

درسنامه و نکات کلیدی

(فصل اول)

سال نهم

مجموعه ها

مجموعه: به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می گویند.

مثال: کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟

الف) ۳ عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست) ج) اعداد اول کمتر از ۱۰ (مجموعه است)

نکته: مجموعه را به صورت آکولاد $\{ \}$ نشان می دهند و مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند.

نکته: به هر یک از اعداد و عبارات داخل مجموعه عضو می گویند و علامت عضو بودن به صورت \in و علامت عضو نبودن به صورت \notin می باشد.

نکته: تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می دهند.

مثال: با توجه به مجموعه A درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$A = \{3, \{4, 5\}, 6\} \quad n(A) = 4 \quad X \quad 3 \in A \quad \checkmark \quad 4 \notin A \quad \checkmark \quad \{6\} \in A \quad X$$

مجموعه تهی: مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت $\{ \}$ یا \emptyset می باشد.

مثال: کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ $\{1, 2, 3\}$ ب) اعداد صحیح کمتر از صفر $\{0, -1, -2, -3, \dots\}$ ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ $\{ \}$

دو مجموعه برابر: دو مجموعه A و B را برابر می گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه ی مقابل:

$$A = \{4, 3, 1\} \quad \text{و} \quad B = \left\{ \sqrt{9}, 7, \frac{20}{5} \right\}$$

مثال: دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار x و y را به دست آورید؟

$$\{x - 7, 3\} = \{4, y\} \quad x - 7 = 4 \Rightarrow x = 11, y = 3$$

زیر مجموعه: مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می دهند. اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می دهند.

نکته: اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه رابطه های مقابل همواره برقرار است: $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$

نکته: برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه ها از رابطه 2^n استفاده می کنیم. اگر تعداد زیر مجموعه را داشته باشیم و تعداد عضو را خواسته باشند عدد داده شده را تجزیه می کنیم.

مثال: الف) مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد؟ زیر مجموعه $n(A) = 10 \Rightarrow 2^{10} = 2^{10} = 1024$

ب) یک مجموعه دارای ۳۲ زیر مجموعه است. این مجموعه دارای چند عضو است؟ $32 = 2^5 \Rightarrow$ عضو دارد ۵

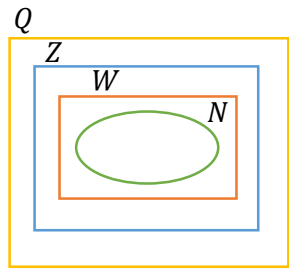
مجموعه ها

نمایش مجموعه ها : الف) مجموعه اعداد طبیعی : $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ ب) مجموعه اعداد حسابی : $W = \{0, 1, 2, \dots\}$

ج) مجموعه اعداد صحیح : $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ د) مجموعه اعداد طبیعی زوج : $E = \{2, 4, 6, \dots\}$

ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد : $O = \{1, 3, 5, \dots\}$ و) مجموعه اعداد گویا : $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

نمودار ون مجموعه ها : مجموعه ها را می توان داخل یک منحنی بسته ای نشان داد.



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

نکته : نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است :

مثال : الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟

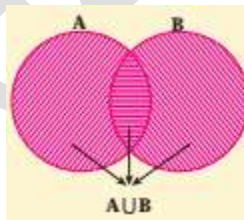
$$A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 2\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\} \quad B = \{2x - 1 \mid x \in N, x \leq 3\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2(1) - 1, 2(2) - 1, 2(3) - 1\}$$

ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید؟

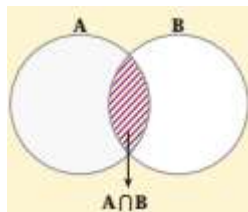
$$C = \{-6, -5, \dots, 3\} = \{x \mid x \in Z, -7 < x < 4\} \quad D = \{4, 8, 12, \dots\} = \{4x \mid x \in N\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند و اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اجتماع دو مجموعه A و B

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند و اشتراک دو مجموعه A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اشتراک دو مجموعه A و B

مجموعه ها

تفاضل دو مجموعه : مجموعه $A - B$ (A منهای B) شامل همه عضوهایی است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.

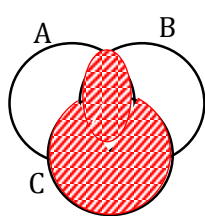
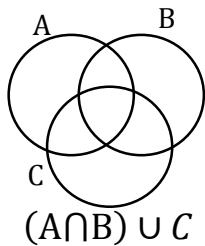


نمودار ون تفاضل دو مجموعه A و B

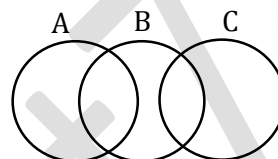
مثال : اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{x \mid x \in Z, -2 < x \leq 2\}$ و $C = \{x^2 + 1 \mid x \in A\}$ باشد. عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟
 $C = \{1^2 + 1, 2^2 + 1, 3^2 + 1\} = \{2, 5, 10\}$ $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

الف) $A - C = \{1, 3\}$

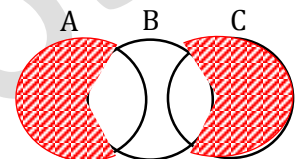
ب) $B \cap (A \cup C) = \{-1, 0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 5, 10\} = \{1, 2\}$



مثال : با توجه به هر شکل مجموعه های داده شده را هاشور بنزید؟



$(A \cup C) - B$



مجموعه و احتمال : برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}} \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$$

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$B = \{5, 6\}$ (ب) احتمال آمدن عدد بزرگتر و مساوی ۵ :

$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$A = \{2, 3, 5\}$ (الف) احتمال آمدن عدد اول :

مثال : در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$n(S) = 6^2 = 36$ کل حالت ها

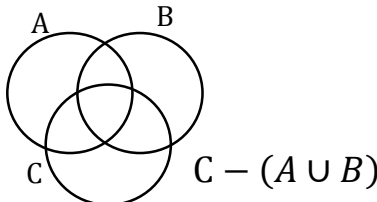
(الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید :

$A = \{(1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2), (5, 1), (5, 2)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود :

$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{5}{36}$

مجموعه ها

ردیف	سوال	ردیف	سوال
۱	اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ $A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 5\}$ $B = \left\{ \frac{x+1}{x} \mid x \in N, -4 < x < 4 \right\}$	۷	با توجه به شکل مجموعه داده شده را هاشور بزنید؟ 
۲	صورت ریاضی مجموعه های زیر را بنویسید؟ $C = \{7, 6, 5, \dots, -3\}$ $D = \{5, 10, 15, \dots\}$	۸	اگر $A = \{3, 4\}$ و $B = \{1, 2, 4, 5\}$ و $C = \{1, 6, 7, 8\}$ اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ الف) $B - C =$ ب) $(A \cup B) - (A \cap C) =$
۳	اعداد صحیح بین -3 و $+4$ را به سه روش زیر بنویسید؟ الف) نوشتن اعضوها : ب) صورت ریاضی اعضوها : ج) اعضای مجموعه به صورت نمودار ون :	۹	دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار $a + b$ چقدر است؟ $A = \{2a - 1, 3, 2^2\}$ و $B = \{b, 5, \sqrt{9}\}$
۴	الف) مجموعه ای دارای ۴ عضو است. تعداد زیر مجموعه ها دارای چند عضو است؟ ب) مجموعه ای دارای ۶۴ زیر مجموعه است. تعداد عضو این مجموعه چند است؟	۱۰	سه مجموعه مختلف بنویسید که با مجموعه ی زیر مساوی باشد؟ $A = \{2, 5, 6\}$
۵	با توجه به مجموعه ی مقابل : $A = \{\{a\}, b, \{c, d\}\}$ الف) $n(A)$ چند است؟ ب) تعداد زیر مجموعه چند است؟ ج) یک زیر مجموعه دو عضوی بنویسید؟	۱۱	در یک کیسه ۳ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و ۲ مهره سفید است. یک مهره را تصادفا از کیسه بیرون می آوریم : الف) احتمال این که مهره قرمز باشد چقدر است؟ ب) احتمال این که مهره آبی نباشد چقدر است؟ ج) احتمال این که مهره آبی یا سفید باشد چقدر است؟
۶	اعضوهای هر مجموعه را بنویسید؟ الف) $Z - N =$ ب) $W \cap N =$ ج) $N - W =$	۱۲	دو تاس را همزمان پرتاب می کنیم : الف) احتمال این که تاس اول عدد زوج و تاس دوم مضرب ۵ بیاید : ب) احتمال این که مجموع هر دو تاس ۵ شود :