

به نام خداوند بخشنده مهربان

نکاتی در مورد :

« ریاضیات راهنمایی »

مکمل

فرمول های ریاضی

گردآوری ، تهیه و تنظیم :

منصور رسولی

نکات :

عمومی :

۱

قواعد بخش پذیری :

بخش پذیری بر ۴ : (یکان + دو برابر دهگان) بر ۴ بخش پذیر باشد . مثال : $124 \leftarrow (4 + 2 \times 2 = 8)$
 بخش پذیری بر ۷ : (اختلاف دو برابر یکان با بقیه ارقام) بر ۷ بخش پذیر باشد . مثال : $91 \leftarrow (9 - (2 \times 1) = 7)$
 بخش پذیری بر ۸ : (یکان + دو برابر دهگان + چهار برابر صدگان) بر ۸ بخش پذیر باشد . مثال : $1224 \leftarrow (4 + 2 \times 2 + 4 \times 2 = 16)$
 بخش پذیری بر ۱۱ : قاعده اول : (اختلاف یکان با بقیه ارقام) بر ۱۱ بخش پذیر باشد . مثال : $143 \leftarrow (14 - 3 = 11)$
 قاعده دوم : ارقام را یک در میان با هم جمع میکنیم و از هم کم میکنیم ، حاصل بر ۱۱ بخش پذیر باشد .
 مثال : $5346 \leftarrow ((5+4) - (6+3) = 0)$
 بخش پذیری بر ۱۲ : عددی که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد . مثال : ۱۵۶
 بخش پذیری بر ۱۳ : (چهار برابر یکان + بقیه ارقام) بر ۱۳ بخش پذیر باشد . مثال : ۳۵۱
 بخش پذیری بر ۱۴ : عددی که هم بر ۲ و هم بر ۷ بخش پذیر باشد .
 بخش پذیری بر ۱۷ : (اختلاف ۵ برابر یکان از بقیه ارقام) بر ۱۷ بخش پذیر باشد .
 بخش پذیری بر ۱۹ : (دو برابر یکان + بقیه ارقام) بر ۱۹ بخش پذیر باشد .
 بخش پذیری بر ۲۳ : (هفت برابر یکان + بقیه ارقام) بر ۲۳ بخش پذیر باشد .

۲

تعداد اعداد n رقمی :

بزرگترین عدد (n-1) رقمی - بزرگترین عدد n رقمی

مثال : تعداد اعداد ۵ رقمی را پیدا کنید . $99999 - 9999 = 90000$

۳

تعداد اعداد متوالی :

$1 + (\text{کوچکترین عدد} - \text{بزرگترین عدد})$

مثال : تعداد اعداد متوالی از ۳۰۴ تا ۴۵۶ چند است ؟

$$153 = (456 - 304) + 1 = \text{تعداد}$$

مجموع اعداد متوالی :

$$\frac{\text{تعداد اعداد} \times (\text{آخرین عدد} + \text{اولین عدد})}{2}$$

مثال : مجموع اعداد از ۱ تا ۲۰ را حساب کنید .

$$\frac{(1+20) \times 20}{2} = 210$$

تعداد اعداد زوج متوالی :

$$\frac{k+1 \text{ کوچکترین عدد زوج} - \text{بزرگترین عدد زوج}}{2}$$

فرمول مجموع اعداد زوج متوالی مانند فرمول مجموع اعداد متوالی است با این تفاوت که به هر کلمه یک کلمه زوج اضافه میشود . (در مورد اعداد فرد نیز مشابه می باشد)

۴ برای پیدا کردن مجموع اعداد متوالی از فرمول های زیر نیز میتوان استفاده کرد :

مجموع اعداد طبیعی :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

مجموع اعداد زوج طبیعی متوالی :

مجموع اعداد فرد طبیعی متوالی :

۵

$$a \times (a - b)$$

مجموع رقم های عدد $10^a - 10^b$ (با شرط $a > b$) برابر است با :

۶

هرگاه مجموع دو عدد اول ، عددی فرد باشد ، یکی از آن دو حتماً عدد ۲ است .
مثال : مجموع دو عدد اول ۹۹ می باشد آنها را پیدا کنید .

$$99 - 2 = 97 \Rightarrow 2, 97$$

۷

تعداد مقسوم علیه های یک عدد :

هرگاه تجزیه شده عدد A بصورت $A = a^x \times b^y \times c^z \times \dots$ باشد . (a , b , c مقسوم علیه های اول عدد A هستند)
تعداد مقسوم علیه های عدد A (همان n) از فرمول زیر بدست می آید :

$$n = (x+1) \times (y+1) \times (z+1) \times \dots$$

مثال : عدد ۱۰۰ دارای چند مقسوم علیه است ؟

$$100 = 2^2 \times 5^2 \Rightarrow n = (2+1) \times (2+1) = 3 \times 3 = 9$$

۸

برای محاسبه ب.م.م و ک.م.م دو عدد A , B که به عوامل اول تجزیه شده اند از فرمول های زیر استفاده می کنیم :

ب.م.م = حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان .

ک.م.م = حاصل ضرب عوامل مشترک با بیشترین توان \times عوامل غیر مشترک با توان خود .

مثال : ب.م.م و ک.م.م دو عدد ۷۵ و ۱۰۵ را بدست آورید .

$$105 = 3 \times 5 \times 7 , 75 = 3 \times 5^2 \Rightarrow \text{ب.م.م} = 3 \times 5 = 15 \text{ و } \text{ک.م.م} = 3 \times 5^2 \times 7 = 525$$

T : ب.م.م دو عدد $3^2 \times 3^3 \times 5$, $3^2 \times 5^3 \times 7$ برابر است با :

۱۴ (د)

۴۵ (ج)

۱۵^۴ (ب)

۱۳۵ (الف)

$$\text{جواب : } \text{ب.م.م} = 3^2 \times 5 = 45$$

۹

توضیحاتی در مورد **یکان اعداد تواندار** بعد از به توان رسیدن :

(الف) اعدادی که رقم یکان آنها یکی از اعداد ۰ ، ۱ ، ۵ یا ۶ باشد ، به هر توانی طبیعی که برسند یکان آنها تغییری نمی کند .

(ب) اعدادی که رقم یکان آنها ۴ باشد اگر به توان زوج برسند رقم یکان آنها ۶ خواهد شد و اگر به توان فرد برسند یکان ۴ خواهد شد .

(ج) اعدادی که رقم یکان آنها ۹ باشد اگر به توان زوج برسند یکان آنها ۱ و اگر به توان فرد برسند یکان ۹ خواهد شد .

(د) اعدادی که رقم یکان آنها ۲ یا ۳ یا ۷ یا ۸ باشد ، هر کدام از الگوهای زیر پیروی می کنند : (یکان دوره گردش دارد)

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7^1 &= 7 \\ 7^2 &= 49 \\ 7^3 &= 343 \\ 7^4 &= 2401 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8^1 &= 8 \\ 8^2 &= 64 \\ 8^3 &= 512 \\ 8^4 &= 4096 \end{aligned}$$

در هر یک از حالت های بالا اگر اضافه شدن توان ها را ادامه دهیم ، رقم های یکان تکرار خواهد شد . مثلاً برای عدد ۲ اگر به توان ۵ و ۶ و ۷ و ۸ برسانیم باز رقم های یکان بترتیب ۲ و ۴ و ۸ و ۶ تکرار خواهند شد . (یعنی دوره تناوب برای هر مورد ۴ می باشد .)

مثال : یکان عدد 3^{301} چند می باشد ؟

عدد 301 را بر ۴ تقسیم میکنیم ، باقیمانده عدد ۱ است و لذا جواب ، رقم یکان عدد 3^1 یعنی عدد ۳ می باشد .
اگر باقیمانده تقسیم بر ۴ ، صفر باشد رقم یکان را همان رقم یکان عدد X^4 در نظر می گیریم .

باقیمانده تقسیم یک عدد بر ۱۰ رقم یکان آن عدد و باقیمانده تقسیم بر ۱۰۰ دو رقم سمت راست و باقیمانده تقسیم بر ۱۰۰۰ سه رقم سمت راست است و ...

مثال : باقیمانده تقسیم عدد 3^{28} بر ۵ کدام است ؟

الف (۴) ب (۳) ج (۲) د (۱)

جواب : ابتدا رقم یکان عدد را حساب می کنیم . (یکان رقم ۱ می شود) اگر رقم یکان کمتر از ۵ بود همان باقیمانده بر ۵ هم میشود و اگر بیشتر از ۵ بود آنرا منهای ۵ می کنیم تا باقیمانده بر ۵ بدست آید . پس جواب صحیح (د) میشود .

۱۰ از توان ۳ به بعد اگر ۵ را به توان فرد برسانیم سه رقم سمت راست ۱۲۵ و اگر به توان زوج برسانیم سه رقم سمت راست ۶۲۵ می باشد .

مثال : $5^5 = 3125$, $5^6 = 15625$

۱۱ برای پیدا کردن **تعداد صفر های سمت راست یک عدد تواندار** باید آن را تجزیه کرده و توان های اعداد ۲ و ۵ را پیدا کنیم هر کدام که کمتر بود همان توان ، تعداد صفر های سمت راست عدد می باشد .

مثال : تعداد صفر های سمت راست عدد $5^8 \times 10^3 \times 4 \times 6^2 \times 3^3$ را حساب کنید .

جواب : این عدد بعد از تجزیه بصورت $5^{11} \times 3^2 \times 2^{10}$ تبدیل می شود و لذا تعداد صفر های سمت راست ، همان توان عدد ۲ یعنی ۱۰ تا می باشد .

۱۲ **میانگین** هر سری اعداد متوالی منظم برابر است با میانگین عدد اول و آخر .

$$M = \frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2}$$

۱۳ **تعداد** هر سری اعداد متوالی منظم از فرمول زیر بدست می آید :

$$N = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}} + 1$$

مثال : چند عدد سه رقمی وجود دارد که بر ۱۹ بخشپذیر باشند ؟

جواب : کوچکترین عدد سه رقمی که بر ۱۹ بخشپذیر است ۱۱۴ و بزرگترین آنها ۹۸۸ است و لذا طبق فرمول بالا داریم :

(فاصله هر دو عدد متوالی با هم ۱۹ می باشد)

$$\frac{988 - 114}{19} + 1 = 47$$

۱۴

با توجه به دو فرمول بالا ، مجموع هر سری برابر است با : $M \times N$ یعنی :

$$\text{مجموع هر سری منظم} = \left(\frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله متوالی}} + 1 \right) \times \left(\frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} \right)$$

مثال : مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰ که رقم یکان آنها ۵ باشد برابر است با :

الف (۱۵۰۰) ب (۴۵۰۰) ج (۴۵۱۵۰) د (۹۰۰۰)
جواب :

$$5 + 15 + 25 + 35 + \dots + 295 = \left(\frac{295 - 5}{10} + 1 \right) \times \left(\frac{295 + 5}{2} \right) = 30 \times 150 = 4500$$

۱۵

الف (حاصل ضرب دو عدد متوالی حتماً بر ۲ بخشپذیر است . (چون یکی از دو عدد متوالی حتماً زوج است .)

ب (حاصل ضرب سه عدد متوالی حتماً بر ۶ بخشپذیر است . $990 = 9 \times 10 \times 11$ که عدد ۹۹۰ بر ۶ بخشپذیر است .

۱۶

تناسب :

هرگاه یک نفر کاری را در a ساعت (روز) انجام دهد و نفر دوم همان کار را در b ساعت (روز) انجام دهد ، آنگاه هر دو نفر با هم آن کار را در $\frac{a \times b}{a + b}$ ساعت (روز) انجام میدهند .

مثال : احمد به تنهایی کاری را در ۱۰ ساعت و علی همان کار را در ۱۵ ساعت انجام میدهد . اگر هر دو نفر با هم آن کار را انجام دهند کار در چند ساعت تمام میشود ؟

$$\frac{10 \times 15}{10 + 15} = \frac{150}{25} = 6 \text{ ساعت} \quad \text{جواب :}$$

در توضیح بالا اگر سه نفر باشند و نفر سوم آن کار را در c ساعت انجام دهد ، هر سه با هم در $\frac{a \times b \times c}{ab + bc + ac}$ ساعت انجام میدهند .

۱۷

خواص تناسب :

از تساوی دو کسر مقابل نتایج زیر بدست می آیند :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

الف (ترکیب در صورت :

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

ب (تفضیل در صورت :

ج و د (ترکیب در مخرج و تفضیل در مخرج هماننده موارد الف و ب بالا هستند .

ه (ضرب یک عدد در صورت یا مخرج دو کسر :

$$\frac{ak}{b} = \frac{ck}{d} \quad , \quad \frac{a}{bk} = \frac{c}{dk}$$

و (طرفین و وسطین : $a \times d = c \times b$

ز (جابجایی در طرفین و وسطین : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad , \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

نکته: از تساوی کسره‌های $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$$

۱۸

مقداری (v_1) الکل x_1 درصد را با مقداری (v_2) الکل x_2 درصد و ... و مقداری (v_n) الکل x_n درصد مخلوط می‌کنیم. درصد الکل بدست آمده برابر است با:

$$x = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_n x_n}{v_1 + v_2 + \dots + v_n}$$

مثال: اگر ۱۰۰ لیتر الکل ۹۶٪ را با ۱۴۰ لیتر الکل ۷۲٪ مخلوط کنیم، آنگاه الکل حاصل چند درصد خواهد بود؟

الف) ۸۲

ب) ۸۴

ج) ۸۵

د) ۸۶

جواب:

با توجه به فرمول بالا برای دو نوع الکل داریم:

$$x = \frac{(100 \times 96) + (140 \times 72)}{100 + 140} = \frac{9600 + 10080}{240} = 82$$

۱۹

تعدادی شیر آب به تنهایی حوضی را بترتیب در t_1 و t_2 و t_3 و ... و t_n ساعت (دقیقه) پرمی‌کنند، اگر تمامی شیرها را با هم باز کنیم، حوض در چند ساعت پرمی‌شود؟

$$Time = \frac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \dots + \frac{1}{t_n}}$$

مثال: چهار شیر آب حوضی را به تنهایی در ۲ و ۳ و ۴ و ۶ ساعت پرمی‌کنند. اگر هر چهار شیر را با هم باز کنیم، منبع در چند دقیقه پرمی‌شود؟

الف) ۸۴

ب) ۷۵

ج) ۵۷

د) ۴۸

جواب:

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{6+4+3+2}{12}} = \frac{12}{15} \times 60' = 48'$$

نکته: در مثال بالا اگر تعداد شیرها کم بود میتوان از فرمول زیر که خلاصه شده همان فرمول بالا است استفاده کنیم.

$$Time = \frac{\text{ک.م.م حاصل جمع}}{12} = \frac{12}{15} \times 60' = 48'$$

(عدد ۱۲ همان ک.م.م ۲ و ۳ و ۴ و ۶ می‌باشد و ۱۵ حاصل جمع آنهاست)

توان:

۲۰

هر عدد منفی به توان یک عدد زوج برسد، حاصل عددی مثبت خواهد شد.

مثال: $(-5)^4 = +625$, $(-1)^{100} = +1$

و هر عدد منفی به توان یک عدد فرد برسد، حاصل عددی منفی می‌شود.

مثال: $(-5)^3 = -125$, $(-1)^{99} = -1$

مثال: حاصل عبارت $(-2)^4 \div \left(\frac{2}{3}\right)^4$ کدام است؟

| | |
|---|--|
| <p>الف) 3^4</p> <p>ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$</p> <p>ج) -3^4</p> <p>د) $-\left(\frac{1}{3}\right)^4$</p> | <p>جواب: $(-2 \times \frac{3}{2})^4 = (-3)^4 = 3^4$</p> <p>جواب $(-3)^4$ نیز در صورت وجود درست می باشد. (یعنی طبق توضیح بالا چون توان عددی زوج است $(-3)^4 = 3^4$) ولی جواب ج) -3^4 با $(-3)^4$ تفاوت دارد و لذا مورد ج) صحیح نمی باشد.</p> |
| <p>۲۱</p> <p>با معکوس کردن پایه، توان قرینه می شود.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $3^{-1} = \frac{1}{3}, \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5^4$ </div> <p>مثال: حاصل عبارت $\frac{1}{3^{-1} + 5^{-1}}$ کدام است؟</p> <p>الف) $\frac{1}{8}$ ب) ۸ ج) $\frac{15}{2}$ د) $\frac{15}{8}$</p> <p>جواب: با توجه به توضیح بالا $5^{-1} = \frac{1}{5}$، $3^{-1} = \frac{1}{3}$ و لذا</p> $\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{8}$ | <p>۲۲</p> <p>یعنی ابتدا m را به توان n برسانید و سپس a را به توان عدد بدست آمده برسانید.</p> <p>مثال: $2^{2^3} = 2^8 = 256$ (که در آن ابتدا ۲ را به توان ۳ رسانده ایم = ۸)</p> <p>$(a^m)^n = a^{mn}$ یعنی ابتدا m را در n ضرب کنید و سپس a را به توان عدد بدست آمده برسانید.</p> <p>مثال: (که در آن ابتدا ۲ را در ۳ ضرب کرده ایم = ۶)</p> <p>مثال: حاصل عبارت $2^{-2^2} \times 2^{-3^2} \times (2^3)^2$ برابر است با:</p> <p>الف) 2^7 ب) 2^{23} ج) 2^{-11} د) 2^{-6}</p> <p>جواب: با توجه به توضیحات بالا داریم:</p> <p>(توجه شود که $(-3)^2 = +9$ با $-3^2 = -9$ برابر نیستند.)</p> $= 2^{-8} \times 2^{-9} \times 2^6 = 2^{-11}$ |
| <p>۲۳</p> <p>هر عددی به توان صفر برابر است با یک (۱) یعنی:</p> <p>$a^0 = 1$</p> <p>مثال: تساوی $15^x = (17 \times 3)^x$ به ازای کدام مقدار x صحیح است؟</p> <p>الف) ۱ ب) ۱۵ ج) ۷ د) ۰</p> <p>جواب: چون به ازای هر کدام از جواب های الف و ب و ج پایه های دو طرف تساوی با هم مساوی نمی شوند، پس فقط به ازای $x=0$ تساوی بالا برقرار است. (دو طرف به توان صفر مساوی با یک می شوند.)</p> | <p>۲۴</p> <p>یک عدد تواندار با پایه منفی و توانی کسری با مخرج زوج، یک عدد حقیقی نیست.</p> <p>مثال: اعداد $(-5)^{\frac{3}{16}}$، $(-3)^{\frac{1}{2}}$ اعدادی حقیقی نیستند.</p> |

| | |
|----|--|
| | <p>مثال: حاصل عبارت $[(-4^{-1})^{\frac{1}{2}}]$ کدام است؟</p> <p>الف) -4 ب) $-\frac{1}{4}$ ج) 4 د) عددی حقیقی نیست</p> <p>جواب: طبق توضیحات بالا چون پایه عددی منفی $(-4^{-1} = -\frac{1}{4})$ و توان کسری با مخرج زوج $(\frac{1}{2})$ است پس مورد (د) صحیح است.</p> |
| ۲۵ | <p>هر عددی که فقط عامل های ۲ و ۵ داشته باشد و توان های این دو عامل با هم مساوی باشند، بصورت توانی از ده خواهد شد.</p> <p>مثال: اگر حاصل $4^{x-1} \times 5^{1+x}$ بصورت توانی از ۱۰ باشد، آنگاه:</p> <p>الف) $x=1$ ب) $x=2$ ج) $x=3$ د) $x=4$</p> <p>جواب: چون در تجزیه این عبارت فقط عامل های ۲ و ۵ دیده شده اند و نیز بصورت توانی از ۱۰ می باشد پس طبق توضیح بالا باید توان ها با هم مساوی باشند. لذا</p> $4^{x-1} \times 5^{x+1} = 2^{2x-2} \times 5^{1+x} \Rightarrow 2x-2=1+x \Rightarrow x=+3$ |
| ۲۶ | <p>هر عددی که بخواهد مضربی از ۱۰ باشد باید دارای عامل های ۲ و ۵ باشد و همچنین توان های این دو عامل صفر یا منفی یا کسری نباشند.</p> <p>مثال: به ازای چه مقدار صحیح برای n، عدد $2^{n+3} \times 5^{2-n}$ مضربی از ۱۰ است؟</p> <p>الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴</p> <p>جواب: با قرار دادن عدد ۲ بجای n توان عدد ۵، صفر میشود و با قرار دادن عدد ۳ یا ۴ بجای n، توان ۵ منفی میشود (که با توجه به توضیحات بالا نادرست می باشد). و لذا فقط جواب الف یعنی ۱ صحیح است.</p> |
| ۲۷ | <p>در عدد $\sqrt[3]{125}$ عدد ۳ را فرجه رادیکال گویند. وقتی توان عدد تواندار زیر رادیکال با فرجه رادیکال برابر شود، پایه عدد از زیر رادیکال بیرون می آید. (توجه شود که وقتی فرجه را نمی نویسیم فرجه ۲ است.)</p> <p>مثال: $(125 = 5^3)$ $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $n\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ </div> <p>فرمول:</p> <p>مثال: $5\sqrt{x} = x^{\frac{1}{5}}$</p> <p>مثال: حاصل $(\frac{a^{\frac{5}{12}} \times a^{-\frac{3}{8}}}{a^{\frac{7}{24}}})^{-\frac{4}{3}}$ برابر است با:</p> <p>الف) a^3 ب) a^{-3} ج) $\sqrt[3]{a}$ د) a</p> <p>جواب: با جمع کردن توان های صورت و سپس تفریق حاصل و توان مخرج و همچنین ضرب این حاصل در توان $-\frac{4}{3}$ حاصل نهایی را بصورت زیر داریم:</p> $= a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ |
| ۲۸ | <p>هر گاه عددی بین صفر و یک باشد و به توان برسد، هر چه توان بزرگتر باشد عدد حاصل کوچکتر خواهد شد.</p> <p>مثال: اگر $0 < a < 1$ و $n = 2k$ و $k > 0$ باشد، کدام عدد از همه کوچکتر است؟</p> |

| | | | |
|-----------|-------------|-----------------|-----------------|
| الف (a) | ب (a^n) | ج (a^{n-1}) | د (a^{n+1}) |
|-----------|-------------|-----------------|-----------------|

جواب: طبق توضیح بالا چون a عددی بین ۰ و ۱ است و $n+1$ بزرگترین توان در بین توان ها می باشد لذا جواب (د) صحیح می باشد.

۲۹ فرمول:

$$2^1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n = 2^{n+1}$$

حاصل عبارت $2^4 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{50}$ کدام است؟

الف (2^{69}) ب (2^{51}) ج (2^{1242}) د (2^{102})

جواب: با فاکتورگیری از 2^3 در تمامی جملات و همچنین با توجه به فرمول بالا داریم

$$2^4 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{50} = 2^3 (2^1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{47}) = 2^3 (2^{48}) = 2^{51}$$

۳۰ فرمول:

تعداد رقم های $A + n =$ تعداد ارقام عدد $(A \times 10^n)$

مثال: تعداد ارقام عدد $2^{14} \times 5^8$ برابر است با:

الف (۹) ب (۱۰) ج (۱۱) د (۱۲)

جواب: داریم:

$$2^{14} \times 5^8 = 2^8 \times 5^8 \times 2^6 = 64 \times 10^8 \Rightarrow \text{تعداد ارقام} = 2 + 8 = 10$$

توجه شود که در قسمت $(2 + 8)$ ، ۲ همان تعداد ارقام عدد ۶۴ و ۸ توان عدد ۱۰ می باشد.

۳۱ عددی مربع کامل (مجذور کامل) است که در تجزیه شده آن همه توان ها مضرب دو باشند و عددی مکعب کامل است که در تجزیه شده آن همه توان ها مضرب ۳ باشند.

مثال: کوچکترین عددی که باید 405000 را بر آن تقسیم کرد تا حاصل مکعب کامل شود کدام است؟

الف (۵) ب (۱۵) ج (۳) د (۸)

جواب: پس از تجزیه عدد 405000 داریم:

$$= 2^3 \times 3^6 \times 5^4 = 2^3 \times 3^3 \times 3 \times 5^3 \times 5 = \underbrace{2^3 \times 3^3 \times 5^3}_{\text{مکعب کامل}} \times \underbrace{(3 \times 5)}_{= 15 \text{ اضافی}}$$

لذا کوچکترین عددی که باید 405000 را بر آن تقسیم کرد تا عدد حاصل، مکعب کامل شود، عدد ۱۵ می باشد.