

یادآوری از پایه هفتم

تمرین برای شما:



- ۱) $7^{10} \div 7^3 \div 7 =$
- ۲) $\frac{a^f \times b^f}{a^r \times b^r} = \frac{(ab)^f}{(ab)^r} = ?$
- ۳) $\frac{25^y}{5^r \times 5^f} =$
- ۴) $7^9 \div 7^{-f} =$

* تقسیم توان‌ها با توان مساوی *

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

پس پایه‌ها را به هم تقسیم میکنیم و در آخر یکی از توان‌ها نوشته میشه.



$$42^6 \div (-14)^6 = (-3)^6$$

مثال ۳

$$27^5 \div 18^5 = \left(\frac{27}{18}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

نکته ۲: $a \neq 0, a^0 = 1$

حاصل هر عدد غیر صفر به توان صفر برابر یک

$$\left. \begin{aligned} a^n \div a^n &= a^{n-n} = a^0 \\ a^n \div a^n &= \left(\frac{a}{a}\right)^n = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^0 = 1$$

قواعد اعداد تواندار

شماره	شکل قانون	مثال	نام
۱	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$2^5 \times 2^7 = 2^{12}$	با پایه ساده
۲	$a^m \times b^m = (ab)^m$	$(-2)^7 \times 4^7 = (-8)^7$	ضرب با توان مساوی
۳	$a^n \div a^m = a^{n-m}$	$(0/5)^1 \div (-1/2)^4 = (0/5)^6$	تقسیم با پایه مساوی
۴	$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$6^9 \div 2^9 = 3^9$	تقسیم توان مساوی
۵	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(2^3)^5 = 2^{15}$	توان در توان
۶	a^{mn}	$25^3 = 2^{125}$	توان توان
۷	$a^0 = 1 (a \neq 0)$	$7^0 = 1$	توان صفر
۸	$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$	توان منفی

۱) مفهوم توان: $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
 ۲) ضرب اعداد تواندار با پایه‌های مساوی:

$$a^m \times a^n = a^{n+m}$$



مثال ۱: $(0/2)^5 \times (-1/5)^3 = (-0/2)^8$ که در آن $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

در ضرب هرگاه پایه‌ها برابر باشند یکی از پایه‌ها نوشته توان را جمع می‌کنیم.

۳) ضرب اعداد تواندار با توان مساوی:

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

یکی از توان‌ها را نوشته پایه در هم ضرب می‌کنیم.

$$(-2/5)^7 \times 4^7 = (-10)^7$$



در نمایش اعداد کسری و منفی پرانتز یادتون نره و اما توان در هشتم

* تقسیم توان‌ها با پایه مساوی *

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

پس یکی از پایه‌ها را نوشته، توان را از هم کم می‌کنیم



مثال ۲: $5^7 \div 5^2 = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{1} = 5^4$

$$(1/4)^9 \div (-1/5)^2 = (1/4)^7$$

فکرکنم میدونی که $1/4 = 1/2^2$

نکته ۱: خوبه اینم بدونید که $(a^m)^n = a^{mn}$

به اینجوریش نگاه نکنید باور کنید خیلی از مسائل توان با این

قاعده حل میشه (فلفل نبین چه ریزه بشکن ببین چه تیزه)

$$64^2 \div (4^6)^5$$

مثال ۳

$$(4^2)^5 \div 64^2 = 4^{10} \div (4^3)^2 = 4^{10} \div 4^6 = 4^4$$

$$\frac{7^{12} \times 3^{12}}{21^5} = \frac{21^{12}}{21^5} = 21^7$$

تمرین برای شما:

۱- محاسبه کنید.



۱) $2^3 \times (2/5)^3 \times 5^9 =$

۲) $\frac{3^9}{3^2} \times 5^7 =$

۳) $(3^2)^5 \times 3^{25} \times (3^2)^{22} =$

۴) ۸ برابر عدد $2^9 =$

۵) ثلث عدد $9^{15} =$

۶) $5^y + 5^y + 5^y + 5^y + 5^y =$

۲- اگر $2^x = 10$ باشد حاصل هر عبارت را حساب کنید.

الف) $2^{x+3} =$

ب) $2^{x-1} =$

ج) $8^x =$

د) $(0/25)^{-4} \times (0/125)^{-7} \times 3^{25} \times 2^0 =$

هـ) $\frac{48^5}{6^3 \times 8^7} =$

مثال ۴: در عبارت مقابل $3^{y+4} = 7^{3x-2}$ حاصل xy را بدست

آورید.

می دانیم هیچ توانی از هفت و سه برابر نمی باشند مگر این که توان هر دو صفر باشد، پس داریم:

$3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$, $y + 4 = 0 \rightarrow y = -4$

پس: $xy = -4 \left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{3}$

نکته ۳: به طور کلی داریم:

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$)

هر عدد به توان منفی برابر است با معکوس عدد به توان مثبت.

مثال ۵:

$$\left. \begin{aligned} 5^3 \div 5^5 &= \frac{5^3}{5^5} = \frac{1}{5^2} \\ 5^3 \div 5^5 &= 5^{3-5} = 5^{-2} \end{aligned} \right\} \rightarrow 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

فقط به سوال الان ذهنمو به خودش مشغول کرد:

به نظر تون $(0/25)^{-8}$ بهش میاد که بشه 2^{16} ؟

$(0/25)^{-8} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-8} = \left(\frac{100}{25}\right)^{+8} = 4^8 = 2^{16}$

عه برابر شد چه جالب



اینم سوالات عادی ← تو هوا همیشه زد



۱- حاصل ضرب نصف 2^{10} در ثلث 3^{10} را به صورت تواندار بنویسید.

۲- حاصل هر یک از عبارات زیر را به صورت تواندار بنویسید.

۱) $7^{10} \div 7^2 \div 7 =$

۲) $\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{4}{3}\right)^5 =$

۳) $\frac{3^{10} \times 8^{10}}{4^2 \times 6^2} =$

۴) $\frac{8^4 \times 2^5}{9^2 \times 3^6} =$

۳- حاصل عبارتهای زیر را مانند نمونه حساب کنید.

$\frac{9^6}{9^6} = \frac{9^4 \times 9^2}{9^4} = 9^2$

۱) $\frac{12^9}{12^{13}} =$

۲) $\frac{10^7}{10^{11}} =$

۳) $\frac{(ab)^6}{(ab)^3} =$

۴) $\frac{8^4 \times 3^8}{9^4 \times 2^5} =$

۴- متغیرها مخالف صفر باشند، حاصل عبارت‌ها را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $\frac{a^n \div b^n}{\left(\frac{a}{b}\right)^m} =$

ب) $\frac{(x^2 y^2)^5}{x^{11} \times y^9} =$

۵- عبارت‌ها را به ازای $a = -2$ و $b = 2$ حساب کنید.

الف) $2a^7 + 3b^2 =$

ب) $(a^7 + b^2)^0 =$

پند سوال پیشرفته



۱- حاصل عبارات زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

الف) $4^{15} \times 3^9 \times 12^{15} \times 16^9$

ب) $\frac{24^{13} \times 8^{11}}{8^{19} \times 24^5}$

ج) $\left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 3^{11} \times 10^7 \times 3^{11}$

د) $\frac{ab^4 \times (ab)^5}{a^2 b^9}$

و) $9^{11} \times 27^{13} \times 81^5$

ح) $2^{13} \times 5^{14}$

ی) $3^{82} \times 2^{13}$

هـ) $6^{24} \times (6^2)^4 \times (6^3)^2 \times 6^{32}$

ز) $13^{232} \times (13^{23})^2$

ط) $\frac{513^4 \times 128^5}{256^2 \times 64^3}$

ک) $\left(\frac{3}{4}\right)^{11} \times \left(\frac{6}{8}\right)^9 \times \left(\frac{9}{16}\right)^2 \times \left(\frac{27}{64}\right)^5$

ل) $5^{24} \times 2^{51} \times 200^{13}$

۲- دو عدد $A = 3 \times 2^{24} \times 5^{21}$ و $B = 2^{26} \times 5^{20}$ را مقایسه کنید.

۳- عدد $16^6 \times 50^{17}$ یک عدد چند رقمی است؟

۴- سه عدد بین 3^{100} و 3^{101} نام ببرید که بر ۴ بخشپذیر باشند.

۵- در بین اعداد $20^4 - 1$ و $30^4 + 1$ چند عدد طبیعی مربع کامل وجود دارد؟

۶- حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$2^5 \times 5^{-5} \times 3^0 \times 5^{-10} \times \dots \times 2^{100} \times 5^{-100}$$