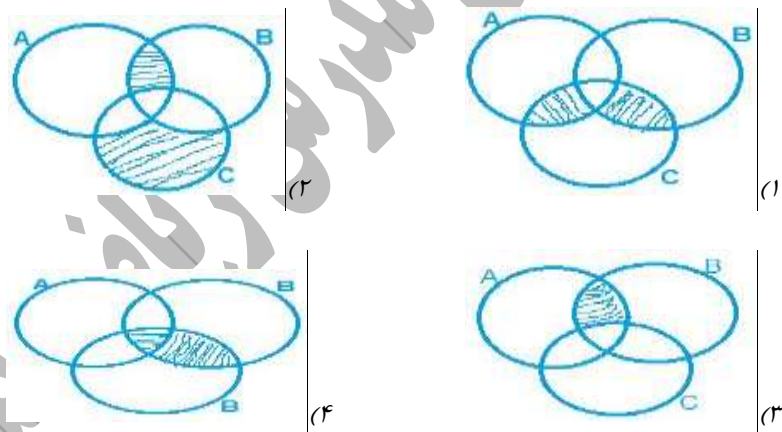
سوال ۲۰- عددی دو رقمی را انتخاب می‌کنیم احتمال آنکه عدد مورد نظر مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد چقدر است؟

پاسخ: مضرب ۲ باشد یعنی  $50 = \left[\frac{100}{2}\right]$  ولی چون خود ۱۰۰ نیست و همچنین اعداد ۲ و ۴ و ۶ و ۸ حذف می‌شود.

$45 = 50 - 5$  و چون نباید مضرب ۳ باشد پس مضارب ۶ را حساب می‌کنیم  $16 = \left[\frac{100}{6}\right]$  و چون دو رقمی‌ها را می‌خواهیم

$30 = 45 - 15$  بنابراین  $\frac{31}{90}$

سوال ۲۱- بخش هاشور خورده کدام یک از مواردی زیر نشان دهنده  $((A \cap B) \cup C) - ((A \cup B) \cap C)$  است؟



سوال ۲۲- اگر  $A \subseteq B, B \subseteq C$  باشد، حاصل  $[(B \cap A) - A] \cup (C - B)$  در حالت کلی کدام خواهد بود؟

C (۱)      B (۲)       $\phi$  (۳)      C-B (۴)

سوال ۲۳- می‌دانیم  $0 < c < a < b < d$  است مجموعه‌های  $D, E, F$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.  $K$  کدام باشد

تا مطمئن باشیم تهی تنها زیر مجموعه‌ی  $F$  است؟  $a, b, c$  و  $d$  همگی اعداد طبیعی‌اند؟ (قلمچی ۹۶/۷/۲۱)

a-1 (۱)      a (۲)      b (۳)      d (۴)

$$D = \{x \mid a \leq 2x \leq d, x \in \mathbb{N}\}$$

$$E = \{x \mid c \leq 2x \leq b, x \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{x \mid x \leq k, x \in D \cap E\}$$



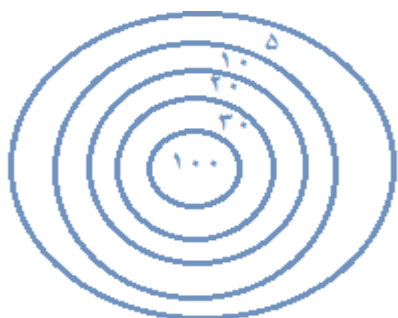
**سوال ۲۴-** مجموعه  $A$  مجموعه‌ی مضارب اول عدد ۳، مجموعه  $B$  مجموعه‌ی مضارب اول عدد ۵، مجموعه  $C$  مجموعه‌ی اعداد اول زوج، مجموعه‌ی  $D$  مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد طبیعی  $K$  است. کوچکترین  $K$  که به ازای آن‌ها  $(A \cup B \cup C) \subseteq D$  باشد، کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۷/۲۱)

۱۵(۱)      ۲۴(۲)      ۳۰(۳)      ۶۰(۴)

**سوال ۲۵-** عدد  $x$  در کدام یک از بازه‌های زیر باشد تا مجموعه‌های پنج عضو در اعداد طبیعی داشته باشد؟ به عبارت دیگر  $a$  و  $b$  باید کدام باشد؟ (قلمچی ۹۶/۲/۱۱)

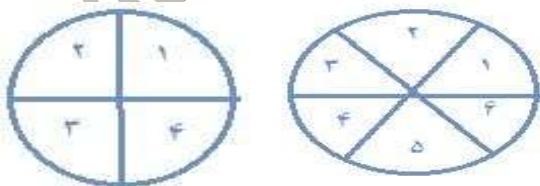
$0 \leq x \leq 4$  (۴)       $2 \leq x \leq 6$  (۳)       $1 \leq x \leq 5$  (۲)       $-2 \leq x \leq 2$  (۱)

**سوال ۲۶-** تیری را کاملاً اتفاقی به سمت هدف پرتاب می‌کنیم و مطمئنیم به هدف برخورد می‌کند. احتمال اینکه این پرتاب بیش از ۱۰ امتیاز برای پرتاب کننده داشته باشد کدام است؟ در هدف زیر شعاع کوچکترین دایره ۱۰ سانتی متر و شعاع سایر دایره‌ها که دور این دایره‌ی مرکزی قرار گرفته‌اند به ترتیب ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ و ۵۰ سانتی متر است. دایره‌ها هم مرکز هستند و امتیاز هر ناحیه روی آن نوشته شده است؟



$\frac{3}{5}$  (۴)       $\frac{4}{5}$  (۳)       $\frac{9}{25}$  (۲)       $\frac{16}{25}$  (۱)

**سوال ۲۷-** دو چرخنده‌ی زیر را در نظر بگیرید که هر یک از آنها به بخش‌های مساوی تقسیم شده‌اند هر دو را با سرعت می‌چرخانیم. احتمال کدام پیشامد زیر کمتر است؟ (قلمچی ۹۶/۸/۵)



(۱) هر دو چرخنده روی یک عدد بایستد

(۲) چرخنده سمت چپ روی عدد زوج و چرخنده سمت راست روی عدد فرد بایستد.

(۳) هر دو چرخنده روی اعداد مضرب ۳ بایستد.

(۴) هر دو چرخنده روی اعداد اول بایستد.

سوال ۲۸ - از بین اعداد دو رقمی فرد عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه عدد انتخاب شده مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۳ نباشد کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۸/۵)

$$\frac{1}{9} \text{ (د)} \quad \frac{7}{9} \text{ (ب)} \quad \frac{11}{45} \text{ (ز)} \quad \frac{2}{15} \text{ (ا)}$$

$$S = \{11, 12, \dots, 99\}$$

$$A = \{25, 35, 55, 65, 85, 95\}$$

سوال ۲۹ - دو رأس متمایز یک شش ضلعی را همزمان با هم بدون ترتیب و اتفاقی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این دو رأس مجاور یک دیگر باشند چقدر است؟

$$\frac{1}{30} \text{ (د)} \quad \frac{2}{5} \text{ (ب)} \quad \frac{21}{32} \text{ (ز)} \quad \frac{1}{3} \text{ (ا)}$$



$$S = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), \dots\}$$

سوال ۳۰ - در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۰ نفر به ریاضی، ۱۵ نفر به فیزیک علاقه‌مند می‌باشند. اگر ۷ نفر به هیچ یک از این دو کلاس علاقه نداشته باشند. چند نفر فقط به ریاضی علاقه دارند؟

$$\text{ریاضی: } A \longrightarrow n(A)=30$$

$$\text{فیزیک: } B \longrightarrow n(B)=15$$

$$N(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$23 = 20 + 15 - n(A \cap B) \longrightarrow n(A \cap B) = 35 - 23 = 12$$

سوال ۳۱ - در تساوی  $\{(x - y), (3x + 3y)\} = \{6\}$ ،  $x$  چقدر است؟

$$\text{الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۱ (د) ۳}$$

سوال ۳۲ - مجموعه  $\{x, x, \{x, x\}, \{\{\{x\}\}\}, x, x\}$  دارای چند عضو است؟

$$\text{الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴}$$

سوال ۳۳- مجموعه ی  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیر مجموعه دارد که شامل  $a$  و  $b$  و فاقد  $c$  باشد؟

الف) ۱    ب) ۲    ج) ۴    د) ۸

سوال ۳۴- چند مجموعه  $A$  می توان نوشت که رابطه ی  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\} \subseteq A \subseteq \{2, 4, 6, 8\}$  برای آن برقرار باشد؟

الف) ۱۸    ب) ۱۶    ج) ۶۴    د) ۸۱

سوال ۳۵- چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$  وجود دارد که عدد ۱۰ حتما عضو آن بوده و ۲ و ۳ عضو آن نباشد؟ (تیزهوشان)

ابتدا از مجموعه ی داده شده، سه عضو ۲ و ۳ و ۱۰ را کنار می گذاریم. اکنون ۱۲ عضو داریم. تعداد زیر مجموعه های ۲

$$\binom{12}{2} = \frac{12!}{10! \times 2!} = 66$$

عضوی آن برابر می شود با

حالا با قرار دادن عدد ۱۰ در هر یک از این مجموعه های ۶۶ زیر مجموعه ۳ عضوی با شرایط مسئله نوشتیم.

سوال ۳۶- چند زیر مجموعه از مجموعه ی  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  حداقل ۳ عضو دارند؟

تعداد کل زیر مجموعه ها  $\rightarrow 2^{10} = 1024$

تعداد مجموعه های هیچ عضوی  $\rightarrow 2^0 = 1$

$10 =$  تعداد مجموعه های یک عضوی  $\rightarrow 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$

تعداد مجموعه های دو عضوی  $\binom{10}{2} = \frac{10!}{8! \times 2!} = 45$

سوال ۳۷- اگر  $A$  مجموعه ای از اعداد باشد که معکوسشان با خودشان برابر و  $B$  مجموعه ای از اعداد باشد که معکوسشان با ربع آن اعداد برابر باشند. در این صورت مجموعه ای شامل تمام اعضای  $A$  و  $B$  چند زیر مجموعه دارد؟

پاسخ:

$$A = \left\{ x \mid \frac{1}{x} = x \right\} \rightarrow \frac{1}{x} = x \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow A = \{-1, +1\}$$

$$B = \left\{ x \mid \frac{1}{x} = \frac{1}{4}x \right\} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{4}x \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow B = \{-2, +2\}$$

سوال ۳۸- بناست در یک مسابقه‌ی فوتبال زنده ی ضربه پنالتی با پرتاب یک سکه از بین ابراهیم و داریوش انتخاب شود اگر احتمال گل شدن ظریه پنالتی با احتمال گل نشدن آن یکسان باشد. احتمال اینکه ابراهیم پنالتی را گل کند کدام است؟

$$\frac{1}{2} (1) \quad \frac{1}{4} (2) \quad \frac{2}{3} (3) \quad \frac{2}{5} (4)$$

سوال ۳۹- اگر از عضوهای مجموعه ای دو عضو کم شود از تعداد زیر مجموعه ها چند درصد کم می‌شود؟

$$\%75 (1) \quad \%50 (2) \quad \%20 (3) \quad \%10 (4)$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow P(A) = 16$$

$$B = \{1, 2\} \rightarrow P(B) = 4$$

$$\frac{4}{16} = \frac{25}{100} \rightarrow 100 - 25 = 75\%$$

سوال ۴۰- مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} - \{0\} \mid \frac{20}{1-x} \in \mathbb{Z}\}$  دارای چند زیر مجموعه ۱۵ عضوی است؟

$$2^{16} (1) \quad 2^{15} (2) \quad 16^3 (3) \quad 15^4 (4)$$

$$A = \left\{ \frac{40}{x} \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$40 = 2^3 \times 5 \rightarrow \text{تعداد شمارنده ها} = (3+1)(1+1) = 8$$

$$16 = \text{تعداد مقسوم علیه های صحیح} \rightarrow n(A) = 16 \quad \binom{16}{15} = \frac{16!}{1 \times 15!} = 16$$

سوال ۴۱- اگر  $2^{10}$  بزرگترین عنصر مجموعه  $A_{20}$  کدام است؟

$$220 (1) \quad 211 (2) \quad 210 (3) \quad 191 (4)$$

سوال ۴۲- از بین ۴ نفر چقدر احتمال دارد که حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده باشند؟

$$\text{انتخاب با ترتیب: از } n \text{ شی } r \text{ شی را انتخاب می‌کنیم} \quad \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: از یک کلاس ۳۰ نفری، ۳ نفر به ترتیب انتخاب می‌شوند تعداد حالت‌های ممکن را بدست آورید؟  $\frac{30!}{(30-3)!}$

**نکته:** اگر  $n$  شی غیر متمایز داشته باشیم. جایگشت غیر متمایز آن‌ها از فرمول زیر بدست می‌آید:  $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

**مثال:** اگر ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی، ۵ کتاب ادبیات را در یک قفسه مرتب کنیم این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

$$\frac{10!}{3! \times 2! \times 5!}$$

**انتخاب بدون ترتیب:**  $c(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

**سوال ۴۳-** معادله  $x - \{1, 2, 3\} = \emptyset$  چند جواب دارد؟

**پاسخ:**  $x$  باید زیرمجموعه ای از  $\{1, 2, 3\}$  باشد  $x = 2^3 = 8$

**سوال ۴۴-** تکه ای چوب از نقطه ای تصادفی می شکنیم و به دو تکه چوب تقسیم می کنیم. با این فرض که حتما یکی از دو طرف از دیگری بزرگتر است، احتمال اینکه تکه سمت راستی بزرگتر از تکه سمت چپی باشد کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۱۲/۱۴)

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{5}$$

**سوال ۴۵-** تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $t$  عضوی،  $2^t$  است. اگر تعداد زیر مجموعه های مجموعه

$$A = \{2, 5, \frac{4}{2}, 19, 7\}$$

برابر  $n$  باشد، حاصل عبارت رو به رو کدام است؟ (قلمچی ۹۶/۱۱/۲۰)

$$2^9 \quad 2^8 \quad 2^6 \quad 2^{10}$$

$$n + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^{n-8}$$

**سوال ۴۶-** احتمال آنکه فرزند اول و فرزند سوم خانواده ای که چهار فرزند دارند هم جنس باشند، چند برابر احتمال آن است که هر چهار فرزند هم جنس باشند؟ (دقت کنید منظور از جنس دختر یا پسر بودن فرزندان است و فرزندان دوقلو و سه قلو و چهار قلو نیستند!) (قلمچی ۹۶/۱۱/۲۰)

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}$$