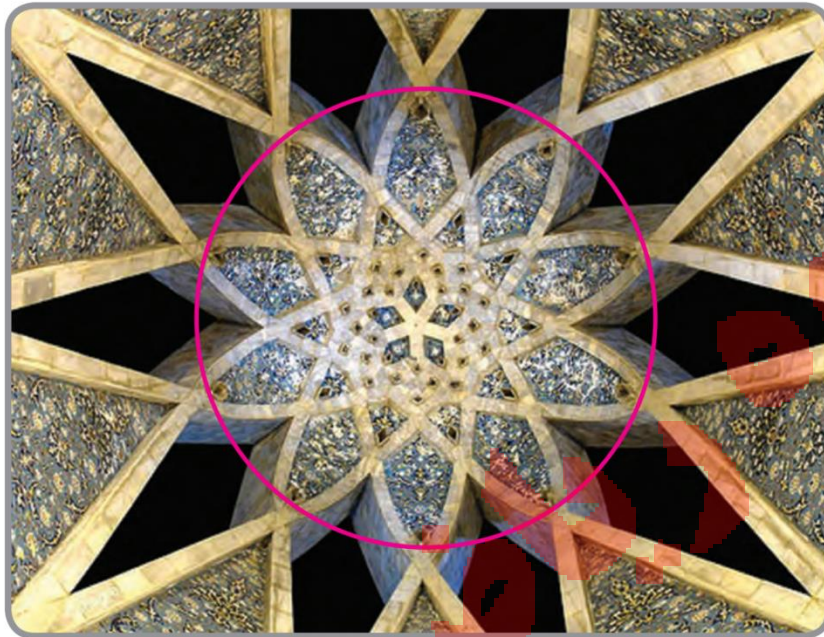


فصل ۹  
دایره



هدف کلی

شناخت اجزای مختلف دایره ها و زاویه های مربوط به آن ها

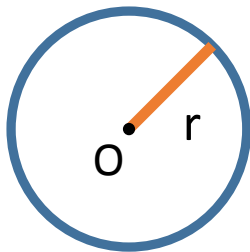
انتظارات از دانش آموزان در این درس:

- ۱ تعریف دایره و اجزای آن را بداند.
- ۲ بتواند یک دایره را به چند کمان مساوی تقسیم کند.
- ۳ با دانستن حالت های مختلف خط و دایره، بتواند با توجه به ویژگی داده شده شکل مربوطه را رسم کند.
- ۴ تعریف زاویه مرکزی و محاطی را بداند.
- ۵ بتواند از دانسته هایش در حل تمرینات و فعالیت های کتاب استفاده کند.

### دایره:

همه ی نقاطی که فاصله آن ها از یک نقطه ثابت به یک اندازه باشد دایره را تشکیل می دهند. به نقطه ثابت، مرکز دایره می گوئیم و فاصله هر نقطه تا مرکز دایره را شعاع دایره می نامیم. مرکز دایره با حرف  $O$  و شعاع دایره با حرف  $r$  نشان داده می شود. به طور خلاصه، دایره به مرکز  $O$  و شعاع  $r$  را به صورت  $C(O, r)$  نشان می دهیم.

در شکل رو به رو محل مرکز دایره و یکی از شعاع های دایره مشخص شده است.



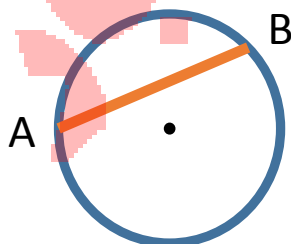
### قطر دایره:

پاره خطی که دو نقطه دلخواه روی محیط دایره را به هم وصل کند و از مرکز دایره عبور می کند.

### وتر دایره:

پاره خطی که هر دو نقطه دلخواه روی محیط دایره را به هم وصل می کند. بزرگترین وتر دایره، قطر دایره است.

در شکل رو به رو پاره خط  $AB$  یک وتر دایره است.

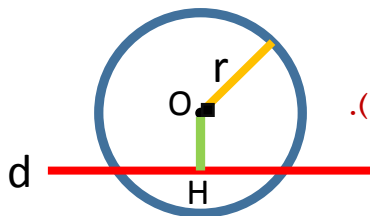


### حالت های مختلف خط و دایره:

۱ یک خط و یک دایره ممکن است یک دیگر را در دو نقطه قطع کنند.

در این صورت رابطه ی رو به رو برقرار است:  $OH < r$

(  $OH$  فاصله ی مرکز دایره تا خط  $d$  است که از شعاع دایره کوچک تر است).



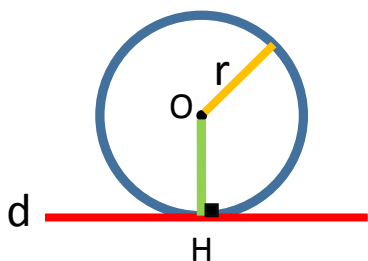
۲ خط و دایره فقط یک نقطه مشترک داشته باشند.

در این صورت رابطه رو به رو برقرار است:  $OH = r$

**نکته ۱:** در این حالت می گوییم خط بر دایره مماس است.

**نکته ۲:** در اینجا  $OH$  هم شعاع دایره است که در

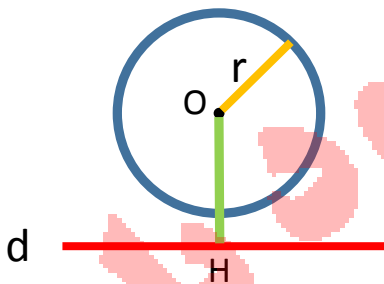
نقطه تماس بر خط مماس عمود است.



۳ خط و دایره ممکن است هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند.

در این صورت رابطه رو به رو برقرار است:  $OH > r$

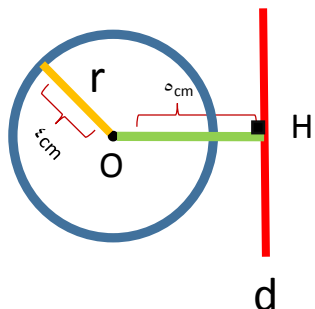
(فاصله مرکز دایره تا خط از شعاع دایره بزرگتر است)



**مثال:** شعاع دایره ای ۴cm و فاصله مرکز دایره تا خط  $d$ ، ۵cm است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل

نشان دهید.

**پاسخ:** در این حالت، خط و دایره هیچ نقطه ی مشترکی ندارند.

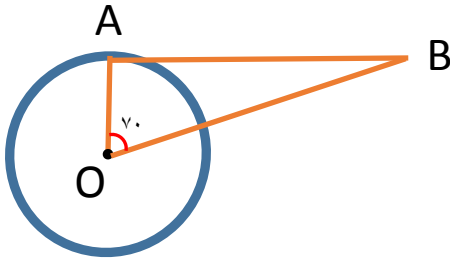


**مثال:** در شکل مقابل خط مماس  $AB$  بر دایره است. اندازه زاویه  $B$  را به دست آورید.

پاسخ: طبق نکته ۲ چون خط  $AB$  بر دایره مماس است پس شعاع دایره بر خط  $AB$  عمود است.

در نتیجه  $\hat{A} = 90^\circ$  بنابراین:

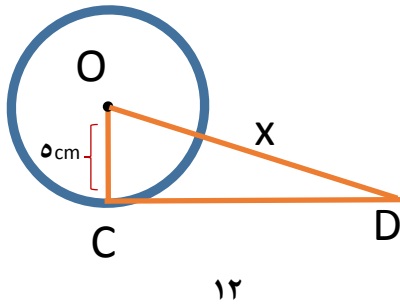
$$\hat{B} = 180 - (70 + 90) = 20$$



**مثال:** در شکل مقابل خط  $CD$  بر دایره مماس است. مقدار  $x$  را به دست آورید.

پاسخ: چون خط  $CD$  بر دایره مماس است پس زاویه  $\hat{C} = 90^\circ$

در نتیجه مثلث  $COD$  قائم الزاویه است. با استفاده از رابطه فیثاغورس مقدار  $x$  را به دست می آوریم.



$$x^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow 144 + 25 = 169$$

$$x^2 = 169 \rightarrow x = \sqrt{169} = 13$$

**نکته:** محیط دایره بر حسب درجه، برابر با ۳۶۰ درجه است.

### تقسیم دایره به کمان های مساوی:

برای تقسیم یک دایره به چند کمان مساوی، طبق مراحل زیر عمل می کنیم:

**۱** ابتدا شعاع دایره را رسم می کنیم. سپس محیط دایره (۳۶۰ درجه) را بر تعداد کمان های خواسته شده تقسیم می کنیم. مقاله را روی مرکز دایره قرار داده و به اندازه زاویه به دست آمده، روی دایره جدا می کنیم.

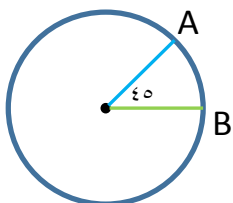
**۲** دهانه پرگار را به اندازه وتر ایجاد شده باز می کنیم (پاره خط  $AB$ ) و نوک پرگار را روی  $A$  یا  $B$  قرار می دهیم و به صورت متوالی کمان می زنیم.

**مثال:** دایره ای رسم کنید و آن را به ۸ قسمت مساوی تقسیم کنید.

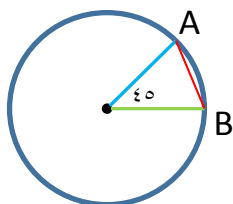
**پاسخ:**

$$360^\circ \div 8 = 45^\circ$$

۱- ابتدا محیط دایره (۳۶۰ درجه) را به ۸ تقسیم می کنیم

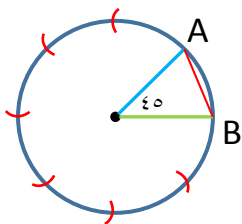


۲- A را به B وصل می کنیم و کمان AB ایجاد می شود.



۳- دهانه پرگار را به اندازه AB باز کرده، روی A یا B قرار داده و پشت سر هم کمان می زنیم.

درحین کمان زدن، نباید فاصله دو پایه ی پرگار را تغییر دهیم.

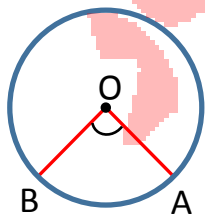


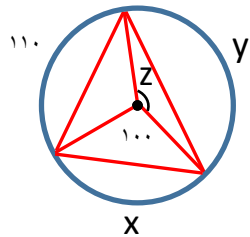
### زاویه مرکزی:

زاویه ای که راس آن در مرکز دایره و اضلاع آن شعاع هایی از دایره باشند. اندازه زاویه مرکزی برابر

است با کمان رو به روی خودش.

در شکل مقابل زاویه  $\widehat{O}$  یک زاویه مرکزی است.  $\widehat{O} = \widehat{AB}$  کمان





**مثال:** در شکل مقابل اندازه زاویه و کمان های خواسته شده را بنویسید.

**پاسخ:**

کمان  $x$  روبه روی زاویه مرکزی  $100$  درجه است. می دانیم اندازه زاویه مرکزی با کمان مقابلش یکی است.

بنابر این:  $x \text{ کمان} = 100^\circ$

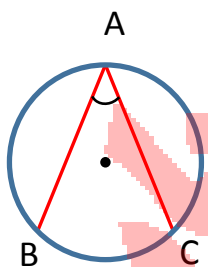
$$\text{کمان } y = 360 - (110 + 100) \rightarrow 360 - 210 = 150^\circ$$

زاویه  $z$  یک زاویه مرکزی است و اندازه آن با کمان مقابلش یکی است.

بنابراین: کمان  $y = \text{زاویه } z = 150$  درجه

### زاویه محاطی:

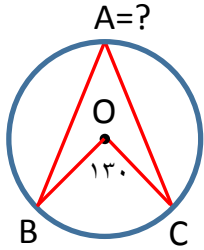
زاویه ای است که راس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن وترهای دایره باشند. اندازه زاویه محاطی نصف کمان مقابلش است. در شکل مقابل زاویه  $\hat{A}$  یک زاویه محاطی است.



$$\hat{A} = \frac{\text{کمان } BC}{2}$$

**نکته:** زاویه های محاطی مقابل به یک کمان با هم مساوی اند.

**مثال:** با توجه به اشکال زیر، اندازه زاویه ها و کمان های خواسته شده را به دست آورید.



**پاسخ ۱:**

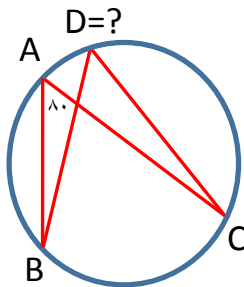
زاویه  $A =$  چون زاویه مرکزی  $\widehat{BOC}$  برابر  $130^\circ$  درجه است، پس کمان

مقابلش (کمان BC) هم  $130^\circ$  درجه است. زاویه  $\widehat{A}$  زاویه محاطی است که

در مقابل کمان BC قرار گرفته است. بنابراین:

$$\widehat{A} = \frac{\text{کمان BC}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

**پاسخ ۲:**



دو زاویه ی A و D دو زاویه محاطی مقابل به یک کمان هستند

در نتیجه با هم برابر اند. بنابراین:

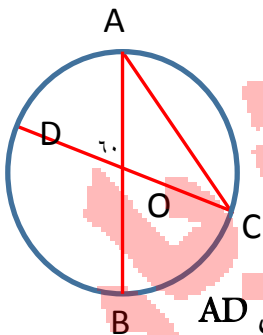
$$\widehat{D} = \widehat{A} = 80^\circ$$

کمان BC = اندازه هر کمان دو برابر زاویه محاطی مقابلش است.

بنابراین:

$$\text{کمان BC} = 80^\circ \times 2 = 160^\circ$$

**مثال:** در شکل مقابل اندازه زاویه C را تعیین کنید. (O مرکز دایره است).



**پاسخ:**

زاویه  $\widehat{AOD}$  زاویه مرکزی است. پس برابر است با کمان مقابلش.

در نتیجه کمان AD برابر  $60^\circ$  درجه است. زاویه C یک زاویه محاطی روبرو به کمان AD

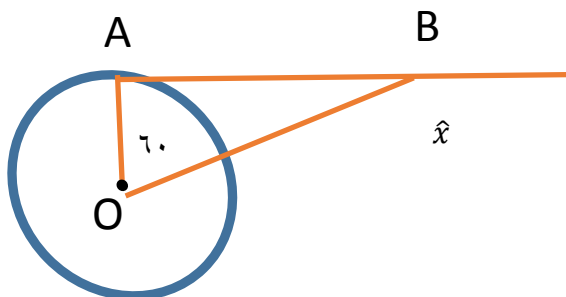
است. به زبان ریاضی:

$$\widehat{AOD} = \text{کمان AD} = 60^\circ$$

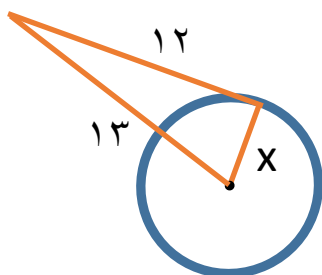
$$\widehat{C} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

(۱) حالت های مختلف دایره و خط را با رسم شکل نشان دهید.

(۲) در شکل روبه رو زاویه خواسته شده را بدست آورید.

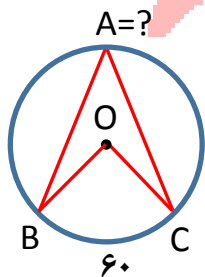


(۳) با توجه به شکل مقابل مقدار X را به دست آورید.



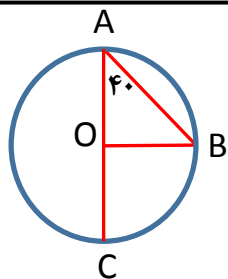
(۴) دایره ای به شعاع ۶cm داریم و فاصله مرکز دایره تا خط  $d$  برابر ۴cm است. وضعیت خط و دایره را با رسم شکل نشان دهید.

(۵) با توجه به شکل های مقابل، اندازه کمان ها و زاویه های خواسته شده را به دست آورید.

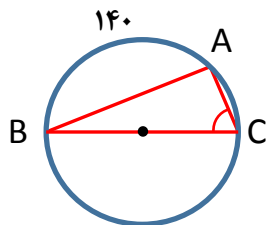


$\hat{O} =$   
 $\hat{A} =$





$\hat{O} =$   
 $\hat{B} =$   
کمان  $BC =$



$\hat{A} =$   
 $\hat{B} =$   
 $\hat{C} =$   
کمان  $BC =$

دوره ریاضی نهم