فصل اول

مجموعه ها و احتمال

به دسته ای از اشیا کاملا مشخص مجموعه می گویند .

هر یک از اشیاء مربوط به مجموعه را عضو آن مجموعه می نامند

مجموعه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نمایش می دهیم و داخل علامت { آکولاد } قرار می دهیم.

مشخص بودن (بودن یا نبودن یک عضو در مجموعه حتمی باشد) و متمایز بودن (غیرتکراری بودن) شرط اصلی برای تعریف و صریح بودن یک مجموعه است .

برای مثال گروه ورزشکاران محبوب ایران،تیم های قدرتمند فوتبال ایران ، چهار دانشمند ایرانی ، سه عدد اول ، مجموعه نیستند !

زیرا اولی مشخص نیست که نام این ورزشکاران چیست و از نظر هر فردی این افراد متفاوت هستند دومی تیم های قدرتمند ممکن است تعدادشان و عضوهایش از نظر افراد مختلف متفاوت باشد وسومی :

چهارمی :

سوال : کدام توصف زیر تعریف یک مجموعه می باشد ؟

۱) سه مضرب متوالی عدد ۳

۲) سه عدد فرد متوالی

۳) زیباترین شهرهای ایران

۴) اعداد اول دو رقمی

پاسخ : گزینه ۴

توضیح : معین و یکتا بودن فقط در گزینه چهار وجود دارد .

مثال ۱) مجموعه مقسوم علیه های عدد ۱۲ را با مجموعه $A = \{۱,۲,۳,۴,۶,۱۲\}$ نمایش می دهیم در این صورت

$۱\in A$, $۲\in A$, و $۲۴ \notin A$, $۵ \notin A$ و $n(A)$=۶ .

توجه : نماد $\in$ به معنای عضو بودن می باشد (*ELEMENT* به معنای عنصر و عضو می باشد) و نماد $\notin$ به معنای ....

n(A) : ....

نکته ۱ : تعداد مقسوم علیه های طبیعی یک عدد را به روش زیر محاسبه می کنیم :

گام اول : تجزیه به عامل های اول با توان طبیعی

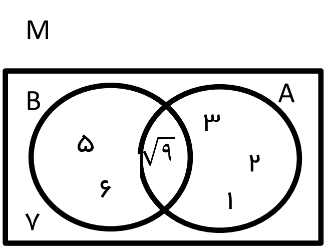
گام دوم : حاصل ضرب یکی بیشتر توان ها

سوال : تعداد مقسوم علیه های صحیح عدد ۱۳۹۵ را بدست آورید .

گام اول : $۱۳۹۵ = ۳^{۲} \times ۵^{۱} \times ۳۱^{۱}$ گام دوم : $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳ = (۱+۱)(۱+۱)(۲+۱)$

پس ۱۲ مقسوم علیه طبیعی دارد پس قرینه همین اعداد را هم در اعداد منفی داریم پس در مجموع $۲۴ = ۲ \times ۱۲$ مقسوم علیه صحیح دارد .

سوال : تعداد عضوهای مجموعه های زیر را مشخص کنید



الف : *n(A)*=۳

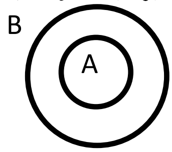
توجه تکرار عضو در مجموعه بی معنی است .

به کمک منحنی ها یا خط های شکسته می توانیم یک مجموعه را با عناصرش مشخص کنیم که به این شکل نمایش نمودار ون (*Venn diagram*) می گویند .

در مجموعه بالا اعضای مجموعه های A و B را مشخص می کنیم .

در مجموعه A عضوهایی را که اول هستند در مجموعه جدیدی به نام C بصورت $C = \{۲,۳\}$ می نویسیم به این مجموعه جدید که عضوهایش همگی از مجموعه A انتخاب شد یک زیرمجموعه A می گوییم .

<u>تعریف زیر مجموعه</u> : مجموعه ی A را زیرمجموعه ی B می نامیم اگر تمام عضوهای A در B نیز دیده شود و بصورت ریاضی به شکل $A \subseteq B$ نمایش می دهیم .



<u>معرفی نماد زیر مجموعه</u> : زیر مجموعه را با نماد $\subseteq$ نمایش می دهیم بنابراین در نمودار ون بالا داریم $A \subseteq c$.

خواص زیرمجموعه ها : هر مجموعه زیر مجموعه خودش است زیرا عناصر هر مجموعه در خودش می باشند .

در صورتی که بتوانیم عضوی پیدا کنیم که در مجموعه دیگر نباشد می توانیم بگوییم زیرمجموعه آن مجموعه نیست

در نمودار ون بالا مجموعه ی تک عضوی $\{۷\}$ زیرمجموعه ی A و B نیست .

سوال : در مجموعه اعداد طبیعی برای اعداد تک رقمی یک زیر مجموعه بنویسید ؟

سوال : کدام یک از مجموعه های زیر زیرمجموعه دیگری می باشد ؟

$$A = \{x|x < -۵\} , B = \{x|x < -۷\}$$

نکته : اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد ، آنگاه $A = B$ می باشد .

اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ در این صورت $A \subseteq C$ می باشد (خاصیت تعدی)

نکته تکمیلی : برای محاسبه تعداد زیرمجموعه های یک عضوی ، دو عضوی ، سه عضوی و...n عضوی از مفهوم فاکتوریل می توانیم استفاده کنیم یا از نتیجه بحث زیر به عنوان <u>فرمول</u> استفاده کنیم .

معرفی فاکتوریل : حاصل ضرب اعداد طبیعی در اعداد ماقبل عدد را فاکتوریل آن می گویند و با نماد ! نمایش می دهند مثال :

$$۴! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$$

برای محاسبه زیرمجموعه های تک عضوی یک مجموعه n عضوی داریم: n زیرمجموعه

تعداد زیرمجموعه های دو عضوی (هر بار انتخاب دو عضو از بین n عضو)

$$\binom{n}{۲} = \frac{n!}{(n-۲)! \times ۲!} = \qquad = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

تعداد زیرمجموعه های سه عضوی :

$$\binom{n}{۳} = \frac{n!}{(n-۳)! \times ۳!} = \qquad = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

بنابراین از سه فرمول بالا استفاده می کنیم

سوال :همه ی زیر مجموعه های مجموعه ی $D = \{۱,۲,۳\}$ را بنویسید .

$\{۳\}$و$\{۲\}$و$\{۱\}$زیرمجموعه های تک عضوی از فرمول بالا :

زیرمجموعه های دو عضوی $\{۲,۳\}$,$\{۱,۳\}$, $\{۱,۲\}$ همچنین از فرمول بالا:

خود مجموعه $\{۱,۲,۳\}$ و تهی $\emptyset$

تعداد این زیرمجموعه ها برابر ۸ تا است چون هر عضو هر بار می تواند در زیرمجموعه موردنظر باشد یا نباشد داریم

$۸ = ۲^۳ = ۲ \times ۲ \times ۲$ یعنی برای بودن یا نبودن هر عضو ۲ حالت و به طور کلی اگر مجموعه ای n عضو داشته باشد داریم :

تعداد زیرمجموعه ها $= ۲^n$

سوال :تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ی m عضوی ،چند برابر تعداد زیرمجموعه های

یک مجموعه $(m-k)$ عضوی است ؟

سوال : مجموعه ی $A = \{۱,۲,۳,۴\}$ چند زیرمجموعه یک عضوی و دو عضوی دارد ؟

سوال : مجموعه ای دارای ۷ زیرمجموعه ی یک عضوی است . این مجموعه چند زیرمجموعه ی سه عضوی دارد ؟

سوال : تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ی k+۴ عضوی ۱۲۰ واحد از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ی k عضوی بیشتر است ، k کدام است ؟

۱) ۲   ۲) ۳   ۳) ۴   ۴) ۵

سوال : تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ۲n-۵ عضوی شانزده برابر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ی n-۲ عضوی است . مقدار n چقدر است ؟

سوال : تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی n+۶ عضوی از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه ی n+۲ عضوی ۱۹۲۰ واحد بیشتر است . مقدار n را بدست آورید ؟

زیرمجموعه های دلخواه شامل و یا فاقد اعضای مشخص : در صورتی که زیرمجموعه هایی را بخواهیم که فاقد یا شامل عضوی خاص از یک مجموعه باشند ابتدا آن را که تکلیفش مشخص شده از مجموعه بر می داریم سپس برای هر عضو باقیمانده دو حالت داریم .

مثال : اگر مجموعه ی $A = \{۱,۲,۳,۴\}$ باشد در این صورت :

الف : مجموعه بالا چند زیرمجموعه دارد که شامل ۱و۲ باشد ؟

ب : چند زیرمجموعه داریم که فاقد ۴ باشد ؟

پاسخ: ابتدا اعضای خاص ۱ و۲ که در زیرمجموعه ها هستند را بر می داریم حالا برای بودن یا نبودن اعضای ۳و۴ در کل $۲^۲$ حالت داریم برای قسمت ب نیز ابتدا ۴ را حذف می کنیم سپس برای بودن یا نبودن ۳ عضو دیگر $۲^۳$ حالت داریم یعنی ۸ زیرمجموعه داریم که فاقد ۴ هستند

زیر مجموعه های محض یک مجموعه : تمام زیرمجموعه ها بجز خود مجموعه را زیر مجموعه های محض آن می نامند .بنابراین تعداد آنها عبارت است $۲^n - ۱$.

توجه : مجموعه توان یک مجموعه : مجموعه تمام زیرمجموعه های یک مجموعه را مجموعه توانی آن می نامیم و برای مجموعه ای مانند A با نماد $p(A)$ نمایش می دهیم .

مثال : اگر $A = \{۱,۲,۳\}$ باشد در این صورت $n(A) = ۳$ و $P(A) = ۲^۳ = ۸$

در مثال بالا حاصل $P(P(A))$ برابر است با ....

سوال : $n(p(p(\emptyset)))$ را بدست آورید ؟

سوال : اختلاف تعداد اعضای دو مجموعه ۴ و اختلاف تعداد زیرمجموعه های آنها ۱۲۰ می باشد . تفاضل تعداد اعضای دو مجموعه کدام است ؟

پاسخ : اگر اعضای مجموعه اول را a عضو در نظر بگیریم مجموعه دوم $a+۴$ عضو خواهد داشت بنابراین ....

سوال : سه مجموعه ی $n+۳$ عضوی و $n+۱$ عضوی و $n-۲$ عضوی روی هم ۱۶۴ زیر مجموعه دارند . مقدار n چه قدر است ؟

توجه :رابطه ی بین مجموعه های مرجع اعداد طبیعی ، حسابی ، صحیح ، گویا و اعداد حقیقی (اعداد گویا و گنگ) را به کمک نماد زیرمجموعه ها بنویسید .

توجه: تهی زیر مجموعه ی همه مجموعه ها است .

مجموعه تهی (*Vacuous set*)

مجموعه ای که هیچ عضوی نداشته باشد را تهی می نامیم و با نماد $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می دهیم .

مثال : مجموعه اعداد صحیح بین ۲و۳ یا مضارب ۲۰ کوچکتر از ۱۰

نکته ۱ : مجموعه ی $\{\emptyset\}$ مجموعه ی تهی نیست و دارای یک عضو می باشد

مثال :**الف**) در مجموعه ی $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{۱\}\}$ داریم :

۱) $\{\emptyset\} \in A$

۲) $\emptyset \in A$

۳) این مجموعه ۳ عضو دارد .

۴) $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$, $\{\emptyset\} \subseteq A$ و $\{۱\} \subseteq A$ و $\{۱, \{۱\}\} \subseteq A$

ولی نمی توانیم بگوییم $\{۱\} \subseteq A$ در ضمن داریم $\{۱\} \in A$ و درست است بگوییم $\{\{۱\}\} \subseteq A$

بد نیست بدانیم $\{\{\emptyset\}\}$ یک .... از مجموعه A است .

ب) $C = \{x \in N | -۲ < x \le ۳\}$ این مجموعه نیز $n(C)=۳$.

پ) مجموعه اعداد طبیعی که باقیمانده ی آنها بر عدد چهار برابر ۱ است را به شکل یک مجموعه معرفی کنید ؟

پاسخ : $\{۴k + ۱ | k \in w\}$ یعنی مجموعه اعداد حاصل عبارت هستند از $\{۱,۵,۱۳, \dots\}$ که مجموعه ای نامتناهی است .

ت) مجموعه مقسوم علیه های عدد ۲۰ را با علائم ریاضی مشخص کنید .

پاسخ: اعداد حاصل عبارتند از $\{۱,۲,۴,۵,۱۰,۲۰\}$ که با علائم ریاضی می توان بصورت $\left\{x \middle| x \in N , \frac{۲۰}{x} \in N\right\}$

ث) مجموعه ی $\{۱,۲,۴,۸, \dots\}$ را با نمایش علائم ریاضی بنویسید .

پاسخ :...

در مثال های بالا مجموعه ها را با علائم ریاضی نمایش دادیم (شکل توصیفی)

سوال)هر یک از مجموعه های زیر را با عضوهایش مشخص کنید .

۱) $D = \{۵n - ۱ | n \in N\}$

۲) $W = \{K - ۱ | K \in N\}$

۳) $E = \left\{x \middle| x \in N, \frac{۱۲}{x} \in Z\right\}$

۴) $F = \left\{x \middle| x \in N, \frac{۱۳۹۶}{x} \in N\right\}$

در مجموعه F عدد اصلی (تعداد اعضا) را مشخص کنید ؟

۵) $G = \{x^۲ < ۲۰ | x \in N\}$

۶) $H = \{۲^x | x \in N\}$

۷) $J = \left\{\sqrt{x^۲} \middle| x \in Z, -۳ \leq x \leq ۲\right\}$

سوال) هر یک از مجموعه های زیر را با علائم ریاضی مشخص کنید .

۱) $A = \{۳,۷,۱۱,۱۵, \dots\}$

پاسخ : نظم مربوط به اعداد نشان می دهد که هر عدد با عدد قبلی چهار واحد فاصله دارد پس می توانیم از مضارب ۴ به شکل $۴K$ استفاده کنیم در ضمن اولین عدد با قرار دادن $K=۱$ بدست می آید ۴ که یک واحد با ۳ فاصله دارد پس $۴K-۱$ جمله اول را نتیجه می دهد

$$A = \{۴k - ۱ | k \in N\}$$

توجه به مجموعه هایی که بتوان آنها را با شمردن به پایان رساند متناهی هستند در غیر این صورت نامتناهی می باشند مثال بالا مجموعه ای .... می باشد .

نکته : یک سری از اعداد که دارای نظم مشخصی باشند و به دنبال هم ظاهر شوند دنباله گفته می شود دو مورد از دنباله های معروف دنباله های حسابی و هندسی هستند

{۳,۷,۱۱,۱۵, ... } یک دنباله حسابی می باشد اولا اعداد آن با نظم مشخص با هم ۴ واحد اختلاف دارند

ثانیا می توانیم با داشتن جملات قبلی هر جمله دیگر آن را حدس بزنیم . به عدد ۴ قدرنسبت می گوییم در این دنباله جمله اول نیز اهمیت دارد

طریقه بدست آوردن فرمول کلی یک دنباله حسابی

گام اول : مشخص کردن جمله اول و قدرنسبت

گام دوم : استفاده از فرمول طلایی زیر :

جمله اول + (یک واحد کمتر از شماره جمله موردنظر)× قدر نسبت

در مثال بالا داریم :

....

سوال : پنجاهمین عدد در دنباله بالا چند است ؟

۲) $B = \left\{\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۸}, \dots, \frac{۱}{۱۲۸}\right\}$

۳) $C = \left\{۱, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \dots\right\}$

پاسخ : در مورد اولی هر جمله با جمله قبلی به اندازه حاصل ضرب $\frac{۱}{۲}$ تفاوت دارد پس از آنجایی که همه توانهایی از $\frac{۱}{۲}$ می باشند از آن استفاده می کنیم یعنی

$B = \left\{ (\frac{۱}{۲})^n \middle| n \in N, n \leq ۷ \right\}$

نکته : دنباله مربوط به اعداد بالا یک دنباله هندسی می باشد که در آن اولین عدد جمله ی اول و حاصل تقسیم هر دو جمله متوالی را قدرنسبت می نامیم و فرمول کلی (جمله عمومی) این دنباله از دو گام زیر بدست می آید .

گام اول : مشخص کردن جمله اول و قدرنسبت

گام دوم : استفاده از فرمول طلایی

جمله اول × قدرنسبت^یک واحد کمتر از جمله موردنظر^

در مثال بالا داریم :

....

در مورد مثال ۳ مجموعه موردنظر عبارت است از : $۱ \times (\frac{۱}{۲})^{n-۱}$

و چون مجموعه نامتناهی است داریم $C = \left\{ (\frac{۱}{۲})^{n-۱} \middle| n \in N \right\}$

سوال : عضو دهم از مجموعه بالا به شرط با ترتیب نوشتن مجموعه چند است ؟

۴) $D = \{۹,۹۹,۹۹۹,۹۹۹۹, \dots\}$

۵) $F = \{۷,۷۷,۷۷۷,۷۷۷۷, \dots\}$

پاسخ : همه عضوهای مجموعه D یک واحد از توان ۱۰ بعدی خود کمتر است بنابراین از $۱۰^n - ۱$ استفاده کنیم.

.... در مورد دومی بهتر است عبارت جبری قبل را در $\frac{۷}{۹}$ ضرب کنیم ؟ چرا ؟

سوال تکمیلی در دنباله مربوط به ۳,۷,۱۱, ... ,۳۹ مجموع جمله ها چند است ؟

پاسخ : می توانیم از فرمول زیر که مجموع دنباله های حسابی را نتیجه می دهد استفاده کنیم :

گام اول : محاسبه تعداد جملات به کمک :

$$\text{تعداد جملات} = 1 + \frac{\text{جمله آخر} - \text{جمله اول}}{\text{گام}}$$

گام دوم : استفاده از فرمول :

$$\text{تعداد جملات} \times \frac{\text{آخرین عدد} + \text{اولین عدد}}{۲}$$

بنابراین داریم :

گام اول :

$$\frac{۳۹-۳}{۴} + ۱ = \frac{۳۶}{۴} + ۱ = ۹ + ۱ = ۱۰$$

گام دوم :

$$\frac{۳+۳۹}{۲} \times ۱۰ = ۲۱۰$$

تمرین : مجموع هر یک از دنباله های زیر را بدست آورید ؟

الف) $\{۵,۷,۹,۱۱, \dots ,۴۵\}$

*ب) $\left\{۱, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \dots\right\} + \{۱,۲,۳, \dots ,\}$

دو مجموعه مساوی : دو مجموعه را مساوی نامیم در صورتی که تعداد اعضا برابر و عضوها نظیر به نظیر با هم برابر باشند .

مثال : دو مجموعه ی $A = \{۵, x - y\}$ و $B = \{۱۱, x + y\}$ با هم برابر می باشند در این صورت حاصل $x.y$ را بدست آورید .

اعمال روی مجموعه ها :

در مجموعه ها می توانیم اعمالی مانند متمم یک مجموعه ، اشتراک دو یا چند مجموعه ، اجتماع دو مجموعه ، تفاضل دو مجموعه و تفاضل متقارن در مجموعه ها را تعریف کنیم .

۱) **متمم یک مجموعه** : در صورتی که مجموعه ای مانند M داشته باشیم که شامل A باشد ، متمم A را با نماد $\acute{A}$ نشان می دهیم و می خوانیم (آ –پریم) (A -Complement) و اعضای آن عبارت است از عناصری که در A نباشد ولی در M باشد .

مثال : اگر $M = \{۱,۲,۳, \ldots ,۱۰\}$ و مجموعه A زیر مجموعه اعداد اول در M باشند در این صورت $\acute{A} = \{۱,۴,۶,۸,۹,۱۰\}$ یعنی اعداد مرکب و یک .

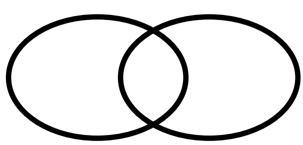
خواص : الف –اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ در این صورت $\acute{B} \subseteq \acute{A}$

ب –متمم متمم یک مجموعه ....

پ– متمم تهی برابر با ....

۲ – **اجتماع دو مجموعه** :

اجتماع دو مجموعه A و B را با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم و اجتماع آنها مجموعه ای است که اعضای آن متعلق به A و یا متعلق به B باشند .



مثال : در صورتی که $A = \{۲x | x \in N, x \leq ۸\}$ و $B = \{۴x | x \in N , x \leq ۳\}$ مجموعه $A \cup B$ را مشخص می کنیم .

خواص :

الف) هر مجموعه زیر مجموعه ی اجتماع خود می باشد یعنی $A \subseteq A \cup B$

ب) اگر $A \subseteq B$ در این صورت $A \cup B \subseteq$

با یک مثال خاصیت ب را ثابت کنید ؟

پ) اجتماع هر مجموعه با خودش برابر ....یعنی $A \cup A =$

ت) اجتماع هر مجموعه با متمم خودش برابر .... یعنی $\acute{A} \cup \acute{A} =$

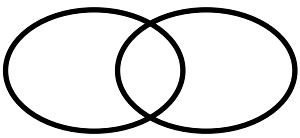
با یک مثال خاصیت ت را بررسی کنید .

سوال : طرف دیگر تساوی های زیر را کامل کنید

$(A \cap \emptyset) \cup (A \cup \acute{M}) =$

$(\emptyset' \cap B) \cup B' =$

۳) **اشتراک دو مجموعه** : اشتراک دو مجموعه A و B را با نماد $A \cap B$ نمایش می دهیم و آن مجموعه ای است که اعضای آن هم در A و هم در B وجود داشته باشد .



مثال : در صورتی که $A = \{۲x | x \in N, x \leq ۸\}$ و $B = \{۴x | x \in N , x \leq ۳\}$ مجموعه $A \cap B$ را مشخص می کنیم .

سوال : در صورتی که $A = \{a, m, i, n\}$ و $B = \{b, a, h, o, n, a, r\}$ باشد $A \cap B$ را بنویسید .

خواص :

الف) اشتراک هر دو مجموعه زیر مجموعه ی هر کدام از آنها است یعنی $A \cap B \subseteq$ و $A \cap B \subseteq$

ب) اگر $A \subseteq B$ و $A \cap B \subseteq$. با شکل کامل کنید .

پ) اشتراک هر مجموعه با خودش ....

ت) اشتراک یک مجموعه با تهی و اشتراک هر مجموعه با متمم آن را با روابط ریاضی بررسی کنید .

دو مجموعه جدا از هم : دو مجموعه را که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند را جدا از هم می نامند یعنی اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند در این صورت $A \cap B = \emptyset$

سوال : اگر $M = \{۱,۲,۳,۴,۵\}$ باشد و $A = \{۱,۲,۳\}$ و $B = \{۴,۵\}$ باشند بررسی کنید آیا متمم هایشان هم جدا از هم است ؟

سوال : اگر $A \cup B = \{a, s, d, f, g\}$ و $A \cap B = \{s, f\}$ باشد به کمک نمودار ون A و B را با اعضا مشخص کنید .

خاصیت های زیر را به عنوان خواص پخشی داریم :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) =$$

خاصیت های زیر را به عنوان قوانین دمورگان بررسی می کنیم .

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

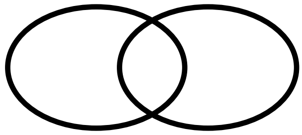
$$(A \cap B)' =$$

با نمودار ون بررسی کنید

سوال : درستی رابطه زیر را بررسی کنید .

$$(B \cup M') \cup (B' \cup A)' = B$$

۴) **تفاضل دو مجموعه** : تفاضل مجموعه A و B را با نماد A-B نشان می دهیم و آن مجموعه ای است که اعضای آن در A باشد ولی در B نباشد .



مثال : در صورتی که $A = \{a, m, i, n\}$ و $B = \{b, a, h, o, n, a, r\}$ باشد $A - B$ و $B - A$ را بنویسید .

سوال : آیا $A - B = B - A$ می باشد ؟

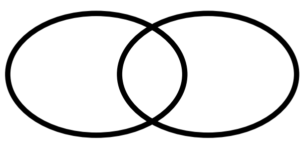
سوال : با یک مثال بررسی کنید آیا $A - B \subseteq A$

سوال : اگر $A \subseteq B$ در این صورت مجموعه $A - B$ چگونه است ؟

سوال: تفاضل مجموعه های مرجع مانند اعداد طبیعی و....را بررسی کنید .

سوال : نشان دهید $A - B = A \cap B'$ (نمودار ون)

۵) **تفاضل متقارن دو مجموعه** A و B را با نماد $A \vartriangle B$ نمایش می دهیم و عبارت است از :



$$A \vartriangle B = (A - B) \cup (B - A)$$

آیا می توان گفت

$$A \vartriangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

مجموعه ها و احتمال :

پشت یا رو ، گل یا پوچ ، آمدن شش در تاس و ... راکه نتیجه آنها قابل پیش بینی نیست یک پدیده تصادفی می گوییم

به مجموعه ای که در آن سکه پشت یا رو بیاید ، تمام حالت های موجود در پرتاب یک تاس و... را که تمام نتایج ممکن را مشخص می کند فضای نمونه می گویند و با S نمایش می دهیم .

حالت مطلوب (موردنظر) ما پیشامد است .

احتمال عبارت است از نسبت اندازه حالت مطلوب به اندازه فضای نمونه.

یادمان باشد احتمال همیشه صفر تا یک است چرا ؟

سوال : فضای نمونه درهر یک از عبارت های زیر را بنویسید .

الف) پرتاب یک سکه

ب) پرتاب یک تاس

پ) پرتاب دو سکه

ت) پرتاب یک سکه و یک تاس

نکته : فضای نمونه پرتاب n تاس عبارت است از .... و فضای نمونه پرتاب m سکه ....

سوال : احتمال را در هر یک از عبارت های زیر بررسی کنید

الف) در پرتاب یک سکه رو بیاید .

ب) در پرتاب دو سکه فقط رو بیاید .

پ)در پرتاب یک سکه و تاس ، سکه رو و تاس عدد اول باشد .

سوال : دو تاس قرمز و زرد داریم ،احتمال اینکه در پرتاب این دو تاس قرمز زوج و زرد فرد بیاید چقدر است ؟

سوال : دو تاس همزمان پرتاب می شوند احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده ۷ شود چقدر است ؟

سوال : عددی بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ انتخاب می کنیم احتمال آنکه عدد موردنظر مضرب ۳ نباشد چقدر است ؟

سوال : عددی دو رقمی را انتخاب می کنیم احتمال آنکه عدد موردنظر مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد چقدر است ؟

پاسخ : مضرب ۲ باشد یعنی $۵۰ = \left[\frac{۱۰۰}{۲}\right]$ که چون دو رقمی است باید اعداد ۲ و۴و۶و۸ را حذف کنیم یعنی ۴۶ عدد و چون نباید مضرب ۳ باشد پس مضارب ۶ را حساب می کنیم $۱۶ = \left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]$ که چون دو رقمی ها را می خواهیم ۱۵ تا پس $۴۶ - ۱۵ = ۳۱$
بنابراین $\frac{۳۱}{۹۰}$

فصل دوم