

فصل هفتم ریاضی هشتم: توان و جذر

ضرب عدد های توان دار:

الف) در ضرب عدد های توان دار اگر پایه ها مساوی باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ب) در ضرب عدد های توان دار اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$4^y \times 4^z = 4^{y+z} = 4^{10} \quad , \quad \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times (0.15) = (0.15)^{5+1} = (0.15)^6$$

$$(-3)^{11} \times (-7)^{11} = (-3 \times -7)^{11} = 21^{11} \quad , \quad \left(\frac{3}{6}\right)^{20} \times 8^{20} = \left(\frac{3}{4} \times 8\right)^{20} = 6^{20}$$

به توان رساندن یک عدد توان دار: برای به توان رساندن یک عدد توان دار کافی است توان ها را در هم ضرب کنیم.

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \quad (5^y)^4 = 5^y \times 5^y \times 5^y \times 5^y = 5^{4 \times y} = 5^{28}$$

تقسیم اعداد توان دار:

الف) تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی «در تقسیم اعداد توان دار اگر پایه ها مساوی باشند یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad 17^{50} \div 17^{20} = 17^{50-20} = 17^{30} \quad (-9)^{12} \div (-9) = (-9)^{12-1} = (-9)^{11}$$

ب) تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی «اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad 18^7 \div 6^7 = \left(\frac{18}{6}\right)^7 = 3^7 \quad (-20)^{11} \div (-5)^{11} = \left(\frac{-20}{-5}\right)^{11} = 4^{11}$$

نکات

اگر بخواهیم یک عدد توان دار را بدون پرانتز به توان برسانیم، باید توان را به توان برسانیم اجازه ضرب توان ها را نداریم.

$$(a^b)^c \neq a^{b^c} \quad (7^5)^2 = 7^{5 \times 2} = 7^{10}, \quad 7^{5^2} = 7^{25}$$

اگر پایه یا توان مساوی نداشتیم، با تجزیه به عامل های اول می توان پایه یا توان مساوی ایجاد کرد.

$$27 \times 9^4 = 3^3 \times (3^2)^4 = 3^3 \times 3^8 = 3^{11}$$

برای ساده کردن کسرهای توان دار، ابتدا توان های مساوی یا پایه های مساوی را از هم جدا کرده، سپس حاصل هر کدام را به دست می آوریم.

$$\frac{3^{12} \times 2^7}{2^{11} \times 3^8} = \frac{3^{12}}{3^8} \times \frac{2^7}{2^{11}} = \frac{3^4}{1} \times \frac{1}{2^4} = \frac{3^4}{2^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

جذر تقریبی: جذر هر عدد مقداری مثبت است. ولی ریشه های یک عدد همواره دو مقدار قرینه هم هستند.

اعداد منفی جذر ندارند.

$$\sqrt{36} = 6, \quad \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}, \quad \sqrt{0.49} = 0.7$$

نمایش اعداد رادیکالی روی محور:

الف) نقطه شروع را که عددی صحیح بوده و همراه عدد رادیکالی می آید مشخص می کنیم.

ب) جهت رسم مثلث قائم الزاویه را تعیین می کنیم. اگر علامت رادیکال مثبت بود به سمت راست و اگر منفی بود به سمت چپ کمان می زنیم.

ج) دو عدد را پیدا کرده که مجموع مجذور های آن ها با عدد زیر رادیکال برابر باشد.

جای عدد $-3 + \sqrt{13}$ را روی محور مشخص کنید.



الف) نقطه شروع -3

ب) جهت رسم مثلث $+$

ج) ضلع های مثلث 2 و 3

$$2^2 + 3^2 = 9 + 4 = 13$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt{900} = \sqrt{9} \times \sqrt{100} = 3 \times 10 = 30 \quad \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

محاسبه ی جذر یک عدد با ماشین حساب :

تایپ عدد \rightarrow $\sqrt{\quad}$ دکمه

$\sqrt{\quad}$ دکمه \rightarrow تایپ عدد

الف) ماشین حساب معمولی :

ب) ماشین حساب مهندسی :

روش محاسبه جذر تقریبی یک عدد

می‌خواهیم جذر تقریبی ۱۲ را حساب کنیم. مجذورهای کامل قبل و بعد از ۱۲ را تعیین می‌کنیم.

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$3 \qquad \qquad \qquad 4$$

یعنی $\sqrt{12}$ بین ۳ و ۴ قرار دارد. عدد وسط بین ۳ و ۴ عدد $3/5$ است.

مجزور $3/5$ می‌شود $12/25$ که از ۱۲ بیش تر است پس $\sqrt{12}$ از $3/5$ کوچک تر است. حال مجذور عددهای $3/4$ و $3/3$ و را بررسی می‌کنیم. عددی که مجذورش به ۱۲ نزدیک تر باشد، جواب است

عدد	۳	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴	$\Rightarrow \sqrt{12} \cong 3/4$
مجذور	۹	۹/۶۱	۱۰/۲۴	۱۰/۸۹	۱۱/۵۶	

اگر بخواهیم جذر ۱۲ را تا دو رقم اعشار حساب کنیم از عدد وسط $3/4$ و $3/5$ یعنی مجذور $3/45$ شروع کرده و مراحل را مانند قبل تکرار می‌کنیم. **جذر ۱۲ از $3/45$ بزرگ تر است.**

$(3/45)^2 = 11/90$

عدد	$3/46$	$3/47$	$\Rightarrow \sqrt{12} \cong 3/46$
مجذور	۱۱/۹۷	۱۲/۰۴	