

جمع و تفریق اعداد تواندار:

در جمع و تفریق اعداد تواندار برای $a^m + a^n$ و یا $a^m - a^n$ و $a^n + b^n$ و $a^n - b^n$ قاعده خاصی وجود ندارد و باید جداگانه هر قسمت را حساب کنیم.

مثال: $2^2 + 2^3 = 4 + 8 = 12$ و $2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4$

$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ و $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$

* نکته ۱: ولی برای $a^n + a^n$ می توان حاصل جمع را به حاصل ضرب (یعنی دو جمله متشابه) تبدیل کرد.

مثال: $a^n + a^n = 2a^n$

$2^4 + 2^4 = 2 \times 2^4 = 2^5$

$3^x + 3^x + 3^x = 3 \times 3^x = 3^{1+x}$

📖 تستهای مربوطه:

۱- حاصل عبارت $2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5$ کدام است؟

(۱) 2^{20} (۲) 2^7 (۳) 8^5 (۴) 8^{20}

۲- حاصل عبارت $4^7 + 4^7 + 4^7 + 4^7$ چقدر است؟

(۱) 6^{28} (۲) 4^{28} (۳) 4^7 (۴) 4^8

۳- حاصل عبارت $(3^5 + 3^5)(2^5 + 2^5 + 2^5)$ کدام است؟

(۱) 6^6 (۲) 2^6 (۳) 3^6 (۴) 72^5

۴- حاصل عبارت $8^{19} + 8^{19}$ بصورت تواندار کدام است؟

(۱) 8^{38} (۲) 16^{19} (۳) 2^{23} (۴) 2^{58}

۵- حاصل $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ کدام گزینه است؟

(۱) 25^x (۲) 5^{5x} (۳) 25^{5x} (۴) 5^{x+1}

۶- حاصل عبارت $\left(\frac{25^{20} + 25^{20}}{5^{20} + 5^{20}}\right)$ کدام است؟

(۱) 5^{80} (۲) 5^{40} (۳) 25^{10} (۴) 5^{10}

* نکته ۲: در جمع اعداد تواندار با پایه ۲ هرگاه دو عدد تواندار اولی باهم برابر و بقیه توانها بصورت متوالی با فاصله یک واحد از هم مرتب شده باشند. برای بدست آوردن جواب کافی است عدد تواندار آخری را نوشته و به توان آن یک واحد اضافه کنیم.

مثال: $2^2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 2^6$

📖 تستهای مربوطه:

- ۷- حاصل عبارت $2^4 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{50}$ کدام است؟
- (۱) 2^{69} (۲) 2^{51} (۳) 2^{1242} (۴) 2^{102}
- ۸- حاصل عبارت مقابل به صورت عدد تواندار کدام است؟ $2^{101} + 2^{101} + 2^{102} + 2^{103} + 2^{104} + 2^{105}$
- (۱) 2^{106} (۲) 8^{102} (۳) 2^{304} (۴) 6^{106}
- ۹- حاصل عبارت مقابل به صورت تواندار برابر است با: $2^{101} + 2^{101} + 2^{205} \div 2^{103} =$
- (۱) 2^{304} (۲) 2^{102} (۳) 2^{103} (۴) 2^{104}
- ۱۰- مقدار $1 + (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{1382} + 2^{1384})$ برابر کدام است؟ (انرژی اتمی ۸۰)
- (۱) 2^{1382} (۲) 2^{1383} (۳) 2^{1384} (۴) 2^{1385}
- ۱۱- حاصل کسر $\frac{2^{20} + 2^{20} + 2^{21} + 2^{22} + 2^{23} + \dots + 2^{50}}{2^{18} + 2^{18} + 2^{19} + 2^{20} + 2^{21} + \dots + 2^{48}}$ کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۴

✳ **نکته ۳:** در جمع اعداد تواندار با پایه ۳ هرگاه ۳ عدد تواندار اولی باهم برابر و بقیه توانها بصورت دو به دو متوالی با فاصله یک واحد از هم مرتب شده باشند. برای بدست آوردن جواب کافی است عدد تواندار آخری را نوشته و به توان آن یک واحد اضافه کنیم.

مثال: $3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^3 + 3^3 + 3^4 + 3^4 + 3^5 + 3^5 = 3^6$

📖 تستهای مربوطه:

- ۱۲- حاصل عبارت $3^{100} + 3^{100} + 3^{100} + 3^{101} + 3^{101} + \dots + 3^{200} + 3^{200}$ کدام است؟
- (۱) 3^{201} (۲) 3^{202} (۳) 3^{203} (۴) 3^{204}

✳ **نکته ۴:** در تفریق اعداد تواندار با پایه ۲ هرگاه ۲ توان اعداد تواندار با فاصله یک واحد از هم بصورت نزولی مرتب شده باشند در اینصورت آخرین عدد تواندار جواب خواهد بود. لازم به ذکر است در تفریق اعداد تواندار روش اصلی استفاده از فاکتورگیری می باشد که نکته بالایی هم از آن استنباط شده است.

مثال: $2^{1386} - 2^{1385} - 2^{1384} = 2^{1384}$

📖 تستهای مربوطه:

۱۳ - حاصل عبارت $2^{1382} - 2^{1383}$ برابر است با:

$$2^{1382} \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad 2^{1382} \quad (4)$$

۱۴ - حاصل عبارت مقابل به صورت تواندار برابر است با: $2^{2001} - 2^{2002} - 2^{2003} - 2^{2004} - 2^{2005}$

$$2^{2001} \quad (1) \quad 2^{2005} \quad (2) \quad 2^{2000} \quad (3) \quad 2^{2002} \quad (4)$$

* نکته ۵: در جمع و تفریق اعداد تواندار بصورت کسری اگر مخرج بصورت یک عدد تواندار باشد در پیدا کردن جواب هم می توان از تفکیک کسرها حاصل را بدست آورد و هم از طریق فاکتورگیری. ولی اگر مخرج به صورت جمع یا تفریق چند عدد تواندار باشد بهترین روش فاکتورگیری است.

$$\text{مثال ۱:} \quad \frac{9^8 + 9^7 + 9^6 + 9^5}{9^5} = \frac{9^8}{9^5} + \frac{9^7}{9^5} + \frac{9^6}{9^5} + \frac{9^5}{9^5} = 9^3 + 9^2 + 9^1 + 1 = 729 + 81 + 9 + 1 = 820$$

روش دوم (فاکتورگیری):

$$\frac{9^8 + 9^7 + 9^6 + 9^5}{9^5} = \frac{9^5(9^3 + 9^2 + 9^1 + 1)}{9^5} = 9^3 + 9^2 + 9^1 + 1 = 729 + 81 + 9 + 1 = 820$$

$$\frac{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}}{2^{x+3} - 2^x} = \frac{2^x(1 + 2^1 + 2^2)}{2^x(2^3 - 1)} = \frac{7}{7} = 1 \quad \text{مثال ۲:}$$

📖 تستهای مربوطه:

۱۵ - حاصل عبارت $\frac{4^7 + 4^6 + 4^5}{4^5}$ برابر است با:

$$69 \quad (1) \quad 21 \quad (2) \quad 13 \quad (3) \quad 20 \quad (4)$$

۱۶ - مقدار عددی کسر مقابل کدام است؟

$$\frac{5^6 - 5^5 - 5^4 - 5^3}{5^2} = ?$$

$$125 \quad (1) \quad 94 \quad (2) \quad 25 \quad (3) \quad 625 \quad (4)$$

۱۷ - حاصل $\frac{16^3 + 8^2}{4^2}$ کدام است؟

$$33 \quad (1) \quad 17 \quad (2) \quad 65 \quad (3) \quad 129 \quad (4)$$

۱۸- حاصل عبارت $\frac{2^3 + 3^4}{2^4}$ برابر است با:

$\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^4$ (۴) 3^3 (۳) $\left(\frac{5}{4}\right)^4$ (۲) 3^4 (۱)

۱۹- حاصل $\frac{125^6 - 5^{14}}{5^{10} - 25^3}$ برابر است با:

5^6 (۱) 5^8 (۲) 1 (۳) 5^4 (۴)

۲۰- حاصل کسر $\frac{5^7 + 5^8 + 5^9 + \dots + 5^{20}}{5^{-7} + 5^{-8} + 5^{-9} + \dots + 5^{-20}}$ کدام است؟

5^{17} (۱) 5^{27} (۲) 5^{-27} (۳) $2(5^7 + 5^8 + 5^9 + \dots + 5^{20})$ (۴)

۲۱- حاصل $\frac{x^7 - x^5}{x^5 - x^3} \div \frac{x^7 + x^5}{x^5 + x^3}$ کدام است؟

x (۱) x^2 (۲) $\frac{1}{x^2}$ (۳) 1 (۴)

* نکته ۶: جمع اعداد توان دار با پایه های مساوی

در این حالت می توان از عددی که توان کوچک تری دارد فاکتور گرفت:

$$a^m + a^{m+1} + \dots + a^{m+n} = a^m(1 + a + a^2 + \dots + a^n)$$

مثال:

$$\frac{4^{25} + 4^{26} + 4^{27} + 4^{28}}{4^{48}} = \frac{4^{25}(1 + 4^1 + 4^2 + 4^3)}{4^{48}} = \frac{(4^2)^{25}(1 + 4 + 16 + 64)}{4^{48}} = \frac{2^{50} \times 85}{4^{48}} = 2^2 \times 85 = 340$$

📖 تستهای مربوطه:

۲۲- حاصل عبارت $3^{1383} + 5 \times 3^{1383} + 3^{1384}$ برابر است با: (آزمون مدارس هماهنگ ۸۳)

3^{1385} (۱) 3^{1384} (۲) 3^{1383} (۳) 3^{1382} (۴)

۲۳- حاصل کسر توانی $\frac{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}}{2^{x+3} - 2^x}$ کدام است؟ (تیزهوشان)

2 (۱) 2^{x-2} (۲) 2^{x-9} (۳) 1 (۴)

ضرب و تقسیم اعداد تواندار:

$$a^m = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_m \quad (m \in n) \quad \text{مفهوم توان:}$$

قوانین پایه ای توان (یادآوری و تکمیل):

* نکته ها:

۱) $a^1 = a$

مثال: $\left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{2}{5}$

۲) $a^1 = 1 \quad (a \neq 0)$

مثال: $\left[-\left(-\frac{8}{5}\right)\right]^1 = 1$

۳) $1^n = 1$

مثال: $1^{100} = 1$

۴) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

مثال: $(-4)^3 (-4)^3 (-4) = (-4)^6$

۵) $a^m \times b^m = (ab)^m$

مثال: $8^4 \times 5^4 = 40^4$

۶) $a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$

مثال: $7^5 \div 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$

۷) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad (b \neq 0)$

مثال: $3^6 \div 5^6 = \left(\frac{3}{5}\right)^6$

۸) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$

مثال: $\left(\frac{7}{8}\right)^4 = \frac{7^4}{8^4}$

$$9) \left. \begin{aligned} a^n \div a^n &= \left(\frac{a}{a}\right)^n = 1^n = 1 \\ a^n \div a^n &= a^{n-n} = a^0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^0 = 1 \quad (n \in N, a \neq 0)$$

۱۰) توان منفی $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

مثال: $9^2 \div 9^5 = 9^{-3}$ یا $\frac{9^2}{9^5} = \frac{1}{9^3} \Rightarrow 9^{-3} = \frac{1}{9^3} = \left(\frac{1}{9}\right)^3$

$$۱۱) (a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n)^m = a_1^m \times a_2^m \times a_3^m \times \dots \times a_n^m$$

$$۱۲) (a^n)^m = a^{n \times m} \quad \text{مثال: } (2^3)^2 = 2^6$$

* **نکته ۱:** توجه کنید که دو عدد a^n و $(a^n)^m$ لزوماً برابر نیستند.

مثال: دو عدد 2^{3^2} و $(2^3)^2$ را در نظر بگیرید:

$$(2^3)^2 = 2^6 \quad \text{و} \quad 2^{3^2} = 2^9 \Rightarrow (2^3)^2 \neq 2^{3^2}$$

مثال: به تساوی های زیر توجه کنید:

$$(2^3)^{2^2} = (2^3)^4 = 2^{16} \quad \text{و} \quad 3^{5^2} = 3^{25} \quad \text{و} \quad \left(\left((2^3)^5 \right)^3 \right)^2 = 1 \quad \text{و} \quad \left((2^3)^5 \right)^3 = 3^{10}$$

* **نکته ۲:** اگر n عددی زوج و $a \neq 0$ باشد، آن گاه $-a^n \neq (-a)^n$

مثال:

$$\left. \begin{aligned} (-2)^4 &= (-2)(-2)(-2)(-2) = +16 \\ -2^4 &= -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -(-2)^4 \neq -2^4$$

* **نکته ۳:** اگر عدد منفی به توان زوج برسد، حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی است.

مثال:

$$(-3)^4 = 81$$

$$(-3)^3 = -27$$

$$(-a)^{2k} = a^{2k}$$

$$(-a)^{2k+1} = -a^{2k+1} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

* **نکته ۴:** در ضرب و تقسیم اعداد توان دار اگر نه پایه و نه توان هیچ کدام مساوی نباشند قاعده ای برای ضرب یا تقسیم وجود ندارد. بنابراین $(a \neq b, m \neq n) a^m \times b^n$ ساده نمی شود. اما اگر a و b پس از تجزیه، عامل های مشترک داشته باشند، طبق قوانین توان ساده می شوند.

مثال:

$$8^3 \times 2^5 = (2^3)^3 \times 2^5 = 2^9 \times 2^5 = 2^{14}$$

تساوی توان ها :

در تساوی دو عدد توان دار، در صورتی که پایه ها مساوی باشند توان ها نیز مساویند.

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n$$

* نکته: در صورت وجود عوامل جدا کننده در عبارت های توان دار، می توانیم جای توان ها را عوض کنیم:

$$\left[(a^m)^n \right]^p = (a^p)^{mn} = (a^m)^{pn} = (a^n)^{pm} = a^{nmp}$$

📖 تستهای مربوطه :

۲۴ - حاصل کسر $\frac{3^4 \times 6^3 \times 2^2 \times 5}{5 \times 6^2 \times 2^6 \times 3^8}$ برابر است با: (نمونه دولتی ۸۱)

(۱) $\frac{1}{6^5}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{2}{6}$ (۴) $\frac{1}{6^3}$

۲۵ - معکوس عبارت $\frac{6^5 \times 6}{6^8}$ برابر است: (نمونه دولتی ۷۶)

(۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) ۳۶ (۴) ۶

۲۶ - چه کسری از 2^{27} برابر 2^{23} است. (نمونه دولتی ۷۱)

(۱) $\frac{23}{27}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۲۷ - عدد $8^{14} \times 9^{15}$ چند برابر 7^{14} است. (نمونه دولتی ۷۴)

(۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷۲ (۴) ۱۵

۲۸ - حاصل $10^{232} \times (10^2)^3 \times (10^{22})^2 \times (10^2)^3$ کدام است؟

(۱) 10^{552} (۲) 10^{36} (۳) 10^{520} (۴) 10^{558}

۲۹ - اگر عدد طبیعی ۱ تا ۲۰ را در هم ضرب کنیم و سپس عدد حاصل را به عوامل اول تجزیه کنیم، توان عدد در

حاصل ضرب چقدر است؟ (نمونه دولتی ۷۶)

(۱) ۱۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

۳۰ - حاصل عبارت $\frac{205 \times 145}{356 \times 8^4}$ برابر است با: (نمونه دولتی ۷۳)

(۱) $\frac{1}{35 \times 8}$ (۲) $\frac{8}{35}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴) $\frac{1}{7 \times 10}$

۳۱- حاصل عبارت $2^8 \times 5^3 \times 2^{19}$ به صورت عدد تواندار کدام است؟ (مسابقات علمی)

- (۱) 10^6 (۲) 10^3 (۳) 9^6 (۴) 9^3

۳۲- حاصل $\frac{81^{-3} \times 27^{-16}}{\left(\frac{1}{9}\right)^5 \times 3^{-60}}$ برابر است با: (مسابقات علمی)

- (۱) 9^5 (۲) 3^8 (۳) 27^5 (۴) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$

۳۳- عدد $2^{112} \times 5^{142}$ برابر است با:

- (۱) 100^{71} (۲) 200^{17} (۳) 200^{71} (۴) 100^{142}

۳۴- حاصل عدد $75 \times 3^3 \times 5^2$ کدام عدد زیر است؟

- (۱) 5^4 (۲) 15^4 (۳) 5^6 (۴) 15^6

۳۵- حاصل $(16)^{-75} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$ برابر است با.....

- (۱) 9 (۲) 27 (۳) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ (۴) نمی توان محاسبه کرد

۳۶- حاصل $1 - \left(\frac{a^y - a^9}{a^y}\right)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-a^2$ (۳) $a^2 - 1$ (۴) a^2

۳۷- حاصل عبارت $(3^{-2} - 2^{-2})^{-1}$ برابر است با: (انرژی اتمی ۷۵)

- (۱) 13 (۲) 1 (۳) $-7/2$ (۴) $-5/4$

۳۸- حاصل $\left(\frac{3}{4}\right)^7 \times \left(\frac{4}{7}\right)^3$ برابر است با: (نمونه دولتی ۷۳)

- (۱) 1^{10} (۲) $\left(\frac{4}{7}\right)^{10}$ (۳) $\left(\frac{7}{4}\right)^4$ (۴) $\left(\frac{7}{4}\right)^{10}$

۳۹- حاصل عبارت $2^{2/3} \times (1/25 \times 2^{0/7})$ برابر است با: (نمونه دولتی ۷۲)

- (۱) $12/8$ (۲) $16/2$ (۳) 10 (۴) $2/0.4$

۴۰- حاصل کسر $\frac{(0/12)^3 + (0/0.6)^3 + (0/0.3)^3}{(0/0.3)^3}$ برابر است با: (نمونه دولتی ۷۲)

- (۱) 7^3 (۲) 73 (۳) $(0/18)^3$ (۴) $(0/73)^3$

نصف، ثلث، ربع، خمس و ... در اعداد توان دار:

برای پیدا کردن نصف، ثلث، ربع، خمس در اعداد توان دار کافی است عبارت داده شده را به ترتیب بر ۲، ۳، ۴،

۵، تقسیم کرده و یا در $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ضرب کنیم.

مثال ۱: نصف عدد 2^{40} چه عددی است؟ (نمونه دولتی)

$$2^{40} \quad (1) \quad 2^{20} \quad (2) \quad 1^{40} \quad (3) \quad 2^{39} \quad (4)$$

حل: گزینه ۴ درست است.

$$2^{40} \div 2^1 = 2^{40-1} = 2^{39}$$

مثال ۲: ثلث عدد 9^{4n-2} چه عددی است؟ (انرژی اتمی ۷۵)

$$3^{8n-5} \quad (1) \quad 3^{4n-2} \quad (2) \quad 3^{4n-5} \quad (3) \quad 3^{8n-3} \quad (4)$$

حل: گزینه ۱ درست است.

$$9^{4n-2} \div 3 = (3^2)^{4n-2} \div 3 = 3^{8n-4} \div 3^1 = 3^{8n-4-1} = 3^{8n-5}$$

* نکته: برای پیدا کردن نصف، ثلث، ربع، خمس در اعداد توان داری که پایه آن‌ها به صورت کسری است بهتر

است عبارت داده شده را $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ضرب کنیم:

مثال: کدام گزینه ثلث عدد $\left(\frac{1}{9}\right)^{24}$ است؟ (نمونه دولتی ۷۴)

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{24} \quad (1) \quad \left(\frac{1}{9}\right)^{23} \quad (3) \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{49} \quad (4) \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{24} \quad (2)$$

حل: گزینه ۴ درست است.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{24} \times \frac{1}{3} = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^{24} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{48} \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{49}$$

📖 تستهای مربوطه:

- ۴۱- ثلث عدد 3^9 برابر است با: (نمونه دولتی ۷۳)
- (۱) 3^3 (۲) 3^8 (۳) 1^9 (۴) 1^3
- ۴۲- نصف عدد 8^{4n-2} چقدر است؟ (مسابقات علمی)
- (۱) 4^{4n-2} (۲) 8^{4n-2} (۳) 2^{12n-7} (۴) 8^{4n-1}
- ۴۳- نصف عدد 4^{2k-4} برابر است با: (المپیاد ریاضی ۷۶)
- (۱) 2^{2k-6} (۲) 2^{2k-5} (۳) 2^{4k-9} (۴) 3^{4k-5}
- ۴۴- خمس عدد 25^{2a-3} کدام است؟ (مسابقات علمی)
- (۱) 5^{4a-4} (۲) 5^{4a-5} (۳) 5^{4a-6} (۴) 5^{4a-7}
- ۴۵- n چقدر باشد تا ربع 16^n مساوی 64 باشد؟ (المپیاد ریاضی ۷۴)
- (۱) 2 (۲) 1 (۳) 3 (۴) -2

🎯 جایگذاری در اعداد توان دار:

* نوع اول جایگذاری:

مثال ۱: اگر $2^x = 5$ باشد 16^x چقدر است؟ (نمونه دولتی ۷۱)

- (۱) ۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۲۵ (۴) ۶۲۵

حل: گزینه ۴ درست است.

$$16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = (5)^4 = 625$$

* نوع دوم جایگذاری:

مثال ۱: اگر $2^b = 5$ باشد 2^{b+3} کدام است؟ (مدارس هماهنگ ۸۳)

- (۱) ۶۴ (۲) ۴۰ (۳) ۲۸ (۴) ۲^۸

حل: گزینه ۴ درست است.

$$2^{b+3} = 2^b \times 2^3 = 5 \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$$

* نوع سوم جایگذاری (حالت ترکیبی) :

مثال ۱: اگر $3^x = 2$ مقدار 9^{2x+1} برابر است؟ (المپیاد ریاضی ۸۰)

۱۴۴ (۱)	۲۴۳ (۲)	۳۲ (۳)	۶۴ (۴)
---------	---------	--------	--------

حل: گزینه ۱ درست است.

$$9^{2x+1} = 9^{2x} \times 9^1 = (3^2)^{2x} \times 9 = 3^{4x} \times 9 = (3^x)^4 \times 9 = (2)^4 \times 9 = 16 \times 9 = 144$$

📖 تستهای مربوطه:

۴۶ - اگر $3^a = 10$ باشد، حاصل عبارت 27^{a+1} کدام است؟ (نمونه دولتی ۷۶)

۲۷۰۰۰ (۱)	۲۷۰ (۲)	۲۷۰۰ (۳)	۲۷ (۴)
-----------	---------	----------	--------

۴۷ - اگر $4^x = 10$ باشد حاصل عبارت $2^{2x-2} \times 4^{x+2}$ کدام گزینه است؟ (المپیاد ریاضی ۷۶)

۱۶۰ (۱)	۱۶۲/۵ (۲)	۴۰ (۳)	۴۰۰ (۴)
---------	-----------	--------	---------

۴۸ - اگر $x = 2^{100}$ باشد، حاصل 16^{51} چقدر است؟ (المپیاد ریاضی ۷۸)

$4x^2$ (۱)	$4x^4$ (۲)	$16x^2$ (۳)	$16x^4$ (۴)
------------	------------	-------------	-------------

۴۹ - اگر $2^a = 10$ باشد، مقدار عبارت $(0.25)^a + (0.5)^a$ کدام است؟ (مسابقات علمی)

۰/۰۲ (۱)	۰/۱۲ (۲)	۰/۱۱ (۳)	۰/۰۱ (۴)
----------	----------	----------	----------

۵۰ - اگر $7^{30} = 49a + 98$ باشد مقدار 7^{28} بر حسب a برابر است با: (علامه طباطبایی ۷۹ و ۸۱)

$\frac{a}{49}$ (۱)	$49a + 2$ (۲)	$a - 2$ (۳)	$a + 2$ (۴)
--------------------	---------------	-------------	-------------

۵۱ - اگر $3^x = 6$ باشد حاصل $\frac{2^{(x+1)} + 2^{(x+2)}}{6^x}$ کدام است؟ (دکتر حسابی ۸۱)

۱ (۱)	$\frac{2}{3}$ (۲)	۲ (۳)	$\frac{7}{6}$ (۴)
-------	-------------------	-------	-------------------

۵۲ - اگر $7^{2a-6} = 1$ باشد آنگاه حاصل $3(a^{-1} - 2a^{-2})$ چقدر خواهد بود؟ (نمونه دولتی ۷۳)

$\frac{4}{5}$ (۱)	$\frac{1}{3}$ (۲)	۲۰ (۳)	$\frac{5}{6}$ (۴)
-------------------	-------------------	--------	-------------------

۵۳ - اگر $x = 5^{2^3}$ باشد حاصل $5x^{1^6}$ به صورت یک عدد تواندار کدام است؟ (علامه طباطبایی ۸۰)

5^{9^7} (۱)	5^{120} (۲)	5^{129} (۳)	5^{130} (۴)
---------------	---------------	---------------	---------------

معادله توانی:

معادله توانی، معادله ای است که مجهول آن در توان باشد، مثل $6^x = 36$. برای چنین معادله ای در صورت امکان دو طرف معادله را به دو عدد توان دار با پایه های مساوی تبدیل کرده، سپس نماها را مساوی قرار داده و معادله را حل می کنیم.

$$6^x = 6^2 \Rightarrow x = 2$$

مثال:

$$1) 2^{x+1} = 32 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^5 \Rightarrow x+1 = 5 \Rightarrow x = 5-1 \Rightarrow x = 4$$

$$2) 625^{x+3} = 5^{2x-6} \Rightarrow (5^4)^{x+3} = 5^{2x-6} \Rightarrow 5^{4x+12} = 5^{2x-6} \Rightarrow 4x+12 = 2x-6 \\ \Rightarrow 4x-2x = -6-12 \Rightarrow 2x = -18 \Rightarrow x = -9$$

* نکته ۱: پس در حل معادله توانی مراحل زیر را طی می کنیم:

۱- در معادله $2^{2x} \times 4 + 24 = 280$ مقدار x کدام است؟ (المپیاد ریاضی ۸۲)

۲ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

حل:

(۱) در مرحله اول معادله توانی داده شده را معلوم و مجهول می کنیم.

$$2^{2x} \times 4 = 280 - 24 = 256 = 2^8$$

(۲) در مرحله دوم دو طرف معادله را به صورت دو عدد تواندار با پایه های مساوی تبدیل می کنیم.

$$2^{2x} \times 2^2 = 2^8 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^8$$

(۳) در مرحله سوم توان های دو طرف را مساوی قرار داده و تشکیل معادله می دهیم.

$$2x + 2 = 8$$

(۴) در مرحله چهارم معادله بوجود آمده را حل کرده و مقدار مجهول را به دست می آوریم.

$$2x + 2 = 8 \Rightarrow 2x = 8 - 2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

* **نکته ۲:** در حل معادلات توانی که علامت مابین عبارتهای مجهولی جمع یا تفریق باشد از فاکتور گیری استفاده می کنیم:

مثال ۱: اگر $2^x + 2^{x+1} = 96$ مقدار x کدام است؟ (مفید ۸۰)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

حل: گزینه ۳ درست است. $2^x + 2^x \times 2^1 = 96 \Rightarrow 2^x(1+2^1) = 96 \Rightarrow 2^x = \frac{96}{3} = 32 = 2^5 \Rightarrow x = 5$

مثال ۲: اگر $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 39$ باشد مقدار x چقدر است؟ (نمونه دولتی ۸۶)

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۳

حل: گزینه ۴ درست است.

$$3^x(1+3^{-1}+3^{-2}) = 39 \Rightarrow 3^x\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}\right) = 39 \Rightarrow 3^x\left(\frac{13}{9}\right) = 39 \Rightarrow 3^x = 39 \div \frac{13}{9}$$

$$3^x = 39 \times \frac{9}{13} \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$

* **نکته ۳:** در حل معادلات توانی اگر طرف دوم تساوی، مساوی ۱ باشد. با استفاده از نکته (هر عدد به توان صفر مساوی یک است). توان را مساوی صفر قرار می دهیم.

مثال ۱: اگر $5^{2x-4} = 1$ باشد، مقدار x کدام است؟ (المپیاد ریاضی ۸۲)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

حل: گزینه ۳ درست است.

$$5^{2x-4} = 1 \Rightarrow 2x-4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$$

روش دیگر: $5^{2x-4} = 1 \Rightarrow 5^{2x-4} = 1 = 5^0 \Rightarrow 2x-4 = 0 \Rightarrow x = 2$

📖 تستهای مربوطه:

۵۴- اگر $5^x \times 5^{x+1} = 1$ باشد، مقدار x برابر است با: (نمونه دولتی ۸۰)

$$(1) \quad 5 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad -\frac{1}{2} \quad (4) \quad \frac{2}{3}$$

۵۵- اگر $3^{2(a-1)} = 1$ باشد آن گاه مقدار a برابر است با: (نمونه دولتی ۸۱)

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad -1 \quad (4) \quad 2$$

۵۶- در عبارت $5^{x-12} \times 5^{4x-3} = 1$ مقدار x کدام است؟ (المپیاد ریاضی ۷۹)

$$(1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad \pm 2 \quad (4) \quad 1$$

۵۷- در تساوی $3^3 \times 9^x = 3^{13}$ مقدار x برابر است با: (تیزهوشان ۸۰)

$$(1) \quad x=2 \quad (2) \quad x=3 \quad (3) \quad x=5 \quad (4) \quad x=6$$

۵۸- اگر داشته باشیم $2^{2n+1} = 2^{2n} + 64$ ، مقدار n کدام است؟ (تیزهوشان ۸۱)

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad 4$$

۵۹- مقدار x در معادله $2^{2x-2} + 8 = 40$ کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۱)

$$(1) \quad 8 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad -4$$

۶۰- اگر $2^{x+3} \times 3^{x+2} = 72$ باشد مقدار x چقدر خواهد بود؟ (المپیاد ریاضی ۷۸)

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4) \quad -1$$

۶۱- اگر $3^{4x-8} \times \left(\frac{1}{27}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$ باشد مقدار x چقدر است؟ (المپیاد ریاضی ۷۹)

$$(1) \quad -2 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad -3 \quad (4) \quad 3$$

۶۲- در صورتی که $2^x \times 2^y = 2^6$ و $2^{3x} \times 2^{-y} = 2^{10}$ باشد، مقدار x و y کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۲)

$$(1) \quad \begin{cases} x=8 \\ y=-2 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=8 \end{cases}$$

۶۳- باتوجه به معادله $\begin{cases} x^m \times x^n = x^y \\ x^m \div x^n = x \end{cases}$ مقدار m و n را حساب کنید. (نمونه دولتی ۸۲)

$$(1) \quad \begin{cases} m=-2 \\ n=-1 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} m=3 \\ n=-1 \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} m=1 \\ n=-3 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$$

۶۴- بفرض $2^x = 8^{y+1}$ و $9^y = 3^{x-9}$ ، مقدار $x+y$ برابر است با: (انترنس اتمی ۷۶)

$$(1) \quad 18 \quad (2) \quad 24 \quad (3) \quad 30 \quad (4) \quad 27$$

مربوط به دانش آموزان علاقه مند به شرکت در آزمون تیزهوشان

۱- ثلث عدد $4 \times 3^{16} - 3 \times 3^{14} + 7 \times 3^{15} - 5 \times 3^{16}$ کدام است؟ (انرژی اتمی ۸۱)

(۱) 3^{15} (۲) 3^{16} (۳) 3^{17} (۴) 3^{18}

۲- اگر $25^{x-2} = (0.2)^{x-2}$ مقدار $(2x)^{2x+1}$ برابر است با: (انرژی اتمی ۷۶)

(۱) 4^4 (۲) 2^{11} (۳) 2^{10} (۴) 8^5

۳- اگر $2a - 3b = 4$ ، مقدار $(0.125)^{2-b} \div 4^a$ کدام است؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۲۵۶ (۳) ۵۱۲ (۴) ۱۰۲۴

۴- اگر $(3a - b)^{-1} = \frac{1}{2}$ باشد حاصل $8^a \div (0.5)^{1-b}$ چیست؟

(۱) ۲ (ب) ۴ (ج) ۸ (د) ۱۶

۵- اگر $3^{-b} = 7$ و $7^{-a} = 3$ باشد، حاصل $(2ab - 1)^{2000}$ کدام است؟

(۱) صفر (ب) 3^{2000} (ج) ۱ (د) 21^{2000}

۶- اگر $2^a = 3$ و $3^b = 2$ باشد حاصل $(0.25)^{-a} + 9^{b+1} + 5ab$ کدام است؟

(۱) ۵۰ (ب) ۳۶ (ج) ۴۵ (د) ۴۶

۷- اگر $2^a = 3$ و $3^b = 5$ و $5^c = 2$ باشد حاصل 10^{2abc} کدام است؟ (مسابقات علمی)

(۱) صفر (ب) ۱ (ج) ۱۰ (د) ۱۰۰

۸- اگر $5^a = 3$ و $3^b = 2$ حاصل عبارت زیر کدام است؟ (مفید ۸۱)

$$\left[\frac{9^{ab}}{4^a} + \frac{125^{ab}}{5^{2a}} \right] \times 5^{ab}$$

(الف) $\frac{17}{9}$ (ب) $\frac{17}{18}$ (ج) $\frac{34}{18}$ (د) $\frac{34}{9}$

۹- در معادله $\frac{3^{x+1} - 3^{x-1}}{27^{1-x}} = 72$ مقدار x کدام است؟ (تیزهوشان)

(الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) ۳

۱۰- در عبارت $7^{\frac{x+1}{x}} \times 7^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{x}}} = 49^3$ مقدار x کدام است؟ (تیزهوشان ۷۸)

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۱- اگر $2^a = 3$ و $3^a = 2$ باشد حاصل $(3 - 4ab)^3$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۹ (۳) -۱ (۴) -۱۶

۱۲ - در معادله ی $2^{x+1} - 2^{6-x} = 8$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۴ -

۱۳ - در معادله ی $2^{x+1} + 2^{2-x} = 6$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) گزینه ۱ و ۳ درست است.

۱۴ - در معادله ی $8 \times 2^{2x^2} + 2 = 2050$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

- (۱) ± 2 (۲) ۳ (۳) ± 1 (۴) ۴ -